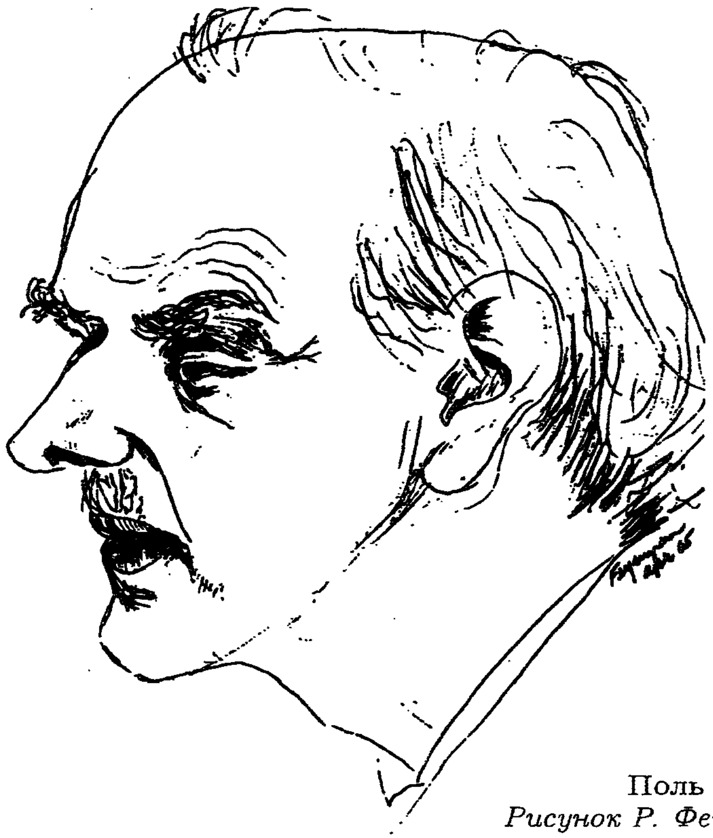

Поль Дирак
Рисунок Р. Фейнмана

ELEMENTARY PARTICLES AND THE LAWS OF PHYSICS

THE 1986 DIRAC MEMORIAL LECTURES

RICHARD P. FEYNMAN
California Institute of Technology

and

STEVEN WEINBERG
University of Texas, Austin

Lecture notes compiled by
Richard MacKenzie and Paul Doust

CAMBRIDGE
UNIVERSITY PRESS

Р. Фейнман, С. Вайнберг

ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ЧАСТИЦЫ И ЗАКОНЫ ФИЗИКИ

Перевод с английского
канд. физ.-мат. наук
Д. Е. Лейкина

ИЗДАТЕЛЬСТВО «МИР»

Москва «Мир» 2000

ОГЛАВЛЕНИЕ

Научно-популярное издание

Ричард П. Фейнман, Стивен Вайнберг

ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ЧАСТИЦЫ
И ЗАКОНЫ ФИЗИКИ

Зав. редакцией В. В. Герасимовский
Ведущий редактор В. И. Самсонова
Художники Б. Л. Будинас, Н. В. Зотова
Технический редактор О. Г. Лапко
Корректор Е. Н. Клитина
Оригинал-макет подготовлен С. А. Янковой

Лицензия ЛР № 010174 от 20.05.97 г.

Подписано к печати 24.10.2000 г.
Формат 70 × 100/32. Бумага офсетная.
Гарнитура «Ньютон». Печать офсетная.
Объем 2,25 бум. л. Усл. печ. л. 5,85.
Уч.-изд. л. 4,17. Изд № 2/9727.
Тираж 3000 экз. Зак. 6886

Издательство «Мир»
Министерства РФ по делам печати,
телерадиовещания и средств массовых коммуникаций
129820, Москва, 1-й Рижский пер., 2

Диапозитивы изготовлены в издательстве «Мир»

Отпечатано в соответствии с качеством предоставленных диапозитивов
в Производственно-издательском комбинате ВИНИТИ,
140010, г. Люберцы, Московской обл., Октябрьский пр-т, 403.
Тел. 554-21-86

УДК 539.14
ББК 22.38
Ф36

Фейнман Р., Вайнберг С.

Ф36 Элементарные частицы и законы физики. Пер. с англ. — М.: Мир, 2000. — 138 с., ил.

ISBN 5-03-003364-5

Данная книга представляет собой перевод лекций, прочитанных Нобелевскими лауреатами Ричардом Фейнманом и Стивеном Вайнбергом на Дираковских чтениях в Кембридже. В живой и увлекательной форме рассматриваются различные аспекты сложной и до конца еще не решенной проблемы объединения квантовой теории с теорией относительности. В лекции Р. Фейнмана подробно обсуждаются природа античастиц и связь спина со статистикой. Лекция С. Вайнберга посвящена вопросам построения единой теории, объединяющей теорию гравитации с квантовой теорией.

Для широкого круга читателей, интересующихся проблемами современной физики.

ББК 22.38

Редакция литературы по физике и астрономии

ISBN 5-03-003364-5 (русск.)
ISBN 0-521-65862-4 (англ.)

ПРЕДИСЛОВИЕ

Джон Тейлор

Кембриджский университет

Поль Дирак был одним из самых выдающихся физиков нашего столетия. Квантовая механика возникла на рубеже веков, но именно Дирак в 1925–1926 годах разработал для нее совершенный математический аппарат и тем самым придал этой теории не менее законченный вид, чем у ньютоновской механики.

Дирак был первым, кто еще в 1925 г. взялся за объединение квантовой теории со специальной теорией относительности Эйнштейна (1905 г.). Плоды объединения этих замечательных теорий и по сей день остаются в центре внимания физиков-теоретиков. Дирак внес наибольший вклад в развитие основополагающих идей теории, в том числе в 1930 г.

им было предсказано существование антивещества.

Дирак умер в 1984 г. Колледж Сент Джон в Кембридже оказывает щедрую материальную поддержку ежегодным чтениям, проводимым в Кембриджском университете в память Дирака. В данной книге публикуются две первые лекции этих чтений. Их можно рассматривать как две вариации на предложенную Дираком тему объединения квантовой теории с теорией относительности.

После второй мировой войны наибольший вклад в развитие релятивистской квантовой теории внес Ричард Фейнман. Ему принадлежит создание универсальных и эффективных теоретических методов, используемых в физике элементарных частиц и квантовой теории поля. Работы Фейнмана являются идейным продолжением работ Дирака. Его неповторимый научный стиль оказал огромное влияние на развитие физики. Публикуемая здесь лекция Фейнмана позволяет получить некоторое представление об особенностях этого стиля. В ней объясняются основные физические идеи, лежащие в основе гипотезы Дирака о существовании антивещества.

До настоящего времени наивысшим достижением релятивистской квантовой теории остается объединение электромагнетизма (электричество и магнетизм были объединены общей теорией еще самим Максвеллом столетие назад) с теорией слабого взаимодействия, которое играет важную роль при радиоактивном распаде. Стивен Вайнберг — один из основных авторов работы, посвященной объединению этих теорий. В ней выдвигалась гипотеза о существовании и свойствах нового типа частиц с массой порядка массы атомов тяжелых элементов. Впоследствии, в 1983 г. в лаборатории европейского центра ЦЕРН в Женеве эта гипотеза нашла блестящее подтверждение в эксперименте, в котором такие частицы были обнаружены в точном соответствии с предсказаниями теории. Это событие явилось своего рода отголоском событий полувековой давности, когда гипотеза Дирака о существовании позитрона нашла свое экспериментальное подтверждение. Разница в том, что для рождения позитрона требовались примерно в 100 000 раз меньшие энергии.

В своей лекции Вайнберг показывает, что квантовая теория совместно с теорией относительности ставит законы Природы в весьма жесткие рамки. В ней он также обсуждает проблему будущего объединения квантовой теории с общей теорией относительности Эйнштейна (1915 г).

Нам посчастливилось, что эти два замечательных физика согласились приехать на дираковские чтения в Кембридж и выступить здесь с лекциями. Они собрали аудиторию из нескольких сотен студентов и аспирантов, среди которых были не только физики. И Фейнман, и Вайнберг стремились сделать сущность физических вопросов понятной для неспециалистов*, и мы надеемся, что эта книга будет интересна широкому кругу читателей.

Дирак однажды сказал, что «физические законы должны иметь изящную математи-

---

* *R. P. Feynman, R. B. Leighton, M. Sands* (1963). Lectures in Physics, vols. 1–3. Addison-Wesley. (Имеется перевод: *Фейнман, Р. Лейтон, М. Сэндс.* Фейнмановские лекции по физике. — М.: Мир, 1965–1967.)

R. P. Feynman (1985). *QED.* Princeton University Press. (Имеется перевод: *Фейнман Р.* КЭД — странная теория света и вещества. — М.: Наука, 1988.)

S. Weinberg (1978). The First Three Minutes. Fontana. (Имеется перевод: *Вайнберг С.* Первые три минуты. — М.: Энергоиздат, 1981.)

S. Weinberg (1983). The Discovery of Subatomic Particles. Scientific American Library. (Имеется перевод: *Вайнберг С.* Открытие субатомных частиц. — М.: Мир, 1986.)

ческую формулировку»*. Дирак, Фейнман и Вайнберг — авторы красивых теорий, нашедших потрясающие экспериментальные подтверждения. Впрочем, тема экспериментальных исследований выходит далеко за рамки этих Лекций и заслуживает отдельного рассмотрения.

Джон Тейлор
Сентябрь 1987 г.

---

* *R. H. Dalitz, R. Peierls* (1986). In: Biographical Memoirs of Fellows of the Royal Society, vol. 32, pp. 137–86. Royal Society.

ПОЧЕМУ ДОЛЖНЫ СУЩЕСТВОВАТЬ АНТИЧАСТИЦЫ

Ричард Фейнман

Название этой лекции не вполне отражает ее содержание, потому что на самом деле я собираюсь обсудить здесь два вопроса: откуда берутся античастицы и как связан спин со статистикой. Дирак стал моим кумиром, когда я был молод. Он совершил настоящий прорыв, предложив по существу новый подход к занятию физикой. С его стороны было действительно смело просто угадать уравнение, которое теперь мы называем уравнением Дирака, и лишь затем посмотреть, что оно означает. К примеру, для вывода уравнений своей теории Максвеллу пришлось проделать огромную работу, заполняя пространство массой воображаемых «шестеренок и зубчатых колесиков».

П. Дирак и Р. Фейнман.

Для меня большая честь находиться здесь. Я не мог не принять приглашения, ведь Дирак всегда был моим кумиром. Мне все еще трудно поверить в то, что я выступаю с лекцией в его честь.

Дираку первому удалось с помощью своего релятивистского уравнения объединить квантовую механику с теорией относительности. Сначала ему казалось, что все дело было в спине, т. е. собственном угловом моменте; Дирак думал, что спин является основным следствием релятивистской квантовой теории. Однако именно проблема отрицательных энергий, возникающих при решении уравнения, в конце концов навела на мысль, что для объединения квантовой теории с теорией относительности необходимо допустить существование античастиц. Если сделать это допущение, то проблему объединения можно решить при любом спине, как это было показано Паули и Вайскопфом. Я же хочу подойти к задаче с другого конца и попробую объяснить, почему античастицы обязательно появляются, как только мы попытаемся объединить квантовую механику с теорией относительности.

Двигаясь в этом направлении, нам удастся найти объяснение другой величайшей загадки — принципа запрета Паули. Этот принцип гласит, что если взять волновую функцию двух частиц со спином $\frac{1}{2}$ и затем поменять частицы местами, то волновая функция нового состояния получится из исходной просто добавлением знака минус. Легко показать, что если бы с самого начала Природа была нерелятивистской, то таковой она бы оставалась всегда, так что ответ пришлось бы искать в акте Сотворения, и одному Богу было бы известно, почему так вышло. Если же допустить существование античастиц, то становится возможным рождение пар частица — античастица, например, электрона с позитроном. Загадка теперь заключается в том, почему при образовании электрон-позитронной пары только что родившийся электрон должен быть обязательно антисимметричен по отношению к электронам, которые уже были до него? Другими словами, почему он не может оказаться в том же состоянии, в котором находился какой-нибудь из уже имевшихся электронов? Если допустить существование частиц и античастиц, то возникает еще один очень простой вопрос: пусть имеется две электрон-позитронные пары, и я сравниваю амплитуду их аннигиляции с амплитудой аннигиляции после того, как частицы поменяли местами; спрашивается, откуда здесь возьмется знак минус?

Все эти вопросы давно решены изящным способом, который оказывается очень простым при дираковском подходе, т. е. с использованием кучи разных символов и операторов. Я же собираюсь вернуться к использованию максвелловских «шестеренок и зубчатых колесиков» и постараюсь найти ракурс, при котором проблема не будет казаться такой мистической. Я ничего не собираюсь добавить к тому, что уже известно; все, что я скажу, есть просто интерпретация уже установленных фактов. Итак, попробуем понять, в чем тут дело, но прежде всего давайте все-таки разберемся, почему должны существовать античастицы.

Теория относительности и античастицы

Согласно нерелятивистской квантовой механике, если частица, пребывающая в некотором состоянии ϕ_0, попадет под влияние возмущающего потенциала U, то ее состояние изменится. Если положить $\hbar = 1$, то с точностью до фазового множителя амплитуда перехода в новое состояние χ определяется проекцией χ на $U\phi_0$, т. е.

$$\mathrm{Amp}_{\phi_0 \to \chi} = -\mathrm{i} \int \mathrm{d}^3\, \mathbf{x} \chi^* U \phi_0 = -\mathrm{i} \langle \chi | U | \phi_0 \rangle. \tag{1}$$

Выражение $\langle \chi | U | \phi_0 \rangle$ представляет собой амплитуду, записанную в элегантной дираковской форме с использованием бра-кет векторов; впрочем, я не буду здесь часто применять эти обозначения. Условимся считать, что эта формула остается справедливой при переходе в релятивистскую область.

Предположим теперь, что состояние частицы возмущалось дважды — первый раз в момент времени t_1, а затем в момент времени t_2; нас будет интересовать амплитуда возврата в исходное состояние ϕ_0 под влиянием второго возмущения. Обозначим через U_1 первое возмущение, действовавшее в момент времени t_1, а через U_2 — возмущение в момент времени t_2. Нам нужно теперь записать результаты следующих процессов: рассеяния на потенциале U_1, эволюции состояния частицы в интервале времени от t_1 до t_2 и рассеяния на потенциале U_2; все это мы проделаем с помощью теории возмущений. Разумеется, самое простое, что может случиться, — это непосредственный переход из состояния ϕ_0 опять в состояние ϕ_0 с амплитудой $\langle\phi_0|\phi_0\rangle = 1$. Эта амплитуда определяет член низшего порядка ряда теории возмущений. Член следующего порядка малости отвечает процессу, при котором частица рассеивается на возмущении U_1 и переходит в некоторое промежуточное состояние ψ_m с энергией E_m; в этом состоянии она пребывает в течение времени $(t_2 - t_1)$, а затем рассеивается на возмущении U_2 обратно в состояние ϕ_0. По всем промежуточным состояниям нужно просуммировать. Полная амплитуда перехода из состояния ϕ_0 в исходное состояние ϕ_0 будет равна

$$\mathrm{Amp}_{\phi_0\to\phi_0} = 1 - \sum_m \langle\phi_0|U_2(\mathbf{x}_2)|\psi_m\rangle \times$$
$$\times \exp(-\mathrm{i}E_m(t_2 - t_1))\langle\psi_m|U_1(\mathbf{x}_1)|\phi_0\rangle. \quad (2)$$

(Для простоты я здесь считаю, что амплитуды первого порядка, отвечающие переходам из состояния ϕ_0 обратно в ϕ_0, равны нулю, т. е. что $\langle\phi_0|U_1|\phi_0\rangle = 0$ и $\langle\phi_0|U_2|\phi_0\rangle = 0$.) Если в качестве промежуточных состояний ψ_m использовать плоские волны и раскрыть выражения для амплитуд $\langle\phi_0|U_2|\psi_m\rangle$ и $\langle\psi_m|U_1|\phi_0\rangle$, то мы увидим, что

$$\mathrm{Amp}_{\phi_0\to\phi_0} = 1 - \int \mathrm{d}^3\mathbf{x}_1\mathrm{d}^3\mathbf{x}_2 \int \frac{\mathrm{d}^3\mathbf{p}}{(2\pi)^3 2E_p} b^*(\mathbf{x}_2) \times$$
$$\times \exp\{-\mathrm{i}[E_p(t_2 - t_1) -$$
$$- \mathbf{p}\cdot(\mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_1)]\}a(\mathbf{x}_1). \quad (3)$$

Здесь

$$a(\mathbf{x}_1) = U_1(\mathbf{x}_1)\phi_0(\mathbf{x}_1)\sqrt{(2E_p)},$$

$$b(\mathbf{x}_2) = U_2(\mathbf{x}_2)\phi_0(\mathbf{x}_2)\sqrt{(2E_p)},$$

и $E_p = \sqrt{p^2 + m^2}$ для частицы с массой m. Множители с E_p введены здесь с единственной

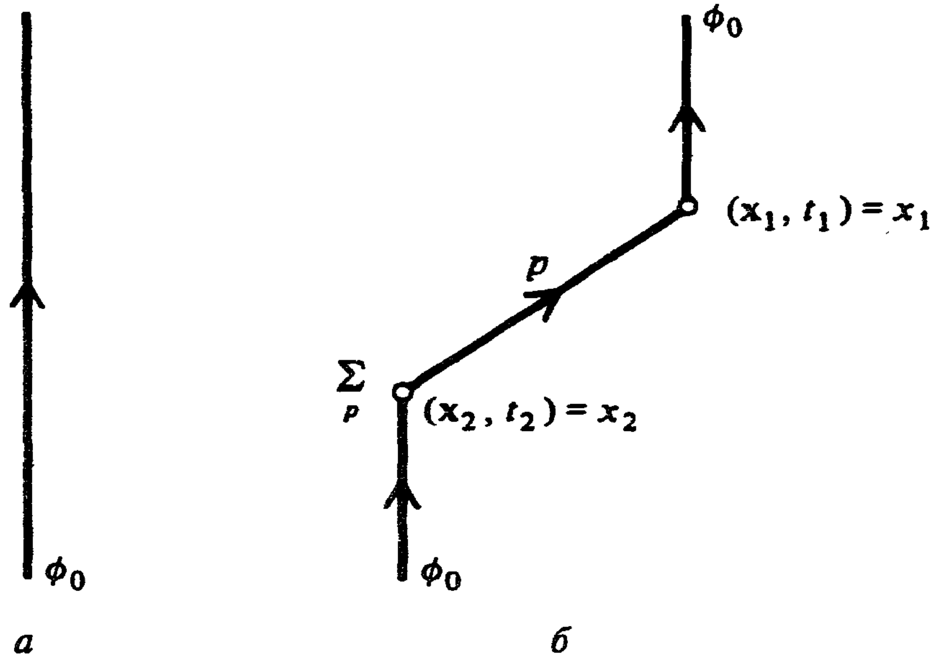

Рис. 1. Диаграммное представление вкладов прямого (*а*) и непрямого (*б*) переходов $\phi_0 \to \phi_0$ в полную амплитуду.

целью явно отразить релятивистские свойства, ибо величина $d^3\,\mathbf{p}/(2\pi)^3 2E_p$ представляет собой инвариантную плотность импульса. Графически данный процесс изображен на рис. 1.

Проанализируем полученное соотношение в некоторых специальных случаях. Я собираюсь сначала рассмотреть некоторые очень простые примеры, а затем перейду к более общему случаю. Надеюсь, вы разберетесь в этих примерах, поскольку, осмыслив их, вы сразу же схватите суть дела; по крайней мере, *ко мне* понимание приходит именно таким путем.

Амплитуда перехода через промежуточное состояние отвечает рассеянию частицы из $\mathbf{x}_1$ в $\mathbf{x}_2$, причем в промежуточном состоянии она имеет импульс $\mathbf{p}$ и энергию E_p. Сейчас мы сделаем некое предположение, а именно, допустим, что все энергии строго положительны.

А вот теперь сюрприз: если оценить амплитуды для некоторых $a(\mathbf{x}_1)$ и $b(\mathbf{x}_2)$ (можно даже допустить, что $a(\mathbf{x}_1)$ и $b(\mathbf{x}_2)$ зависят от импульса $\mathbf{p}$), то оказывается, что они не обращаются в нуль, когда $\mathbf{x}_2$ находится вне светового конуса с вершиной в $\mathbf{x}_1$. Вот что удивительно: если все энергии положительны, то волны, исходящие из некоторой точки, не смогут уместиться внутри светового конуса. Это вытекает из следующей математической теоремы.

Если функция $f(t)$ представима в виде интеграла Фурье только по положительным частотам, т. е. если ее можно записать в виде

$$f(t) = \int_0^{\infty} \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega t} F(\omega) \mathrm{d}\omega, \qquad (4)$$

то она не может обращаться в нуль на конечных интервалах t, если только она тождественно не равна нулю. Я предпочел бы не останавливаться здесь на доказательстве этой теоремы, которое опирается на использование свойств функции $F(\omega)$.

Вероятно, эта теорема вызовет у вас удивление, поскольку вы знаете, что можно взять функцию, обращающуюся в нуль на конечном интервале, и вычислить ее фурье-образ. Дело в том, что наряду с положительными частотами вы всегда будете получать *и отрицательные*. Я же настаиваю на том, что имеются только положительные частоты.

Чтобы использовать эту теорему в нашем случае, зафиксируем точки $\mathbf{x}_1$ и $\mathbf{x}_2$ и представим интеграл по $\mathbf{p}$ в виде интеграла по переменной $\omega = E_p$. Этот интеграл будет совпадать по форме с интегралом (4), в котором значение $F(\omega)$ равно нулю при $\omega < m$; $F(\omega)$ зависит от $\mathbf{x}_1$ и $\mathbf{x}_2$. В нашем случае данная теорема применима непосредственно; мы видим, что амплитуда не может обращаться в нуль на любом конечном интервале времени. В частности, она не будет обращаться в нуль вне светового конуса с вершиной в $\mathbf{x}_1$. Другими словами, будут существовать отличные от нуля амплитуды для частиц, движущихся со скоростями больше скорости света, и никакая суперпозиция состояний с одними положительными энергиями не сможет исправить это положение.

Следовательно, если t_2 отвечает более позднему моменту времени, чем t_1, то в результирующую амплитуду будут вносить вклад частицы, которые движутся со скоростями больше скорости света и для которых точки $\mathbf{x}_1$ и $\mathbf{x}_2$ разделены пространственноподобным интервалом.

Если события U_1 и U_2 разделены пространственноподобным интервалом, то порядок их наступления зависит от выбора системы отсчета: если наблюдать эти события из системы отсчета, которая достаточно быстро движется относительно исходной, то момент t'_2 будет предшествовать t'_1 (рис. 2).

Как будут выглядеть эти события в новой системе отсчета? До наступления t'_2 у нас будет иметься одна безмятежно движущаяся частица. В момент t'_2 произойдет нечто очень странное, а именно: в точке $\mathbf{x}'_2$ на конечном расстоянии от исходной частицы возмущение приведет к рождению пары частиц, одна из которых будет, очевидно, двигаться вспять во времени. В момент t'_1 исходная частица и та, что двигалась вспять во времени, исчезнут.

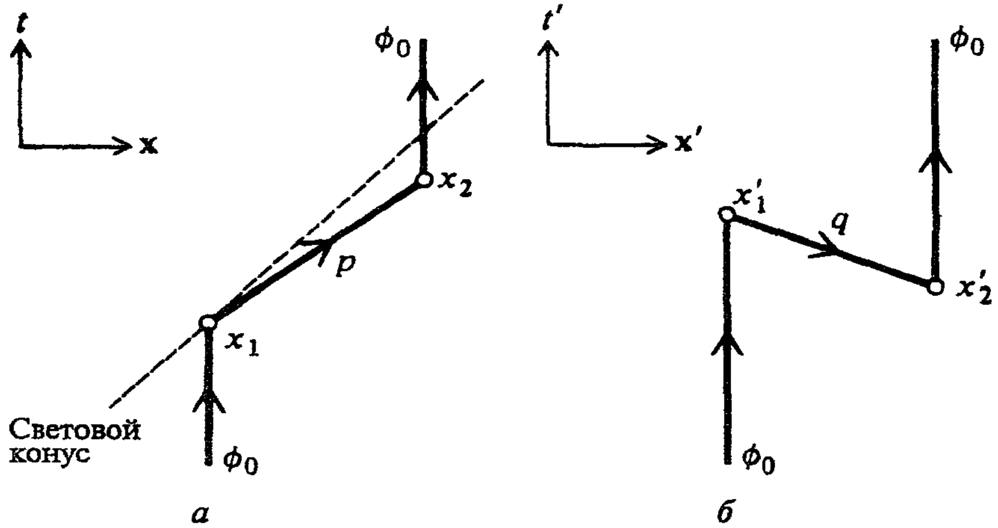

Рис. 2. Один и тот же процесс, наблюдаемый из различных систем отсчета: *а* — исходная система отсчета ($t_2 > t_1$); *б* — движущаяся система отсчета ($t'_2 < t'_1$).

Таким образом, теория относительности и требование положительности энергии заставляют нас допустить возможность рождения и аннигиляции пар, в которых одна из частиц движется вспять во времени. Чтобы понять, какой физический смысл имеет движение частицы вспять во времени, предположим, что у нее есть заряд. На рис. 2,*б* частица перемещается из точки $\mathbf{x}'_1$ в точку $\mathbf{x}'_2$ и переносит, скажем, положительный заряд из $\mathbf{x}'_1$ в $\mathbf{x}'_2$; однако в точке $\mathbf{x}'_2$ частица оказывается раньше, поэтому все выглядит так, будто отрицательный заряд переносится из $\mathbf{x}'_2$ в $\mathbf{x}'_1$.

Другими словами, порядок наступления событий зависит от выбора системы отсчета, и то, что одному кажется частицей, другому будет представляться как античастица. Фактически это и означает, что *античастицы обязательно должны существовать.*

Подводя итог сказанному, можно утверждать следующее:

1) должны существовать античастицы, а также процессы рождения и уничтожения пар;

2) поведение античастиц определяется поведением обычных частиц.

Впоследствии мы тщательно проанализируем второе из этих утверждений, однако сейчас ограничимся следующими замечаниями. Если изменить на противоположные знаки координат x, y, z и времени t, то частица, первоначально двигавшаяся вперед во времени, окажется движущейся во времени вспять. Если обозначить через P оператор пространственной инверсии, изменяющий знаки трех пространственных координат, через T — операцию обращения времени, изменяющую направление его течения, и через C — оператор зарядового сопряжения, превращающий частицы в античастицы и наоборот, то окажется, что действие операторов P и T на некоторое состояние приводит к тому же результату, что и действие оператора C, т. е. $PT = C$.

Частицы с нулевым спином и статистика Бозе

Теперь мне хотелось бы поговорить о величине амплитуд различных процессов. Это позволит иначе взглянуть на проблему и даст ключ к решению вопроса о связи спина со статистикой. Основная идея состоит в том, что если взять некоторое произвольное начальное состояние и воздействовать на него произвольным набором возмущающих факторов, то вероятности перехода во все возможные конечные состояния должны в сумме дать единицу.

Сначала рассмотрим пример из нерелятивистской области, а затем сравним его с результатами для релятивистского случая. Предположим, что на частицу, первоначально находившуюся в исходном состоянии ϕ_0, воздействует возмущение. Мы хотим подсчитать с помощью теории возмущений вероятность перехода в заданное конечное состояние. Амплитуда перехода в состояние ϕ_0 под влиянием возмущения дается выражением (3); отсюда для вероятности события, в котором с частицей ничего не происходит, следует:

$$\begin{aligned}\mathrm{Prob}_{\phi_0\to\phi_0} = 1 - 2\mathrm{Re}\int \mathrm{d}^3\,\mathbf{x}_1\mathrm{d}^3\mathbf{x}_2\, \times \\ \times \int \frac{\mathrm{d}^3\mathbf{p}}{(2\pi)^3 2E_p} b^*(\mathbf{x}_2)\, \times \\ \times \exp\{-\mathrm{i}[E_p(t_2 - t_1) - \\ - \mathbf{p}\cdot(\mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_1)]\}a(\mathbf{x}_1),\end{aligned} \qquad (5)$$

где использовано разложение $|1+\alpha|^2 = 1+\alpha+\alpha^* + \cdots = 1 + 2\mathrm{Re}\alpha + \ldots$.

Амплитуда перехода частицы в состояние ψ_p под влиянием возмущения равна

$$\mathrm{Amp}_{\phi_0\to p} = -\mathrm{i}\int \mathrm{d}^3\mathbf{x}\psi_p^*(\mathbf{x})U(\mathbf{x})\phi_0(\mathbf{x}). \qquad (6)$$

Отметим, что в выражении $\mathrm{Amp}(\phi_0 \to \phi_0)$ мы удержали члены порядка U^0 и U^2 и опустили члены более высоких порядков. Чтобы получить вероятность $\mathrm{Prob}(\phi_0 \to p)$ с точностью до U^2, мы здесь сохранили член порядка U^1 и отбросили величины более высоких порядков. Искомая вероятность равна

$$\mathrm{Prob}_{\phi_0\to p} = \left|-\mathrm{i}\int \mathrm{d}^3\mathbf{x}\psi_p^*(\mathbf{x})U(\mathbf{x})\phi_0(\mathbf{x})\right|^2. \qquad (7)$$

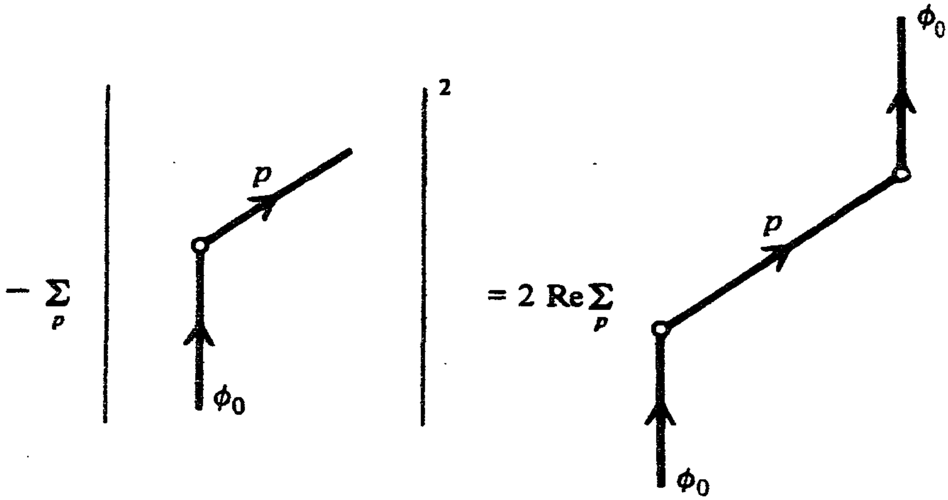

Рис. 3. Диаграммное тождество, которое должно выполняться, если полная вероятность равна 1.

Полная же вероятность должна быть равна 1:

$$\mathrm{Prob}_{\phi_0\to\phi_0} + \int \frac{d^3\mathbf{p}}{(2\pi)^3 2E_p}\mathrm{Prob}_{\phi_0\to p} = 1. \qquad (8)$$

В результате мы находим соотношение между вероятностью однократного рассеяния в новое состояние и вероятностью двукратного рассеяния, возвращающего частицу в исходное состояние. Диаграммы, отвечающие этим процессам, показаны на рис. 3.

Можно показать, что на самом деле это соотношение выполняется для любых потенциалов $U(\mathbf{x}, t)$.

Перейдем теперь к релятивистскому случаю, считая, что спин равен нулю. Тут возникает следующая проблема. В дополнение к рассмотренным выше процессам нам придется учесть, что промежуточное состояние может быть античастицей; другими словами, нам нужно будет добавить диаграмму того же вида, что и на рис. 2,*б*. К полной вероятности процесса мы должны будем прибавить удвоенную вещественную часть вклада этой диаграммы. Нам предстоит найти нечто, что компенсировало бы дополнительный вклад этой диаграммы в полную вероятность, поскольку эта полная вероятность должна остаться равной единице.

Ключом к разгадке этой тайны является процесс, изображенный на рис. 4, который напоминает рис. 3. Возможно, это заранее не очевидно, однако, вычислив обе амплитуды, мы убедимся, что здесь все в порядке.

Новая диаграмма в левой части рис. 4 нужна, чтобы удовлетворить требованиям теории относительности, и описывает рождение пары, в которой одна из частиц находится в состоянии ϕ_0. Отметим, что этот процесс дает отрицательный вклад в полную вероятность. Таким образом, если мы сможем использовать

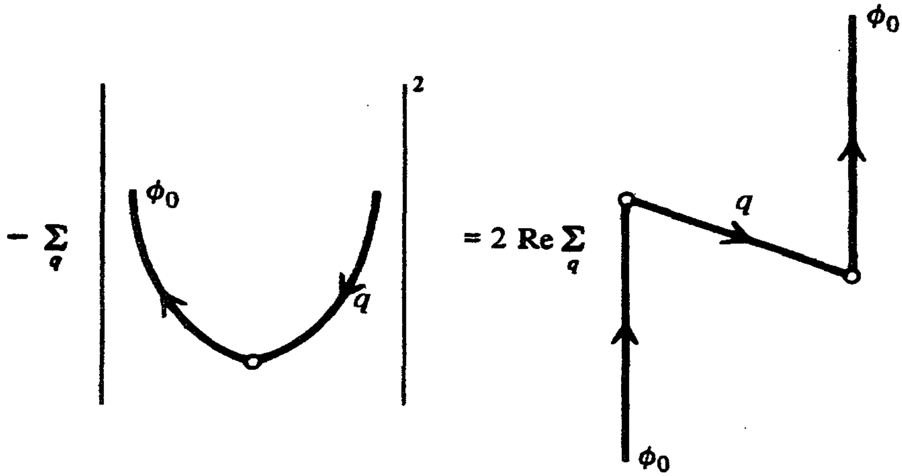

Рис. 4. Диаграммное тождество для частиц с нулевым спином при наличии античастиц.

диаграмму в левой части рис. 4 для вычисления полной вероятности, то последняя окажется равной единице, и тем самым мы решим проблему.

Однако непосредственное использование этой диаграммы лишено смысла по двум причинам. Во-первых, диаграмма в левой части рис. 4 отвечает вакуумному начальному состоянию вместо состояния ϕ_0 и, во-вторых, у нас, по-видимому, нет основания рассматривать только те пары, в которых одна из частиц рождается в состоянии ϕ_0, так как частицы могут находиться в любых состояниях. Таким образом, мы получили правильный ответ, исходя из неверных посылок.

Все, что я успел вам рассказать, — чистая правда, но отнюдь не вся правда. Мы пренебрегли некоторыми диаграммами; если бы мы учли их вклады, то пришли бы к важному свойству бозе-частиц: если в определенном состоянии находится частица, то вероятность рождения в этом же состоянии еще одной частицы возрастает.

Давайте вернемся на один шаг назад и вместо частицы в начальном состоянии ϕ_0 рассмотрим вакуумное состояние (т. е. состояние вообще без частиц), а затем используем уже знакомую нам идею, согласно которой полная вероятность должна быть единицей. Для нерелятивистского случая все выглядит тривиально: раз нет частиц, то ничего не произойдет, и вероятность отсутствия событий будет равна единице. Однако мы уже знаем, что в релятивистской области необходимо учитывать возможность рождения и аннигиляции пар под влиянием возмущений. Нетрудно видеть, что в первом приближении теории возмущений существенный вклад дадут только три диаграммы на рис. 5. Первая диаграмма изображает отсутствие событий — несмотря на возмущение вакуум остается вакуумом. На второй

(Вакуум — вакуум)

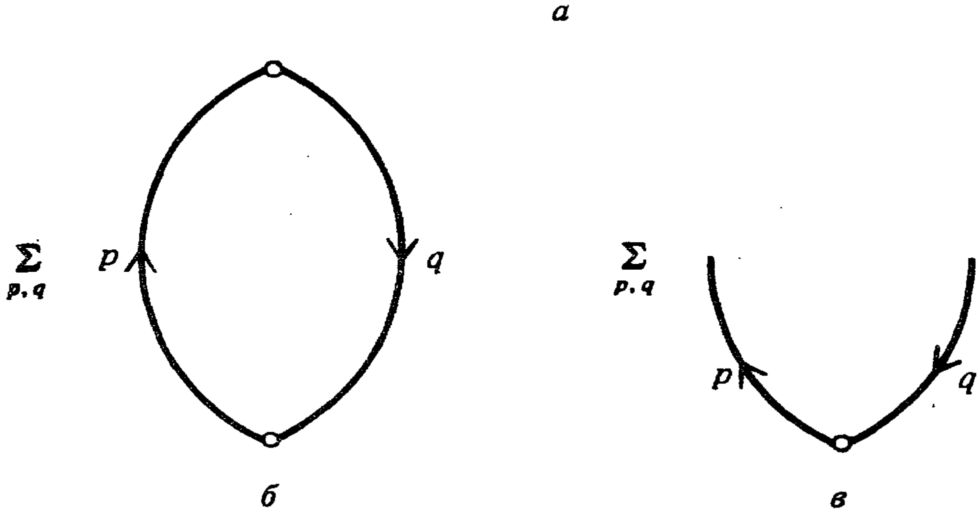

Рис. 5. Процессы с начальным вакуумным состоянием (состояние без частиц).

диаграмме изображены переходы из вакуумного состояния снова в вакуумное состояние, просуммированные по всем возможным промежуточным частицам. Третья диаграмма отвечает рождению пары.

Как и раньше, вероятность того, что хоть что-нибудь произойдет, равна единице. На языке диаграмм рис. 5 это означает, что $1 = |5a+5b+\ldots|^2+|5c+\ldots|^2+\ldots$; отсюда следует соотношение, изображенное на рис. 6.

Возвращаясь к рассмотрению процессов с частицей в начальном состоянии ϕ_0, нам при-

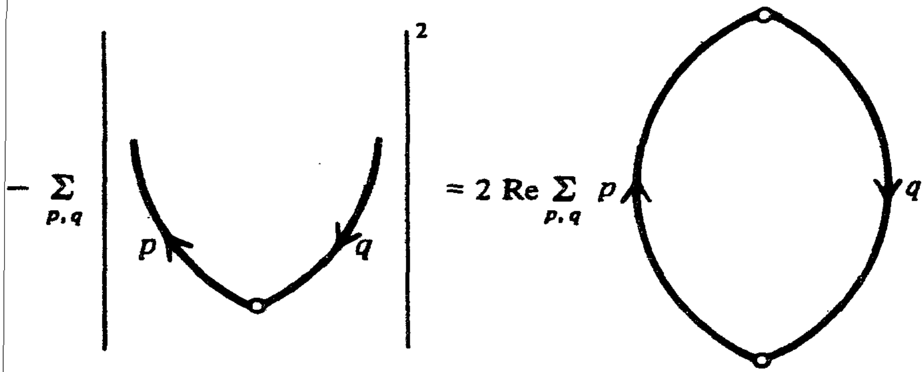

Рис. 6. Диаграммное тождество с начальным вакуумным состоянием.

дется учесть возможность рождения и аннигиляции пар. Мы получим всего шесть диаграмм, показанных на рис. 7. На первых четырех диаграммах система возвращается в исходное состояние ϕ_0, а на двух последних состояние системы изменяется.

Как мы уже видели в нерелятивистском случае, вклады диаграмм на рис. 7,*б* и 7,*д* в полную вероятность гасят друг друга (см. рис. 3), следовательно, вероятности для остальных диаграмм на рис. 7,*в*,*г*,*е* также должны компенсироваться. Сравнивая эти диаграммы с изображенными на рис. 5, можно подумать, что суммарный вклад диаграмм 7,*г* и 7,*е* равен нулю, как это было с диаграммами 5,*б*

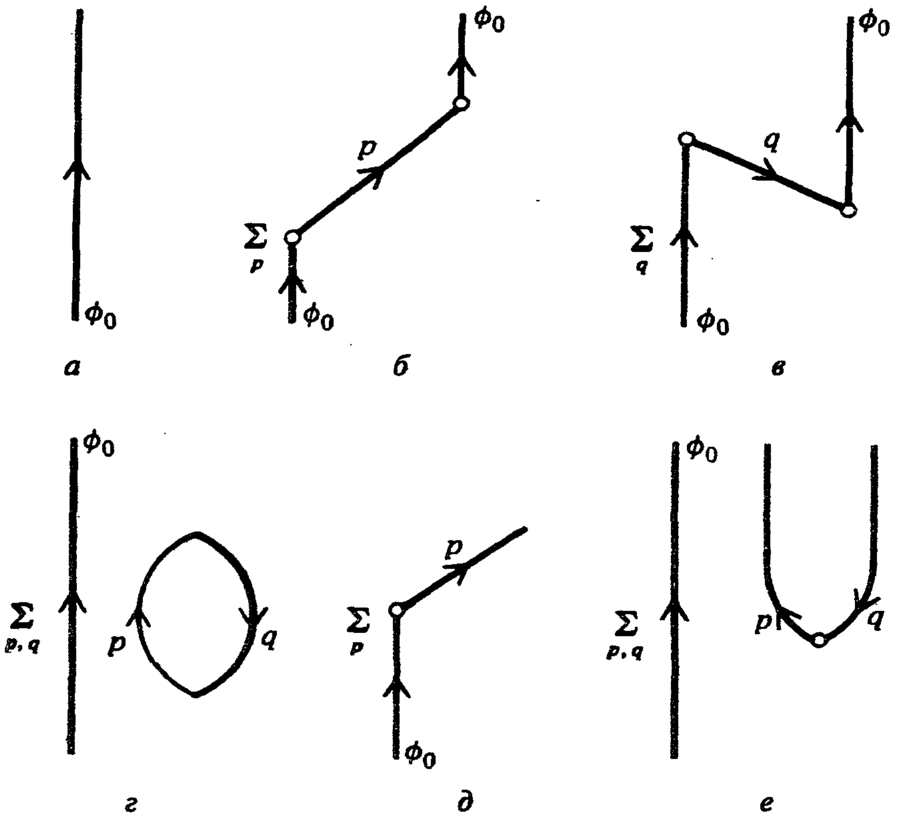

Рис. 7. Диаграммы для частицы в начальном состоянии ϕ_0.

и 5,*в*, поскольку эти диаграммы различаются только «посторонней» частицей — спектатором, присутствие которого никак не связано с рождением пары (во всяком случае, так может показаться). Но тогда у нас останется диаграмма 7,*в*; это и есть та проблема, с которой мы сталкиваемся в релятивистском случае — неясно, что будет компенсировать вклад этой диаграммы в полную вероятность.

У этой проблемы очень изящное решение: «посторонняя» частица на диаграмме 7,*е* на самом деле связана с рождением пары! Рассмотрим частный случай диаграммы 7,*е*, в котором состояние p совпадает с начальным состоянием ϕ_0. Теперь у нас есть одна частица в начальном состоянии ϕ_0, две частицы в конечном состоянии ϕ_0, и одна частица в состоянии q. Существует ли способ узнать, какая из двух частиц в конечном состоянии ϕ_0 идентична исходной частице и какая возникла при рождении пары? Ответ таков: узнать это невозможно. Поэтому нам придется добавить еще одну диаграмму; на рис. 8 показана диаграмма, дающая вклад в 7,*е*, и так называемая диаграмма с обменом.

Именно возможность взаимного обмена местами и решает нашу проблему. Две диаграммы на рис. 8 в сумме дают дополнительный вклад в полную вероятность, который гасит отрицательный вклад диаграммы 7,*в* (см. рис. 4).

Давайте подведем итог. Мы добавили несколько дополнительных диаграмм, чтобы

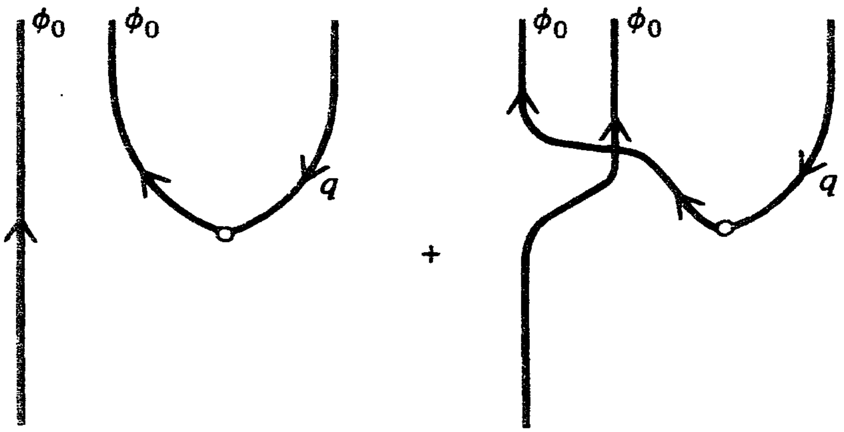

Рис. 8. Диаграмма 7,*е* и диаграмма с обменом.

учесть возможность рождения пар, в частности, нам пришлось добавить диаграмму рис. 7,*в*. При попытке подсчитать полную вероятность обнаружилось, что эта диаграмма (рис. 7,*в*) дает отрицательный вклад, который должен чем-то компенсироваться. То, чем он компенсируется — это избыточная (из-за присутствия спектатора) вероятность рождения пары, в которой одна из частиц оказывается в том же состоянии, что и спектатор.

Увеличение вероятности — очень глубокий и важный результат. Он означает, что само по себе присутствие частицы в некотором состоянии удваивает вероятность рождения пары частиц в том же состоянии. Если

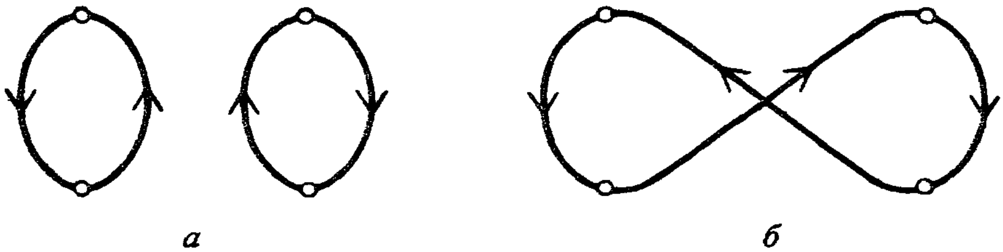

Рис. 9. Рождение двух пар без обмена частицами (a); рождение двух пар с обменом частицами ($б$).

в заданном состоянии первоначально находилось n частиц, то вероятность увеличивается в $n+1$ раз. Это на самом деле замечательно! Это объясняет основное свойство статистики Бозе, благодаря которой работают лазеры и прочее.

В качестве еще одного примера рассмотрим вакуумные диаграммы более высокого порядка. Допустим, что четырехкратное действие возмущения привело к рождению и аннигиляции двух пар частица-античастица, как показано на рис. 9,*а*. Предположим, что мы сравниваем полученный результат с тем, когда частицы аннигилируют с античастицами из другой пары. Вы получите диаграмму типа изображенной на рис. 9,*б*. Амплитуды обоих процессов дают вклад в вакуумную амплитуду. Это очень просто и на этом основана статистика Бозе.

По существу, в статистике Бозе нет ничего особенно загадочного. В том, что при переходе двух частиц из A, B в A', B' одна из них попадает из A в B', а другая из B в A' вместо того, чтобы переходить из A в A' и из B в B', и при этом амплитуды складываются, нет ничего удивительного, поскольку это просто частный случай общего принципа квантовой механики: если процесс может иметь несколько исходов, то следует сложить амплитуды, отвечающие всем этим исходам. Если частицы возникают в результате квантования классического поля (скажем, электромагнитного поля или колебаний кристаллической решетки), то согласно принципу соответствия частицы должны подчиняться статистике Бозе при надлежащей корреляции интенсивности, как в случае эффекта Ганбери–Брауна–Твисса*. Проще говоря, бозе-частицы естественно возникают при квантовании полей как моды гармонических осцилляторов.

---

* *R. P. Feynman* (1962). Theory of Fundamental Processes, pp. 4–6, W. A. Benjamin. (*Имеется перевод: Фейнман Р.* Теория фундаментальных процессов. — М.: Наука, 1978.)

Оказывается, что в случае фермионов — частиц с полуцелым спином, неожиданно возникает знак минус. Например, для процесса на рис. 9 каждая петля приводит к появлению знака минус у амплитуды. Из-за этого у амплитуды, отвечающей диаграмме на рис. 9,*а*, будет два знака минус, тогда как у амплитуды на рис. 9,*б* с одной петлей только один. В результате эти амплитуды будут вычитаться, и мы получим статистику Ферми. Мы собираемся разобраться в том, почему спин $\frac{1}{2}$ приводит к появлению отрицательного знака для каждой петли. Как мы увидим далее, все дело в скрытых поворотах на угол в 360°.

Соотношение между поведением частиц и античастиц

Прежде чем начать разговор о фермионах, мне хотелось бы вернуться назад и немного подробнее объяснить, как соотносится поведение частиц с поведением античастиц. Разумеется, поведение античастиц полностью определяется поведением соответствующих частиц. Рассмотрим это более подробно для простейшего случая нулевого спина и скалярного потенциала U. Мы уже знаем, что для $t_2 > t_1$ амплитуда перехода свободной частицы массой m из $\mathbf{x}_1$ в $\mathbf{x}_2$ равна

$$F(2,1) = \int \frac{\mathrm{d}^3\,\mathbf{p}}{(2\pi)^3 2E_p} \times \\ \times \exp\{-\mathrm{i}[E_p(t_2 - t_1) - \mathbf{p}\cdot(\mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_1)]\}. \tag{9}$$

Эта формула релятивистски ковариантна, поэтому для нулевого спина величины a, b в (5) можно считать постоянными. Нас интересует, какова будет амплитуда при $t_2 < t_1$.

Для $t_2 < t_1$ и пространственноподобного интервала ответ прост: амплитуда по-прежнему равна $F(2,1)$. Объясняется это следующим. Как мы уже знаем, $F(2,1)$ справедлива для пространственноподобных интервалов при $t_2 > t_1$. Если наблюдать наш процесс из другой системы отсчета, то интервал по-прежнему будет пространственноподобным, однако может оказаться, что в такой системе отсчета $t_2 < t_1$. Там мы получим ту же амплитуду, поскольку она не может зависеть от выбора системы координат; если же мы попытаемся выразить $F(2,1)$ в новой системе отсчета, то получим для $F(2,1)$ *в точности такую же* формулу в силу ее релятивистской ковариантности. Итак, выражение для $F(2,1)$

справедливо в области «абсолютно будущего» (верхняя полость светового конуса) и в области «абсолютно удаленного» (т. е. для событий, отстоящих от вершины конуса на пространственноподобный интервал). А как насчет области «абсолютно прошедшего»?

Здесь нам придется учесть, что при $t_2 < t_1$ волны по-прежнему будут распространяться только с положительными энергиями. Следовательно, в данной области мы сможем записать амплитуду в виде

$$G(2,1) = \int_0^\infty \mathrm{e}^{+\mathrm{i}\,\omega(t_2-t_1)}\,\chi(\mathbf{x}_1,\mathbf{x}_2,\omega)\,\mathrm{d}\,\omega, \quad (10)$$

где χ — некоторая функция, вид которой нам еще предстоит определить. Причину изменения знака показателя экспоненты можно объяснить следующим образом. Волны испускаются из точки $\mathbf{x}_1$, и мы настаиваем на том, что они покидают источник, имея только положительные энергии (частоты). Другими словами, зависимость от времени должна иметь вид $\exp(-\mathrm{i}\,\omega\Delta t)$, где $\omega > 0$. Здесь Δt — интервал времени, прошедший с момента испускания волны; этот интервал должен быть положительным. При $t_2 > t_1$ волны существуют в течение времени $\Delta t = t_2 - t_1$, а при $t_2 < t_1$ они существуют в течение времени $\Delta t = t_1 - t_2$.

Таким образом, при $t_2 < t_1$ мы должны попытаться записать амплитуду в виде (10) и в области абсолютно прошедшего, и в области абсолютно удаленного. Это означает, что при $t_2 < t_1$ амплитуду можно вычислить в области абсолютно удаленного с помощью любого из выражений (9) или (10). Путем этих рассуждений можно сначала определить G в указанной области, а затем найти однозначное продолжение полученного выражения на произвольные времена $t_2 < t_1$.

Если $t_2 < t_1$, и события $\mathbf{x}_1$ и $\mathbf{x}_2$ разделены пространственноподобным интервалом, то мы получим формулу (9), в которой суммирование ведется по отрицательным частотам. Вопрос в том, можно ли записать эту амплитуду в виде функции только положительных частот? В общем случае сделать этого нельзя. Поистине удивительно, что именно для данной релятивистски инвариантной функции найти такое представление оказывается возможным. Давайте выясним почему.

Прежде всего отметим, что при $t_1 = t_2$ функция $F(2,1)$ вещественна. В этом случае экспоненциальный множитель просто равен $\exp[i\,\mathbf{p}\cdot(\mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_1)]$; его мнимая часть — нечетная функция, интегрируя ее в симметричных пределах, мы получим нуль. Если же F вещественна при $t_1 = t_2$, то в силу релятивистской инвариантности она должна оставаться вещественной для любых событий t_1 и t_2, разделенных пространственноподобным интервалом. В самом деле, движущийся наблюдатель должен получить такое же вещественное значение для амплитуды, хотя для него $t_2 \neq t_1$. Поскольку эта амплитуда вещественна, то она совпадает со своей комплексно сопряженной, в которую время входит с обратным знаком. Таким образом, амплитуда $G(2,1)$ совпадает с комплексно сопряженной амплитудой $F(2,1)$:

$$G(2,1) = \int \frac{\mathrm{d}^3\mathbf{p}}{(2\pi)^3 2E_p} \times \\ \times \exp\{+\,\mathrm{i}[E_p(t_2 - t_1) - \mathbf{p}\cdot(\mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_1)]\}. \tag{11}$$

С этой формулой все в порядке: волны распространяются только с положительными энергиями. Полученное решение единственно, так как в силу теоремы (4) не существует функции вида (10), которая отличалась бы от него только в области абсолютно прошедшего. Итак, когда t_1 предшествует t_2 в области абсолютно будущего, решение дается равенством (9); если t_2 предшествует t_1 в области абсолютно прошедшего, то решение дается равенством (11); в промежуточной области абсолютно удаленного, где события t_1 и t_2 разделены пространственноподобным интервалом, решение дается любым из соотношений (9) или (11) — в этой области обе формулы совпадают!

Сначала мы рассмотрели, что происходит в одной области пространства-времени, а затем обобщили полученный результат на все остальные области, опираясь только на соображения релятивистской инвариантности. В этом нет никакой мистики. Если бы мы знали, что происходит хотя бы в одной области четырехмерного евклидова пространства, и при этом знали, как это нечто преобразуется при поворотах системы отсчета (здесь предполагается инвариантность), то мы могли бы как угодно повернуть нашу область и при этом абсолютно точно знали, что произойдет; действуя подобным образом, мы выяснили бы, что происходит в любом месте нашего четырехмерного евклидова пространства. Здесь же мы имеем дело с четырехмерным пространством Минковского x, y, z, t, которое устроено немного иначе; впрочем, отличия не столь велики, и мы могли бы действовать тем же образом. Трудность с пространством

Минковского состоит в том, что в нем имеется «ничейная» полоса, нейтральная зона; находясь в ней, событие t_2 оказывается вне светового конуса с вершиной в t_1; преобразования Лоренца туда «не достают». Тем не менее, мы получили правильный ответ и в области абсолютно удаленного, воспользовавшись тем, что требование положительности энергий накладывает определенные ограничения на решения. Иначе говоря, изменяющая все знаки операция PT по существу является релятивистским преобразованием, или, скорее, преобразованием Лоренца, продолженным на область абсолютно удаленного с помощью требования положительности энергий. Вот почему нет ничего удивительного в том, что релятивистская инвариантность столь важна.

Спин $\frac{1}{2}$ и статистика Ферми

До сих пор спин считался равным нулю; теперь мне бы хотелось положить его равным $\frac{1}{2}$ и посмотреть, что из этого получится. Если имеется состояние со спином $\frac{1}{2}$ и вы совершите поворот, скажем, относительно оси z на угол θ, то фаза состояния изменится на $e^{-i\theta/2}$. В теории групп имеется уйма методов доказательства подобных штук; я не буду здесь на этом останавливаться, хотя это довольно приятное времяпрепровождение. Суть в том, что когда вы совершаете поворот на 360°, волновая функция умножается на (−1). Этот результат очень трудно осмыслить, и интуиция здесь не поможет. Как может поворот на 360° что-либо изменить? Сложнее всего нам надо будет следить за тем, был ли совершен поворот на 360° или нет, или, другими словами, надо ли писать знак минус или нет. Мы увидим, что появление загадочного знака минус у фермионов обусловлено именно таким незамеченным поворотом на 360°.

Дирак очень изящно продемонстрировал то, как полный поворот можно отличить от ситуации, в которой ничего не произошло*. В действительности только два полных поворота дают тот же результат, что и отсутствие вращения. Я вам сейчас покажу кое-что из того, что делают танцовщицы. Я собираюсь повернуть этот стакан на полный оборот (см. серию снимков на рис. 9А) — запомните, в какую сто-

---

* Об этом известном примере Дирака с ножницами см. *R. Penrose and W. Rindler* (1984). Spinors and Space-Time, vol. 1, p. 43. Cambridge University Press.

> рону я это делаю — пока вы опять не увидите вот эту метку; вот я повернул его на 360°, но у меня возникли проблемы. Если я буду продолжать в том же духе — для этого потребуется немного мужества, если учесть обстоятельства — и не вывихну себе руку, то все встанет на свои места. Таким образом, два поворота равносильны тому, что ничего не произошло, но для одного поворота это не так, поэтому вам придется все время следить, был ли поворот; остальная часть этой лекции будет действовать вам на нервы из-за этих постоянных попыток отследить, был ли поворот или нет*.

Чтобы у вас сложилось представление о структуре часто встречающихся здесь формул с половинными углами, я упомяну в качестве примера еще кое-что. Допустим, у вас есть электрон, и вы знаете, что проекция его спина на ось z составляет $+\frac{1}{2}$. Какова вероятность того, что измерение проекции спина на какое-либо другое направление, скажем, на ось z', даст $+\frac{1}{2}$? Если угол между этими двумя

---

* Этот фрагмент дословно воспроизведен по лекции Фейнмана.

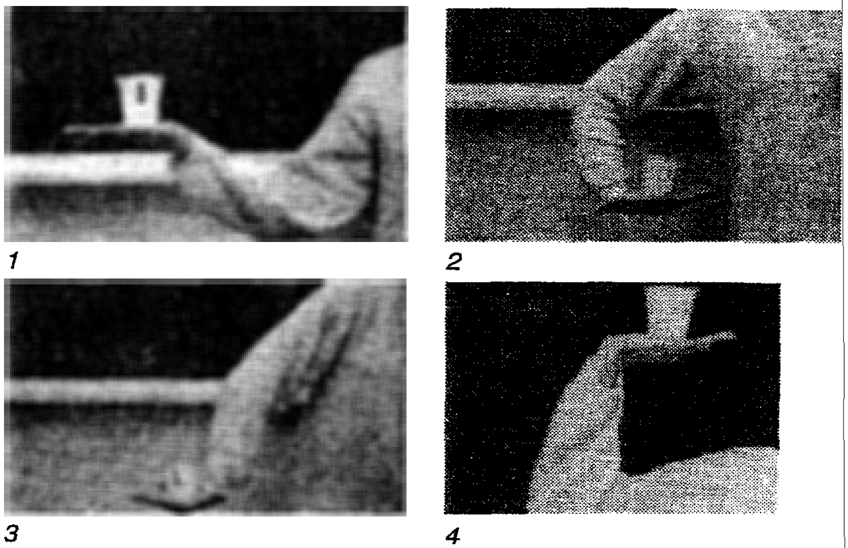

Рис. 9А.

направлениями составляет θ, то ответ будет таков:

$$\text{Вероятность} = \cos^2\frac{\theta}{2} = \frac{1+\cos\theta}{2},$$
$$\text{Амплитуда} = \cos(\theta/2) = \sqrt{[(1+\cos\theta)/2]}. \tag{12}$$

Давайте теперь посмотрим, что происходит в теории полуцелого спина с амплитудами для скалярного взаимодействия. Мы рассмотрим простое возмущение U, для которого спиновые составляющие амплитуд будут обусловлены свойствами самих частиц, а не возмущения; это существенно упростит анализ. Мы выведем соотношения, сходные с полученной выше формулой с половинным углом, однако в них будут реально учтены релятивистские поправки. Итак, приступим.

Если у нас есть частица массой m, то, как мы знаем, энергия и импульс удовлетворяют соотношению

$$E^2 - p^2 = m^2, \tag{13}$$

где m^2 — разумеется, просто постоянная, и $p = |\mathbf{p}|$ — абсолютная величина импульса. Из (13) вытекает, что если энергия E задана, то импульс p известен, и наоборот, так что здесь можно обойтись только одной переменной. С учетом сказанного соотношение (13) становится похожим на тригонометрическую формулу $\cos^2\theta + \sin^2\theta = 1$, разница только в том, что здесь есть множитель m^2 и стоит знак минус. Чтобы выразить E и p через одну переменную, вместо тригонометрических функций нужно использовать гиперболические. Если написать

$$\begin{aligned} E &= m\cosh\omega, \\ p &= m\sinh\omega, \end{aligned} \tag{14}$$

то E и p будут автоматически удовлетворять соотношению (13), здесь ω — новая переменная — быстрота.

Предположим, что частица в состоянии с некоторым спином переходит под влиянием возмущения из состояния покоя в состояние с импульсом p. В начальном состоянии 4-импульс был равен $p_1 = (m, 0, 0, 0)$, а в конечном $p_2 = (E, p, 0, 0)$, где E и p определены в (14). Амплитуда перехода частицы из начального состояния в конечное состояние дается формулой с половинными углами, аналогичной (12); с точностью до несущественного множителя она имеет вид

$$A_{\text{переход}} \propto \cosh(\omega/2). \tag{15}$$

По аналогии с рассмотренным выше пространственным поворотом с точностью до несущественного множителя мы можем записать это выражение в форме

$$A_{\text{переход}} \propto \sqrt{(\cosh\omega + 1)} \propto \sqrt{(E+m)}. \tag{16}$$

Эту амплитуду можно представить в релятивистски-ковариантной форме, если учесть, что $p_1 \cdot p_2 = Em$, где $p_1 \cdot p_2$ — скалярное произведение 4-векторов. В результате амплитуда принимает вид

$$A_{\text{переход}} \propto \sqrt{p_1 \cdot p_2 + m^2)}. \qquad (17)$$

Преимущество релятивистски-ковариантной формы записи состоит в том, что амплитуда, полученная нами для частного случая, будет верна при любых p_1 и p_2. Попробуем с помощью этого выражения найти амплитуду рождения пары. Положим, как и прежде, $p_1 = (m, 0, 0, 0)$, но будем теперь считать, что $p_2 = (-E, -p, 0, 0)$. Состояние с отрицательной энергией, разумеется, отвечает античастице. В данном случае $p_1 \cdot p_2 = -Em$, и для амплитуды рождения пары мы находим

$$A_{\text{пары}} \propto \sqrt{(-mE + m^2)} \propto \mathrm{i}\sqrt{(E - m)}. \qquad (18)$$

Используя эти результаты, мы продолжим наш разговор о полной вероятности для спина $\frac{1}{2}$ и увидим, что здесь нам придется столкнуться с принципом Паули. Поскольку рассмотрение данного вопроса во многом аналогично случаю нулевого спина, основное внимание я уделю только различиям между ситуациями с нулевым спином и спином $\frac{1}{2}$.

Если рассматривать начальное вакуумное состояние, то результаты для нулевого спина непосредственно обобщаются на наш случай, и мы получим такое же соотношение, как и на рис. 6.

Рассмотрим теперь процесс, начальное условие для которого задается частицей в состоянии ϕ_0; будем считать, что в этом состоянии частица покоится. Мы получим те же шесть диаграмм, что и на рис. 7, однако на этот раз амплитуды на этих диаграммах будут связаны между собой совершенно другими соотношениями.

Для вычисления полной вероятности нам потребуются вещественная часть амплитуд на рис. 7,*б*, *в*, *г* и квадрат модуля амплитуд на рис. 7,*д* и *е*. Начнем с процесса на рис. 7,*б*, в котором частица рассеивается в точке x_1 в состояние p, затем движется до точки x_2, где испытывает еще одно рассеяние, возвращающее ее в состояние ϕ_0. Из соотношения (17) видно, что каждый акт рассеяния приводит к появлению множителя $\sqrt{E+m}$, поэтому амплитуда процесса на рис. 7,*б* будет равна

$$A_{\mathrm{b}} = -\int \frac{\mathrm{d}^3\mathbf{p}}{(2\pi)^3 2E_p}(E_p + m) \times \\ \times \exp\{-\mathrm{i}[E_p(t_2 - t_1) - \mathbf{p}\cdot(\mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_1)]\}, \tag{19}$$

причем знак минус здесь обусловлен множителями $-\mathrm{i}$, появляющимися в каждой из вершин диаграммы.

Вероятность процесса на рис. 7,*д* дается квадратом модуля выражения (16); результат суммирования по импульсам показывает, что в силу (16) и (19) соотношение на рис. 3 будет справедливо и для частиц со спином $\frac{1}{2}$.

Теперь надо быть очень внимательными, чтобы получить правильное выражение для диаграммы на рис. 7,*в*. Это выражение содержит отрицательные частоты и должно совпадать с (19), когда события $t_1, \mathbf{x}_1$ и $t_2, \mathbf{x}_2$ разделены пространственноподобным интервалом. Но (19), очевидно, совпадает с выражением $-[m+\mathrm{i}(\partial/\partial t_2)F(2,1)]$ [см. (7)], которое, в свою очередь, равно $-[m+\mathrm{i}(\partial/\partial t_2)G(2,1)]$ в области абсолютно удаленного, так что амплитуда на рис. 7,*в* будет однозначно определяться равенством

$$A_{\mathrm{c}} = -\int \frac{\mathrm{d}^3\mathbf{p}}{(2\pi)^3 2E_p}(-E_p+m)\times \\ \times \exp\{+\mathrm{i}[E_p(t_2-t_1)-\mathbf{p}\cdot(\mathbf{x}_2-\mathbf{x}_1)]\}. \qquad (20)$$

Эта формула получена только на основе аналитических свойств амплитуды [таким же способом было получено равенство (11)]; при ее выводе выражение (18) не использовалось, хотя можно было бы считать, что множитель $(-E_p + m)$ возник из-за двух факторов $A_{\text{пары}}$ [см. (18)].

Здесь проявляется важное различие случаев нулевого спина и спина $\frac{1}{2}$: соотношение на рис. 4 неприменимо для фермионов. Мы теперь располагаем всем необходимым, чтобы убедиться в правильности этого вывода для частиц со спином $\frac{1}{2}$. Согласно (18), вероятность рождения пары (которая обязательно должна быть положительной) равна $E_p - m$; сравнивая этот результат с вещественной частью амплитуды (20) (равной произведению $-E_p + m$ на амплитуду при нулевом спине), мы получим соотношение на рис. 10, которое из-за знака минус принципиально отличается от соотношения на рис. 4.

Вспомним теперь, что для бозе-частиц диаграмма на рис. 7,*в* давала отрицательный вклад в полную вероятность. Это означало, что должно было возникнуть нечто, дающее положительный вклад и тем самым сохраняющее общий баланс. Эту проблему можно решить, рассмотрев диаграммы 7,*г* и 7,*е* с $p = 0$ и диаграмму на рис. 7,*в*. Мы видели, что добавление обменной диаграммы (рис. 8) дает

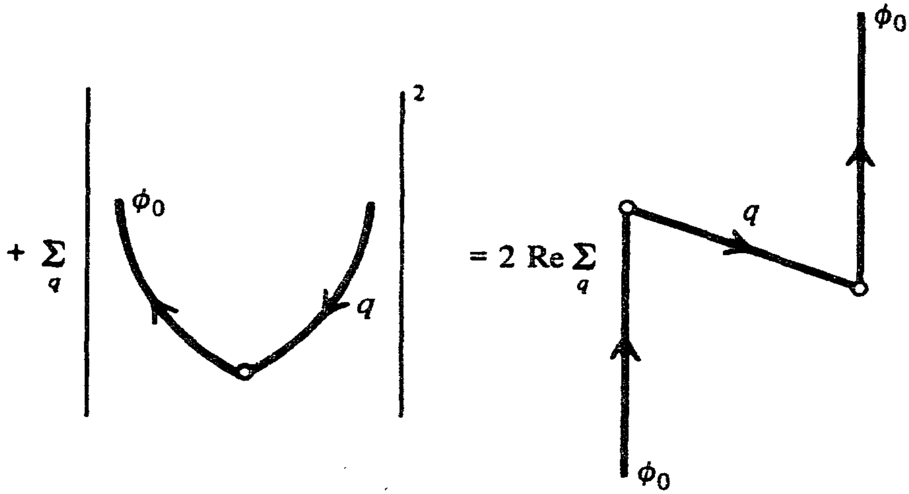

Рис. 10. Тождество для частиц со спином $\frac{1}{2}$, аналогичное показанному на рис. 4.

необходимый положительный вклад. В конечном счете все это привело к статистике Бозе.

В случае фермионов диаграмма на рис. 7,*в* дает, наоборот, *положительный* вклад в полную вероятность (это видно из рис. 10), так что теперь нам понадобится *отрицательная* добавка. На самом деле, в силу рис. 6 и 10 вклады диаграмм на рис. 7,*в* и *г* (при $p = 0$) в точности гасят друг друга, и нам остается только потребовать, чтобы вклады диаграмм на рис. 8 полностью компенсировали друг друга — тогда полная вероятность будет равна единице.

Из сказанного ясно, что амплитуды, отвечающие диаграммам, в которых два фермиона поменялись местами, должны вычитаться. Это может быть верно только при следующем условии: если в некотором состоянии имеется частица-спектатор, то вероятность появления в том же состоянии другой частицы при рождении пары *уменьшается* для фермионов; если для бозонов амплитуда увеличивалась до $1 + 1 = 2$, то для фермионов она падает до $1 - 1 = 0$. Правило состоит в том, что если имеется частица в некотором состоянии, то при рождении пары в этом состоянии не может возникнуть другая частица; присутствие частицы не позволяет произойти тому, что вы ожидали, и величина вероятности изменяется в нужную сторону. Таким образом, мы на конкретном примере продемонстрировали связь спина со статистикой и, в частности, показали, что она должна быть разной для частиц с нулевым спином и спином $\frac{1}{2}$. Мы использовали теорию относительности и квантовую механику и получили соотношения, вытекающие из уравнения Дирака. Продолжим обсуждение этих вопросов, чтобы еще яснее представить себе, почему все это происходит.

Обращение времени и античастицы

Я собираюсь сейчас сформулировать общее правило, по которому частице ставится в соответствие ее античастица. Мы уже подробно говорили, что для описания поведения античастицы достаточно рассмотреть обращенное во времени движение соответствующей частицы. Если говорить более определенно, то справедливы следующие утверждения. Предположим, у нас есть античастица в некотором начальном состоянии с импульсом $\mathbf{p}_i$, энергией E_i и спином u_i (здесь неважно, какого типа частицы рассматриваются — бозоны или фермионы). С этой античастицей могут происходить разного рода вещи. Например, если античастица обладает электрическим зарядом, она может испустить фотон с поляризацией $\mathbf{a}$, импульсом $\mathbf{Q}_a$ и энергией E_a и перейти в конечное состояние с импульсом $\mathbf{p}_f$, энергией E_f и спином u_f. Амплитуда этого процесса для античастицы *равна* амплитуде обращенного во времени процесса для частицы, которая сначала находилась в состоянии с импульсом $\mathbf{p}_f$, энергией E_f и спином $(PT)u_f$, затем поглотила фотон с поляризацией $-\mathbf{a}^*$, импульсом $\mathbf{Q}_a$ и энергией E_a и перешла в конечное состояние с импульсом $\mathbf{p}_i$, энергией E_i и спином $(PT)^{-1}u_i$ (рис. 11). Следовательно, чтобы найти амплитуду событий для частицы, достаточно подействовать преобразованием PT на события, произошедшие с античастицей. Заметим, что действие PT на состояние с импульсом $\mathbf{p}$ и энергией E дает состояние с теми же импульсом $\mathbf{p}$ и энергией E. Почему? Дело в том, что обращение времени дает состояние с импульсом $-\mathbf{p}$ и энергией E, однако пространственная инверсия изменяет знак у всех пространственных координат на противоположный и опять приводит к состоянию с импульсом $\mathbf{p}$ и энергией E. Вместе с тем преобразование PT изменяет поляризацию фотона и спиновое состояние частиц. Заметим, что в конечном состоянии одного из процессов нам пришлось применить обратное преобразование $(PT)^{-1}$. Хотя $(PT)^{-1}$ выглядит эквивалентным PT, между ними есть небольшое различие, и мы скоро убедимся в этом. Преобразование C, превращающее частицу в античастицу, эквивалентно пространственной инверсии P и обращению времени T. При этом все события развертываются в обратном порядке, например, если мы имеем дело с поляризованной по кругу световой волной с вектором поляризации, равным, скажем, $(e_x, e_y) = (1, i)$,

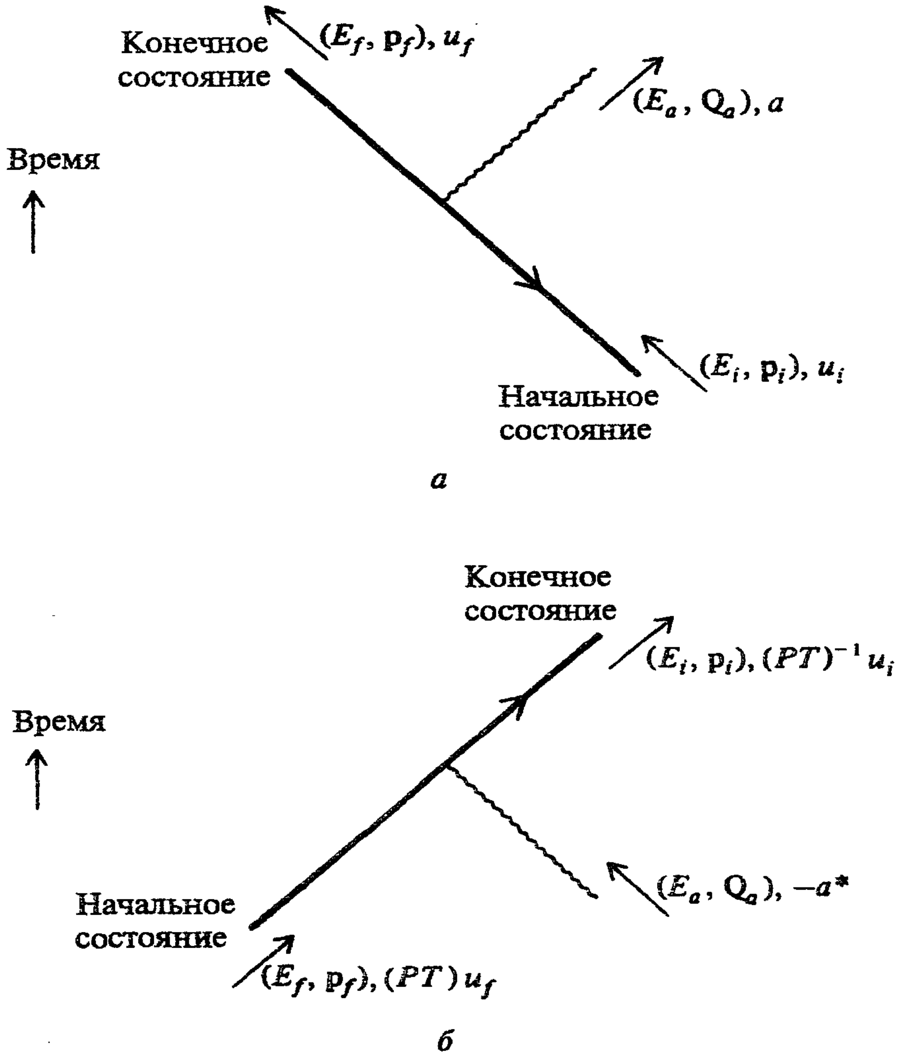

Рис. 11. Процесс для античастицы (a) и для частицы ($б$).

то при обращении времени поляризация изменится на $(e_x, e_y)^* = (1, -i)$, что отвечает изменению направления вращения электрического вектора волны на противоположное. Это значит, что $PT(e_x, e_y) = -(e_x, e_y)^*$, и так далее. $C = PT$ — и события развиваются в обратном порядке. Впрочем, я не стану вдаваться в подробности доказательства этого утверждения.

Как уже говорилось, когда мы анализировали поведение частицы, исходя из поведения соответствующей античастицы, в одном из крайних состояний на спиновую переменную действует оператор PT, тогда как в другом крайнем состоянии действует оператор $(PT)^{-1}$. Было бы удобнее, если бы в обоих крайних состояниях действовал один и тот же оператор, поскольку тогда при одинаковых состояниях u_i и u_f были бы одинаковыми и состояния $(PT)u_i$ и $(PT)u_f$. Мы воспользуемся этим фактом позднее. С операцией пространственной инверсии P не возникает трудностей, поэтому выберем фазу таким образом, чтобы $P^2 = 1$, т. е. чтобы две пространственные инверсии оставляли все без изменений. Мы собираемся показать, что для частиц со спином $\frac{1}{2}$ $T^{-1} = -T$, т. е. $TT = -1$, тогда как для частиц с нулевым спином будет $TT = +1$. Принцип Паули и статистика Ферми обязаны своим происхождением именно этой разнице в знаках, именно этому дополнительному знаку минус.

Два последовательных обращения времени

Почему так получается, что двукратное применение операции обращения времени к частице со спином $\frac{1}{2}$ изменяет ее знак на противоположный? Ответ заключается в том, что двукратное действие T эквивалентно пространственному вращению на $360°$. Если дважды поменять направление оси x на противоположное, то получится поворот на $360°$; в четырехмерном пространстве то же самое справедливо и в отношении оси t. Ниже я покажу, что это на самом деле верно (для этого мне даже не понадобится использовать какие-либо релятивистские соотношения между t и x). Как мы уже говорили, для частицы со спином $\frac{1}{2}$ поворот на $360°$ приводит к умножению на (-1), и, таким образом, $TT = -1$. Давайте покажем, что для частиц со спином $\frac{1}{2}$ действительно должно получаться $TT = -1$. В табл. 1 приведены различные состояния и показано, как они изменяются после однократного и двукратного применения операции T.

Таблица 1. Результат обращения времени для различных состояний

Состояние: $\lvert a\rangle$	Однократное обращение времени: $T\lvert a\rangle$	Двукратное обращение времени: $TT\lvert a\rangle$
$\lvert x\rangle$	$\lvert x\rangle$	$\lvert x\rangle$
$\lvert p\rangle = \sum \mathrm{e}^{ipx}\,\lvert x\rangle$	$\lvert -p\rangle = \sum \mathrm{e}^{-ipx}\,\lvert x\rangle$	$\lvert p\rangle$
$\alpha\lvert a\rangle + \beta\lvert b\rangle$	$\alpha^* T\lvert a\rangle + \beta^* T\lvert b\rangle$	$\alpha TT\lvert a\rangle + \beta TT\lvert b\rangle$
Состояния с целочисленным спином		
$\lvert j, m=0\rangle$	$\mathrm{e}^{i\phi}\,\lvert j, m=0\rangle$	$\mathrm{e}^{i\phi}(\mathrm{e}^{-i\phi}\,\lvert j, m=0\rangle) = \lvert j, m=0\rangle$
Состояния со спином $\frac{1}{2}$		
$\lvert +z\rangle$	$\lvert -z\rangle$	$-\lvert +z\rangle$
$\lvert -z\rangle$	$-\lvert +z\rangle$	$-\lvert -z\rangle$
$\lvert +x\rangle = (\lvert +z\rangle + \lvert -z\rangle)/\sqrt{2}$	$(\lvert -z\rangle - \lvert +z\rangle)/\sqrt{2} = -\lvert -x\rangle$	$-\lvert +x\rangle$
$\lvert -x\rangle = (\lvert +z\rangle - \lvert -z\rangle)/\sqrt{2}$	$(\lvert -z\rangle + \lvert +z\rangle)/\sqrt{2} = \lvert +x\rangle$	$-\lvert -x\rangle$

Первое состояние — это состояние, в котором частица находится в точке x; с использованием дираковских обозначений оно записывается в виде $|x\rangle$. Между символами «$|$» и «$>$» находится индекс состояния или любой другой символ, обозначающий состояние; в данном случае это координата точки x, в которой находится частица. Состояние частицы после обращения времени будет иметь вид $T|x\rangle = |x\rangle$, т. е. ничего не произойдет, и частица останется на том же месте. С другой стороны, обращение времени для частицы в состоянии с импульсом $|p\rangle$ переведет ее в состояние с импульсом $-p$; повторное обращение времени вернет частицу обратно в состояние $|p\rangle$.

Анализ состояния $|p\rangle$ показывает, что T является так называемой антиунитарной операцией. Состояние $|p\rangle$ можно представить в виде линейной комбинации, в которую состояния $|x\rangle$ для различных положений частицы входят с различными фазами. Чтобы получить состояние $|-p\rangle$, достаточно взять то же разложение $T|x\rangle = |x\rangle$, в которое, однако, состояния входят с комплексно сопряженными фазовыми множителями. Следовательно, в общем случае $T[\alpha|a\rangle + \beta|b\rangle] = \alpha^* T|a\rangle + \beta^* T|b\rangle$, т. е. при действии любого антиунитарного оператора вы должны сразу же заменить коэффициенты на их комплексно сопряженные. Разумеется, при повторном применении T вам опять понадобится вычислять комплексно сопряженные коэффициенты, но если вы разбираетесь в алгебре, то знаете, что это будет пустой тратой времени. Смотрите, что теперь получается. Состояние $TT|a\rangle$ было бы физически эквивалентным состоянию $|a\rangle$, если бы не эта дьявольская квантовая механика, из-за которой вечно получается путаница с фазами. В соответствии со сказанным $TT|a\rangle =$ фазовый множитель $|a\rangle$, причем этот множитель будет одинаковым для всех состояний, которые могут быть наложены на состояние $|a\rangle$, и, таким образом, действие оператора TT не изменит результата интерференции состояний. Состояния с нулевым спином и спином $\frac{1}{2}$ не могут быть наложены друг на друга, поскольку между этими типами состояний есть фундаментальные различия; следовательно, суммарное изменение фазы в результате действия оператора TT может быть различным.

Сейчас мы собираемся использовать следующий факт: если у нас есть состояние с некоторым угловым моментом $|j,m\rangle$, то $T|j,m\rangle =$ фазовый множитель $|j,-m\rangle$. Для углового момента все должно выглядеть следующим образом: если объект вращается, то обращение времени даст тот же объект, вращающийся в противоположном направлении. Например, поскольку T действует как $\mathbf{r} \to \mathbf{r}$ и $\mathbf{p} \to -\mathbf{p}$, то для углового момента $\mathbf{L} = \mathbf{r} \wedge \mathbf{p}$ будет $T\mathbf{L} \to -\mathbf{L}$, т. е. действие оператора T изменяет угловой момент на противоположный.

Рассмотрим состояния с целочисленным спином. Среди них имеется состояние с нулевым угловым моментом, а именно $|j, m = 0\rangle$. Однократное применение оператора T к этому состоянию дает то же состояние $|j, m = 0\rangle$ с некоторым фазовым множителем, повторное же применение T вернет состояние к исходному $|j, m = 0\rangle$ в силу антиунитарности T. Таким образом, поскольку фаза должна быть одинаковой для всех интерферирующих состояний, то $TT = +1$ для состояний с целочисленным спином.

Чтобы разобраться в том, что происходит с полуцелым спином, рассмотрим простейший случай, когда спин равен $\frac{1}{2}$. Попробуем заполнить нашу таблицу для четырех специальных случаев: спин направлен параллельно оси z в прямом и в обратном направлениях, $|+z\rangle$, $|-z\rangle$, спин направлен параллельно оси x в прямом и в обратном направлениях: $|+x\rangle$, $|-x\rangle$. Элементарная теория спина объясняет нам, как два последних случая можно выразить через базисные состояния $|+z\rangle$ и $|-z\rangle$: состояние $|+x\rangle$ является результатом сложения базисных состояний в фазе, а $|-x\rangle$ — в противофазе. Физически обращение времени переводит состояние $|+z\rangle$ в состояние $|-z\rangle$, и наоборот. Точно так же при обращении времени из состояния $|+x\rangle$ должно получиться состояние $|-x\rangle$ с точностью до фазового множителя.

Для первой ячейки в таблице $T|+z\rangle$ с точностью до фазового множителя у нас должно получиться $|-z\rangle$. Легко проверить, что эта фаза может выбираться произвольно, и мы напишем $T|+z\rangle = |-z\rangle$. Далее, $T|-z\rangle$ должно быть равно $|+z\rangle$ с некоторым фазовым множителем. Мы не можем записать результат просто в виде $|+z\rangle$, поскольку при действии T на состояние $|+x\rangle$, которое является результатом синфазного сложения $|+z\rangle$ и $|-z\rangle$, вместо противофазного состояния $|-x\rangle$, умноженного на некоторое число, получилось бы опять синфазное состояние $|+x\rangle$, что лишено физического смысла. Чтобы произошло требуемое изменение фазы, мы *обязаны* положить $T|-z\rangle = -|+z\rangle$, т. е. взять противоположную по сравнению с $T|+z\rangle$ фазу. Значит, $T(T|+z\rangle) = T|-z\rangle = -|+z\rangle$, и мы можем заполнить оставшиеся ячейки в таблице. Таким образом, $TT = -1$ для спина $\frac{1}{2}$, и обращение времени всегда приводит к иному физическому состоянию; как легко показать, это справедливо для любого полуцелого спина j. Используя этот факт совместно с результатом для частиц с целочисленным спином, получаем, что TT эквивалентно полному повороту: $TT = 360°$.

Мы наконец подошли к вопросу о знаке петли для частиц со спином $\frac{1}{2}$. Вы, наверное, еще помните, что в релятивистской квантовой теории потенциал приводит к рождению пар, поэтому вероятность того, что вакуумное состояние (т. е. состояние, в котором нет частиц) остается вакуумным, должна быть меньше единицы. Запишем амплитуду перехода из вакуумного состояния опять в вакуумное состояние в виде $1+X$, где X — вклад всех замкнутых петель, показанных на рис. 6 справа. Величина X должна давать отрицательный вклад в вероятность того, что вакуумное состояние остается вакуумным; это следует из тождества на рис. 6, поскольку выражение в его левой части строго отрицательно.

Рассмотрим петли, дающие вклад в X. Петля образуется электроном, который выходит из состояния, описываемого, скажем, дираковской волновой функцией u, обходит петлю и возвращается в то же физическое состояние u; мы же должны вычислить след получающегося произведения матриц, просуммировав диагональные элементы. Но здесь имеется одна тонкость: конечное физическое состояние могло оказаться повернутым на 360°, и мы действительно сталкиваемся с таким поворотом (или с эквивалентным ему преобразованием TT). Из какой бы системы отсчета вы ни наблюдали этот процесс, на определенном этапе электрон превратится в движущийся вспять во времени позитрон (одно T), а затем превратится снова в электрон, движущийся вперед во времени (второе T); таким образом, обойдя петлю, вы в конце концов придете к состоянию TTu (рис. 12).

Такой же оператор TT будет действовать и в случае бозонов (нулевой спин), однако при этом $TT = +1$, так что здесь не возникнет никаких проблем. С бозонами все получается; вычисление для X дает отрицательный вклад. Однако для спина $\frac{1}{2}$, как мы только что показали, появляется дополнительный знак минус. Следовательно, чтобы обеспечить выполнение тождества на рис. 6, т. е. чтобы вклад X приводил к отрицательной добавке к вероятности, необходимо ввести дополнительное правило для частиц с полуцелым спином, а имен-

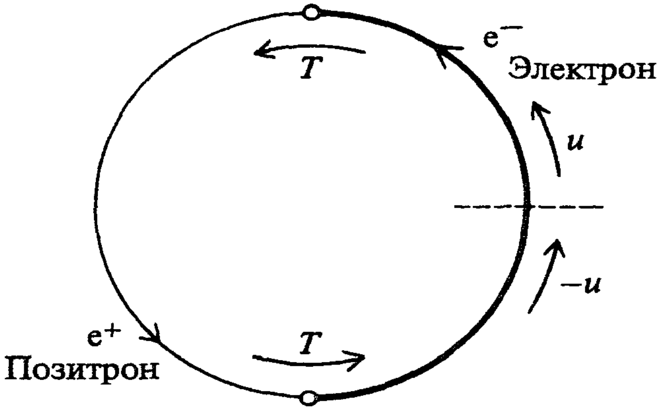

Рис. 12. Петля для пары частица-античастица; показаны две операции обращения времени.

но, вычисляя вклад каждой одиночной петли, мы должны поставить еще один знак минус, чтобы компенсировать знак минус, который появляется из-за $TT = -1$. Если мы этого не сделаем, то не сможем правильно вычислить вероятность и не получим последовательной теории частиц со спином $\frac{1}{2}$. Этот дополнительный знак минус связан со статистикой Ферми.

Статистика Ферми для частиц со спином $\frac{1}{2}$ обусловлена общим правилом, согласно которому вы должны умножать результат для каждой замкнутой петли на -1 (см. рис. 9). Случаи, изображенные на рис. 9,*а* и *б*, различаются знаком минус, поскольку на рис. 9,*а* имеется две петли, тогда как на рис. 9,*б* — только одна. Таким образом, рис. 9 говорит о том, что, поменяв две частицы местами, вы должны поставить знак минус, а это и есть статистика Ферми!

Магнитные монополи, спин и статистика Ферми

Чтобы сделать еще более ясным соотношение между свойствами частиц по отношению к пространственным поворотам и их статистикой, мне бы хотелось привести в качестве примера объект со спином $\frac{1}{2}$, причем нам удастся выяснить, откуда у этого объекта берется угловой момент. Предположим, у нас имеется система из магнитного монополя и электрического заряда (рис. 13). Магнитный монополь был придуман Дираком, поэтому здесь будет уместно сказать о нем несколько слов. Подобно тому, как электрический заряд является источником электрического поля, магнитный монополь является источником магнитного поля. Хотя никто никогда не видел магнитного монополя, его легко себе представить. Если бы у вас был очень длинный стержневой магнит, то магнитное поле вблизи полюса та-

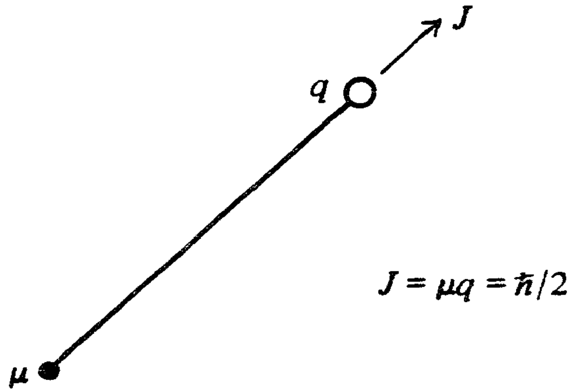

Рис. 13. Система из магнитного монополя μ и электрического заряда q.

кого магнита напоминало бы поле монополя, поскольку другой полюс находился бы очень далеко.

И все же представим себе, что у нас имеется магнитный монополь с магнитным зарядом μ в присутствии обычного электрического заряда q. Будем считать, что обе частицы имеют нулевой спин, так что нам не придется учитывать их собственный угловой момент. Поскольку каждая из частиц находится в поле, создаваемом другой частицей, мы можем построить вектор Пойнтинга $\mathbf{E} \wedge \mathbf{B}$ по обычным правилам. Интегрирование вектора Пойнтинга по объему дает импульс. Если проделать необходимые вычисления, то окажется, что наша система из двух частиц обладает угловым моментом (направленным вдоль прямой, соединяющей заряд и монополь), причем его величина не зависит от расстояния между частицами. Угловой момент можно вычислить различными способами, и я оставлю это в качестве упражнения. Оказывается, что он равен μq*.

В квантовой механике угловой момент квантуется. Как известно, разрешенные значения углового момента должны быть кратны $(1/2)\hbar$. Примем момент равным наименьшей разрешенной величине, т.е. положим $\mu q = (1/2)\hbar$. Таким образом, мы своими руками создали объект со спином $\frac{1}{2}$. Теперь мы должны убедиться в том, что поворот на $360°$ изменяет фазовый множитель на (-1); посмотрим, так ли это.

Допустим, что магнитный монополь закреплен, а электрический заряд совершает вокруг него оборот на $360°$ (рис. 14). Существует

---

* По-видимому, один из самых простых способов вычислить угловой момент состоит в том, чтобы найти момент силы, необходимый для вращения оси (т.е. линии, соединяющей заряд и монополь) с угловой скоростью ω, при которой электрон будет двигаться по кругу с монополем, в центре. Сила, разумеется, возникает из-за движения электрона в магнитном поле монополя.

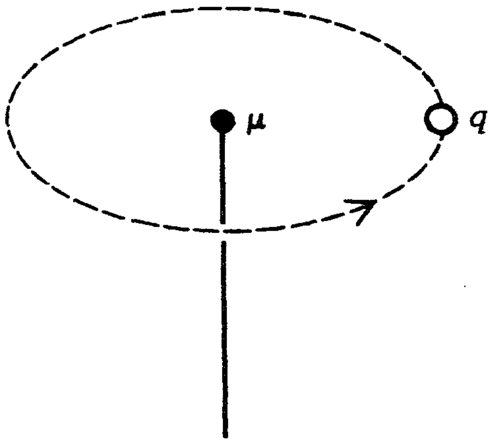

Рис. 14. Поворот заряда q на 360° вокруг магнитного монополя.

известная теорема, которая утверждает следующее: если электрический заряд q движется в магнитном поле, то изменение фазы описывается множителем $\exp(\mathrm{i}\, q \int \mathbf{A} \cdot d\mathbf{x}/\hbar)$, где $\int \mathbf{A} \cdot d\mathbf{x}$ — криволинейный интеграл от векторного потенциала **A** вдоль траектории электрического заряда. (Эта теорема упомянута для устрашения!) В данном случае интеграл вычисляется по замкнутой окружности. Используя основы векторного анализа, преобразуем криволинейный интеграл от **A** по замкнутому контуру в поверхностный интеграл от магнитного поля **B** по натянутой на этот контур поверхности. Допустим, я преобразовал наш криволинейный интеграл в интеграл от **B** по верхней полусфере. Поверхностный интеграл от **B** есть просто поток через данную поверхность. Величина полного потока магнитного поля монополя есть $4\pi\mu$, т. е. интеграл от **B** по сфере, окружающей монополь, будет равен $4\pi\mu$. Здесь же мы интегрируем по полусфере, поэтому результат вдвое меньше, т. е. $2\pi\mu$. Изменение полной фазы будет определяться фактором $\exp(2\pi \mathrm{i}\mu q/\hbar)$; подставив сюда $\mu q = (1/2)\hbar$, получим, что $\exp(\mathrm{i}\pi) = -1$, т. е. здесь все абсолютно правильно.

Сейчас я должен сделать небольшое отступление. Мы вплотную подошли к одному факту, который в свое время был доказан Дираком, а именно: если бы во всей Вселенной существовал хотя бы один монополь, то величина электрического заряда квантовалась бы. Доказательство состоит примерно в следующем. Если бы мы интегрировали не по верхней, а по нижней полусфере, то получили бы тот же самый результат. Однако в этом случае ориентация поверхности была бы противоположной по отношению к направлению обхода контура, и фазовый множитель был бы равен $\exp(-\mathrm{i}\pi)$, что, впрочем, дало бы тот же результат (-1). Но заметьте, если бы заряд q не квантовался и не был кратен $\hbar/2\mu$, то интегрирование по этим двум поверхностям дало бы различные результаты, и мы пришли бы к противоречию. Следовательно, существование магнитных монополей влечет квантование заряда. Судя по всему, заряд на самом деле квантуется, и на этом основании кое-кто верит в существование магнитных монополей.

Предположим теперь, что у нас есть две такие составные частицы, каждая из которых обладает как электрическим, так и магнитным зарядом. Обозначим первую частицу через A, а вторую частицу, тождественную первой — через B. Пусть в исходном состоянии частица A находится в точке x, а частица B — в точке y (обе частицы считаются одинаково ориентированными). Что случится, если мы поменяем эти частицы местами? Давайте посмотрим.

На рис. 15,*а* показано, как частицы меняются местами. Мы собираемся определить изменение фазы в результате этой процедуры. Причина изменения фазы обусловлена движением электрического заряда частицы A вокруг магнитного заряда частицы B и движением электрического заряда частицы B вокруг магнитного заряда частицы A. (Взаимное расположение электрического и магнитного зарядов внутри каждой из частиц не изменяется.) Для частицы B перестановка выглядит

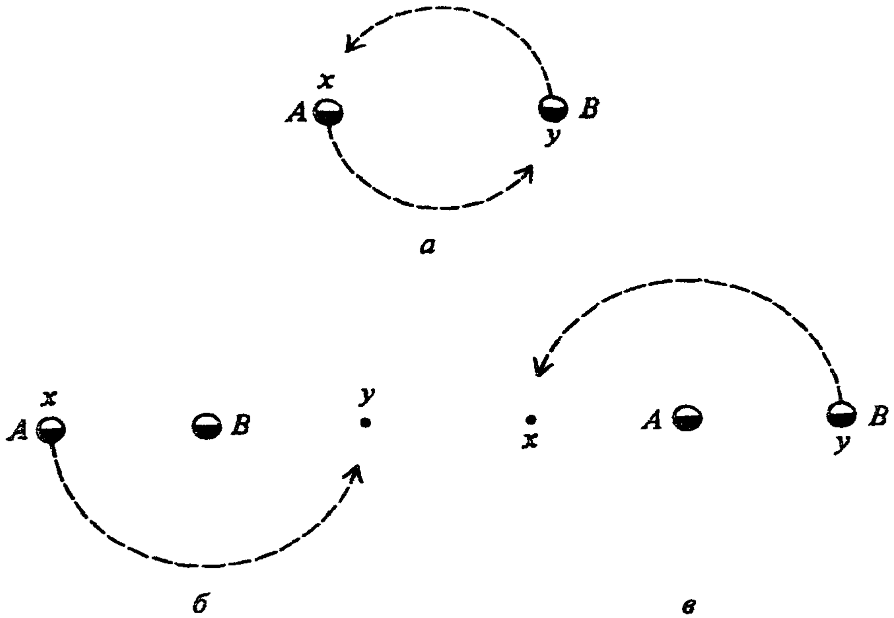

Рис. 15. Перестановка частиц, состоящих из электрического и магнитного зарядов.

так, как показано на рис. 15,*б*, тогда как для частицы A она выглядит, как на рис. 15,*в*. Каждое из этих относительных перемещений приводит к появлению фазового множителя $\exp(\mathrm{i}\,q\int \mathbf{A}\cdot d\mathbf{x}/\hbar)$. Поскольку A поворачивается на 180° вокруг B, а B, в свою очередь, поворачивается на 180° вокруг A, то мы имеем дело с вращением на 360°. Для вычисления изменения фазы посмотрим на контуры, вдоль которых выполняется интегрирование:

на рис. 15,*б* интеграл вычисляется вдоль контура от точки x до точки y, а на рис. 15,*в* — от точки y до точки x. Эти интегралы дают в сумме криволинейный интеграл по замкнутому контуру вокруг монополя — такой же результат получается и при повороте на 360°. Как мы уже видели, в этом случае появляется множитель (-1). Разумеется, именно этого и следовало ожидать для статистики Ферми: множитель (-1) появляется всякий раз при перестановке частиц со спином $\frac{1}{2}$. (Мы считали, что составные частицы, т. е. заряд и монополь имеют нулевой спин и подчиняются статистике Бозе.)

Заключение

Мы уделяли большое внимание деталям, однако значение имеют только основные идеи. Напомним, в чем они состоят. Если потребовать, чтобы частицы могли обладать только положительными энергиями, то их траектории будут выходить за пределы светового конуса в область абсолютно удаленного. Если наблюдать за такими частицами из другой системы отсчета, то будет казаться, что они движутся вспять во времени: это античастицы. То, что одному наблюдателю представляет-

Ричард Фейнман, выступающий с лекцией на Дираковских чтениях.

ся частицей, другому наблюдателю кажется античастицей. Затем, опираясь на тот факт, что вероятность достоверного события равна единице, мы обнаружили, что дополнительные диаграммы, возникающие из-за существования античастиц и рождения пар, приводят к статистике Бозе для частиц без спина. Когда же мы попытались использовать тот же подход для частиц с полуцелым спином, то увидели, что, переставив частицы, мы получаем знак минус, т. е. они подчиняются статистике Ферми. Общее правило состояло в том, что двукратное обращение времени эквивалентно повороту на 360°. Это позволило нам найти связь спина со статистикой и привело к принципу Паули для частиц со спином $\frac{1}{2}$. Именно в этом основная суть; все остальное — только иллюстрации.

Вот, собственно, и все, о чем я собирался рассказать в этой лекции. И все же из бесед с вами у меня родилась мысль добавить несколько замечаний, позволяющих сделать связь спина со статистикой еще более ясной и понятной. Результат для системы электрического заряда и монополя мы получили как следствие поворота на 360°: для этого нам не потребовалось проводить релятивистского анализа последствий двукратного обращения времени. Такой подход можно сделать еще более общим. Мы видели, что статистика Бозе непосредственно следует из того факта, что квантовомеханические амплитуды, отвечающие различным альтернативам процесса, складываются. А что будет в случае частиц Ферми?

Мы уже отмечали, что со знаком амплитуды для частиц с полуцелым спином может возникнуть путаница, поскольку можно не заметить, как система повернулась на 360°.

Попробуем сформулировать общее правило, связывающее спин и статистику для частиц обоих сортов, а именно: *если две частицы меняются местами, то изменение волновой функции будет таким же, как если бы систему координат, связанную с одной из частиц, повернули на* 360° *относительно системы координат, связанной с другой частицей.* Почему это так? Да потому, что перестановка частиц как раз и означает относительный поворот системы координат!

Рассматривая систему электрического и магнитного зарядов, мы видели, что при перестановке частиц A и B (по непересекающимся траекториям) частице A кажется, что B обходит вокруг нее на 180°, а частице B — что вокруг нее обходит частица A на те же 180° и в том же направлении; общий поворот при этом составляет 360°.

Чтобы проверить справедливость сказанного в общем случае, представим себе (здесь мы используем идею, предложенную Давидом

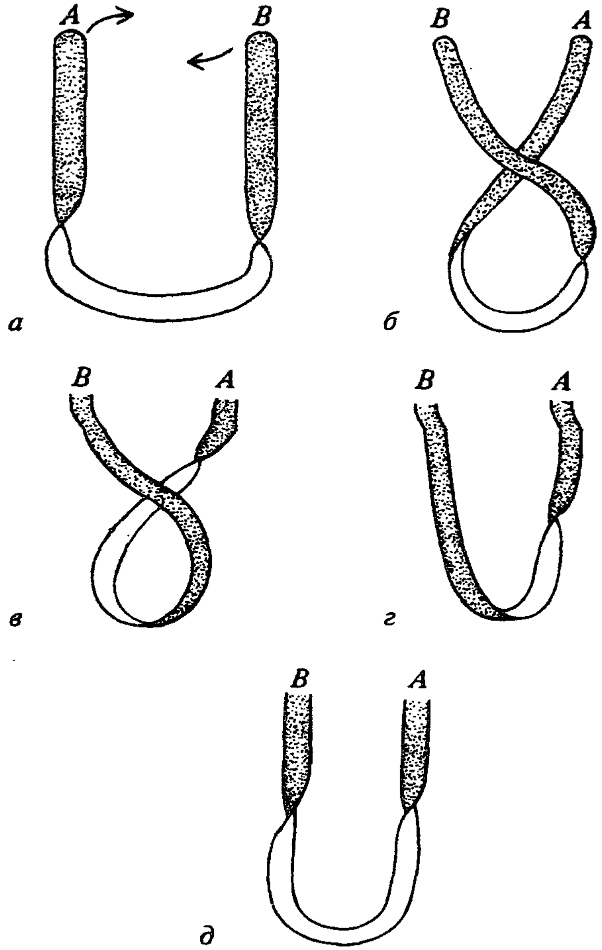

Рис. 16. На серии рисунков *а* — *д* концы ленты меняются местами. Обратите внимание на то, что перегиб ленты в правой части рис. *д* ориентирован в обратном направлении по отношению к соответствующему перегибу на рис. *а*. Чтобы вернуться к исходному состоянию, требуется дополнительно повернуть ленту справа относительно вертикальной оси на 360°.

Финкельштейном), что к одним и тем же точкам предметов A и B прикреплена лента, связывающая их между собой. Мы сможем убедиться в том, что системы отсчета повернулись относительно друг друга, когда обнаружим на ленте перегиб на 360° (если A и B поменять местами, то пространственное расположение ленты будет похоже на начальное). Вполне очевидно, что перестановка предметов (каждый предмет перемещается с сохранением начальной ориентации, без вращения) приводит как раз к такому перегибу ленты (рис. 16).

Поскольку перестановка фактически означает поворот одного предмета относительно другого на 360°, то при перестановке частиц с полуцелым спином мы вправе ожидать появления множителя (−1), который обусловлен этим поворотом.

НА ПУТИ К ОКОНЧАТЕЛЬНЫМ ФИЗИЧЕСКИМ ЗАКОНАМ

Стивен Вайнберг

Я чрезвычайно признателен Колледжу Сент Джон и математическому факультету Кембриджского университета за приглашение выступить с лекцией на Дираковских чтениях. Дирак стал моим кумиром, когда я еще студентом узнал о его замечательных достижениях. Впоследствии мне посчастливилось несколько раз встретиться с Дираком лично. Я до сих пор испытываю благоговение перед ним. Выступление с лекцией в память о таком замечательном человеке ко многому обязывает. Планируя свое выступление, я чувствовал, что здесь уместно говорить только о чем-то очень значительном. По-видимому, было бы недостаточно сооб-

Стивен Вайнберг, выступающий с лекцией на Дираковских чтениях.

щить о небольшом открытии в области физики элементарных частиц, которое мы сделали на прошлой неделе. Я не стану углубляться в детали и расскажу о том, что представляется самым важным для людей, работающих в моей области, а именно о том, как будут выглядеть окончательные физические законы.

Конечно, мне бы очень хотелось почтить память Дирака, показав вам плакат, на котором были бы написаны окончательные законы физики, но я пока не в состоянии этого сделать. Тема моего выступления гораздо скромнее. Она будет звучать так: «Можем ли мы найти в современной физике какой-либо намек на то, как будет выглядеть окончательная фундаментальная теория, которую мы когда-нибудь построим?».

Прежде всего, позвольте мне сказать, что́ я понимаю под окончательной фундаментальной теорией. На протяжении нескольких последних столетий ученые находили объяснения явлениям окружающего мира, шаг за шагом продвигались от масштабов повседневной жизни ко все более микроскопическим. На этом пути множество старых вопросов — почему небо голубое, почему вода мокрая, и т. п. — нашли свое объяснение на основании свойств атомов и света. В свою очередь, свойства атомов удалось объяснить, исходя из свойств того, что мы называем элементарными частицами: кварков, лептонов, калибровочных бозонов и некоторых других. Развитию науки всегда сопутствовало стремление к простоте. Сказанное не означает, что математический аппарат со временем становится проще или что число элементарных частиц должно с каждым годом уменьшаться. Скорее, это говорит о том, что основные принципы теории становятся со временем логически более согласованными между собой и кажутся более неизбежными. Мой коллега из Техаса Джон Уилер считает, что, открыв окончательные физические законы, мы будем поражены тем, что они не были очевидны нам с самого начала. Как бы там ни было, наша задача заключается в том, чтобы продолжать поиски простых физических принципов, которые выглядели бы максимально убедительными и из которых мы в принципе смогли бы вывести все, что известно из современной физики.

Я не знаю, достигнем ли мы когда-нибудь этой цели; на самом деле у меня даже нет уверенности в том, что существует такая вещь, как набор окончательных фундаментальных физических законов. И все же я совершенно уверен, что эти поиски не пропадут для нас даром, как не пропал даром поиск семи золотых городов для испанских конквистадоров, впервые отправившихся на север из центральной Мексики. Они не нашли городов, зато им открылись другие полезные вещи, например Техас.

Позвольте мне теперь пояснить, что́ я *не считаю* фундаментальными физическими законами. Я не думаю, что традиционным областям физики угрожает опасность быть замененными некоторой окончательной версией теории элементарных частиц. Мне кажется, что термодинамика может послужить хорошим примером. Сегодня мы уже многое знаем о молекулах воды. Допустим, когда-нибудь мы узнаем все, что о них в принципе можно узнать; предположим, мы будем обладать безграничными вычислительными ресурсами, и у нас будут компьютеры, способные рассчитать траекторию движения каждой молекулы в стакане воды. (Скорее всего, этого никогда не случится, но мы все же допустим такую возможность.) Даже если мы будем в состоянии описать поведение каждой молекулы в стакане воды, однако в кипах компьютерных распечаток мы не обнаружим интересующих нас свойств воды, таких как температура и энтропия. Эти свойства имеют смысл только в пределах термодинамической теории, которая оперирует понятием теплоты, не сводя его к свойствам элементарных частиц или молекул.

Сегодня нет никаких сомнений в том, что своими законами термодинамика в конечном счете обязана свойствам вещества в малом, на элементарном уровне. (Если вы читали, например, биографию Больцмана, то, вероятно, знаете, что в начале века это мнение считалось ошибочным.) Сегодня нет сомнений в том, что законы термодинамики вытекают из более глубоких, фундаментальных принципов физики. Тем не менее термодинамика будет существовать и дальше на правах одного из разделов физики.

Сказанное справедливо и в отношении других, более актуальных сегодня областей науки, например теории конденсированного состояния и теории хаоса. В еще большей степени сказанное справедливо в отношении наук за пределами физики; в особенности это касается астрономии и биологии, для которых важен элемент преемственности.

Я не утверждаю, что теория элементарных частиц является самым важным разделом физики. Я только пытаюсь сказать, что из-за связи с фундаментальными законами природы теория элементарных частиц имеет особое значение, пусть даже ей не всегда сразу удается найти практическое применение. Об этом стоит вспоминать, когда ученые, занимающиеся физикой элементарных частиц, обращаются за финансовой поддержкой для продолжения экспериментальных исследований.

Я занимаю сейчас несколько оборонительную позицию, поскольку существует одно скверное словечко, которым называют всех, кто говорит о фундаментальных физических законах. Их называют редукционистами. Разумеется, верно, что наивный редукционизм может иметь ужасные последствия, особенно в сфере общественных наук. Но есть одно обстоятельство, из-за которого, я полагаю, не стоит спорить о достоинствах и недостатках редукционизма — сегодня мы все редукционисты. Представляю, с каким недоверием отнесся бы в наши дни химик к любому объяснению химического сродства, которое не могло хотя бы в принципе быть выведено из свойств молекул.

В подобном отношении к проблеме есть нечто древнее, восходящее к досократовским временам. Реальная надежда найти небольшое количество простых принципов, лежащих в основе всей физики, возникла всего 60 лет тому назад и обязана своим появлением великому перевороту в науке — созданию теории, которой Поль Дирак придал завершенную форму и которая известна как квантовая механика.

Когда я готовил эту лекцию, мне сказали, что она должна быть рассчитана на студентов, прослушавших вводный курс квантовой механики. Допуская, что не все присутствующие здесь удовлетворяют этому критерию, я приготовил для вас двухминутный курс квантовой теории. Мне необходимо уложиться в эти две минуты, поэтому я рассмотрю очень простую систему — обычную монету. Отвлекаясь от проблем, связанных с ее движением, будем интересоваться единственным вопросом — что выпадает, «орел» или «решка». При классическом описании состояние может быть либо орлом, либо решкой; классическая теория отвечает на этот вопрос, когда монета перескакивает из одного состояния в другое. В квантовой механике состояние монеты нельзя описать, просто сказав, что оно есть орел или решка; для его описания потребуется ввести вектор, называемый вектором состояния. Вектор состояния существует в двумерном пространстве с координатными осями, помеченными в соответствии с двумя возможными состояниями — орел и решка (рис. 1). Может оказаться, что вектор состояния направлен вдоль

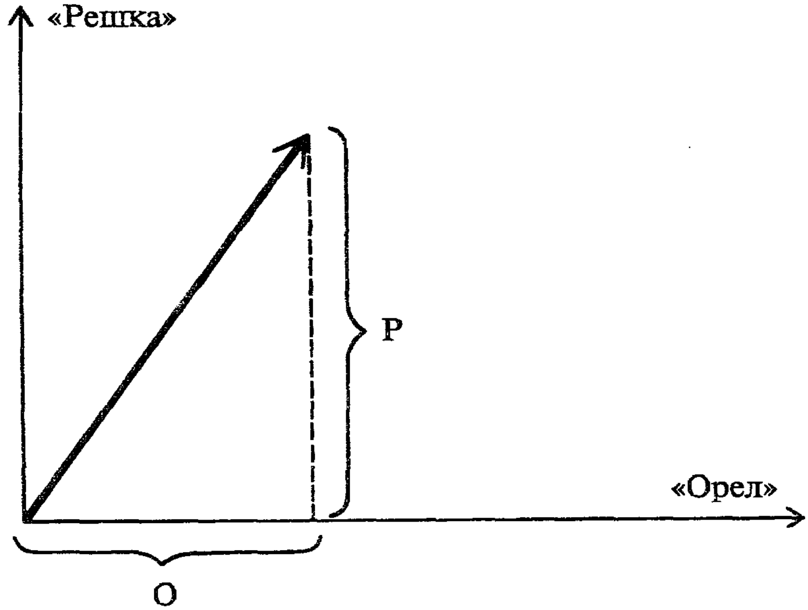

Рис. 1. Монета как пример простейшей квантовомеханической системы. Вероятность выпадения «орла» O^2, вероятность «решки» P^2, так что $O^2 + P^2 = 1$. Длина вектора состояния $\sqrt{O^2 + P^2} = 1$.

оси «решка», и тогда вы скажете, что монета определенно находится в состоянии «решка»; если же вектор состояния направлен вдоль оси «орел», то вы скажете, что монета определенно находится в состоянии «орел». В классической механике имеются только два возможных исхода. Однако в квантовой механике вектор состояния может указывать в любом промежуточном направлении. Если этот вектор указывает в промежуточном направлении, то монета определенно не находится ни в состоянии «орел», ни в состоянии «решка». Однако, взглянув на монету, вы застанете ее в одном из этих двух состояний. Другими словами, в результате измерения реализуется одна из двух возможностей — «орел» или «решка». Когда вы проводите измерение с целью выяснить, находится ли монета в состоянии «орел» или «решка», она будет оказываться в том или ином состоянии с вероятностью, зависящей от величины угла, под которым вектор состояния был ориентирован до измерений.

Вектор состояния можно задать, определив его компоненты, одну из которых я буду называть О («орел»), а другую — Р («решка») (см. рис. 1). Величины О и Р называются амплитудами вероятности. Вероятность обнаружить монету в состоянии «орел» равна квадрату величины О, а вероятность получить решку — квадрату другой амплитуды — Р. Теорема Пифагора говорит о том, что сумма квадратов этих амплитуд равна квадрату длины вектора состояния. Вам также известно, что сумма вероятностей всех возможных исходов события должна равняться единице. Это означает, что сумма квадратов амплитуд должна быть равна единице, и, следовательно, квадрат длины нашего вектора тоже равен единице. Другими словами, вектор состояния должен иметь единичную длину.

Таким образом, в квантовой механике система описывается вектором состояния единичной длины, а вероятность получить в результате эксперимента тот или иной результат дается квадратом соответствующей компоненты этого вектора. Динамика такой системы описывается законом, в соответствии с которым вектор состояния изменяет свою ориентацию со временем. Правило, гласящее, что в определенный момент вектор состояния повернется на определенный угол, и есть динамическое описание системы. Выходит, что такое описание носит абсолютно детерминированный характер. Временна́я эволюция вектора состояния при этом полностью предопределена, а неопределенность возникает лишь при попытке узнать, в каком именно состоянии находится система.

Вот и все, что касается квантовой механики. Разумеется, для реальных систем дело обстоит намного сложнее. Например, наша монета занимает какое-то положение в пространстве, и, следовательно, вектор состояния на самом деле находится в пространстве большего числа измерений, причем каждому возможному положению монеты в пространстве будет отвечать свое направление вектора состояния. Определяя положение монеты, вы будете получать значения координат с вероятностями, равными квадратам соответствующих компонент вектора состояния. Обычно приходится иметь дело с комплексными (т. е. невещественными) бесконечномерными пространствами. Тем не менее, приведенного примера вполне достаточно для наших целей.

Сохранится ли квантовая механика после создания в будущем окончательной физической теории? Я думаю, что да, отчасти из-за огромных успехов квантовой механики на протяжении последних шестидесяти лет, но в еще большей степени из-за ощущения фатальной неизбежности, которое эта теория у нас вызывает.

Весьма примечательно, что среди описанных попыток провести количественную проверку устоявшихся теорий, например, теории относительности, теорий электрослабого и сильного взаимодействий, в литературе очень редко можно встретить упоминание об экспериментах по количественной проверке квантовой механики*. Причина в том, что для количественной проверки теории необходима более общая теория, в которую проверяемая входила бы как частный случай. Тогда вы сможете поинтересоваться, что предсказывает эта более общая теория, а затем посмотреть, согласуются ли опытные данные с теоретическими предсказаниями и с предсказаниями частной теории, которую вы проверяете. В настоящее время мы в состоянии найти обобщение теории гравитации и теории электрослабого взаимодействия. Эти обобщения не очень-то изящны, и в этом одна из причин, по которым мы верим общей теории относительности и тео-

---

* Известны убедительные опыты по количественной проверке *классической* механики, например, эксперименты А. Аспекта по измерению спиновых корреляций. (Речь идет о статье *A. Aspect, J. Dalibard, and G. Roger*. Phys. Rev. Lett., 49 (1982). — *Прим. перев.*) Как было показано Беллом, классические представления приводят к некоторому неравенству для этих корреляций, которое может нарушаться в квантовомеханической области. Нарушение неравенства, обнаруженное в этих экспериментах, показало, что законы классической механики неприменимы для описания спиновых корреляций, однако это позволило проверить саму квантовую теорию с точностью только порядка 1%.

рии электрослабого взаимодействия. Тем не менее, эти обобщения могут принести пользу, если рассматривать их в качестве воображаемого противника, которого мы должны нокаутировать при проверке общей теории относительности и теории электрослабого взаимодействия.

Мне не известно ни одного обобщения квантовой механики, которое имело бы смысл. Другими словами, я не знаю более общей и логически замкнутой теории, которая содержала бы квантовую механику в качестве частного случая. Обычные трудности при попытке обобщить квантовую механику заключаются в том, что либо полная вероятность не получается равной единице, либо возникают отрицательные вероятности. Вам это может показаться странным, но я думаю, что все-таки будет полезно найти более общую теорию, чем квантовая механика, и тем самым открыть новые горизонты для экспериментаторов. Если же это не удастся, то, полагаю, вы согласитесь, квантовая механика наберет еще больше очков по рейтингу фатальной неизбежности.

Но одной квантовой механики недостаточно, поскольку она не является динамической теорией как таковой. Это всего лишь пустая сцена. Вам придется ввести актеров, т. е. определить конфигурационное пространство — комплексное пространство бесконечной размерности, а также задать динамические правила, по которым вектор состояния изменяется со временем в этом пространстве.

Многие из нас приходят к мысли, что недостающим звеном квантовой механики является один или несколько принципов симметрии. Принцип симметрии — это утверждение, что существуют различные возможности изменить способ описания явления природы, при котором фактически изменяется направление вектора состояния, но остаются неизменными правила, определяющие изменение вектора состояния со временем. Полный набор таких способов изменения точки зрения называется группой симметрии природы. Постепенно приходит понимание того, что группы симметрии — это самое важное, что мы сегодня можем узнать о природе. Я хотел сейчас сказать кое-что, в чем я до конца не уверен, но что вполне может стать реальностью, а именно: все, что нам потребуется сверх квантовой механики для описания физической картины мира, — это определить группу симметрии природы.

Примером симметрий природы являются пространственно-временные симметрии. Эти симметрии говорят о том, что законы природы не зависят от того, где находится и как ориентирована ваша лаборатория, с какой скоростью она движется и сколько времени на ваших часах.

Рассмотрим, например, симметрию относительно поворота в пространстве. Согласно этому принципу симметрии совершенно неважно, как ваша лаборатория ориентирована в пространстве. Чтобы понять, что дает эта симметрия, давайте рассмотрим ее на примере электрона. Как и в случае монеты, мы не станем обращать внимания на движение электрона и будем интересоваться только его спином. Одна из специфических особенностей квантовой механики заключается в том, что конфигурационное пространство спина электрона устроено очень просто. Как и в случае монеты, оно представляет собой двумерное пространство (рис. 2). Если выбрать какое-либо направление, скажем, вдоль вертикальной оси, то относительно этого направления спин электрона может быть ориентирован либо *вверх*, что означает «вращение» электрона относительно вертикальной оси против часовой стрелки, либо *вниз*, что означает «вращение» электро-

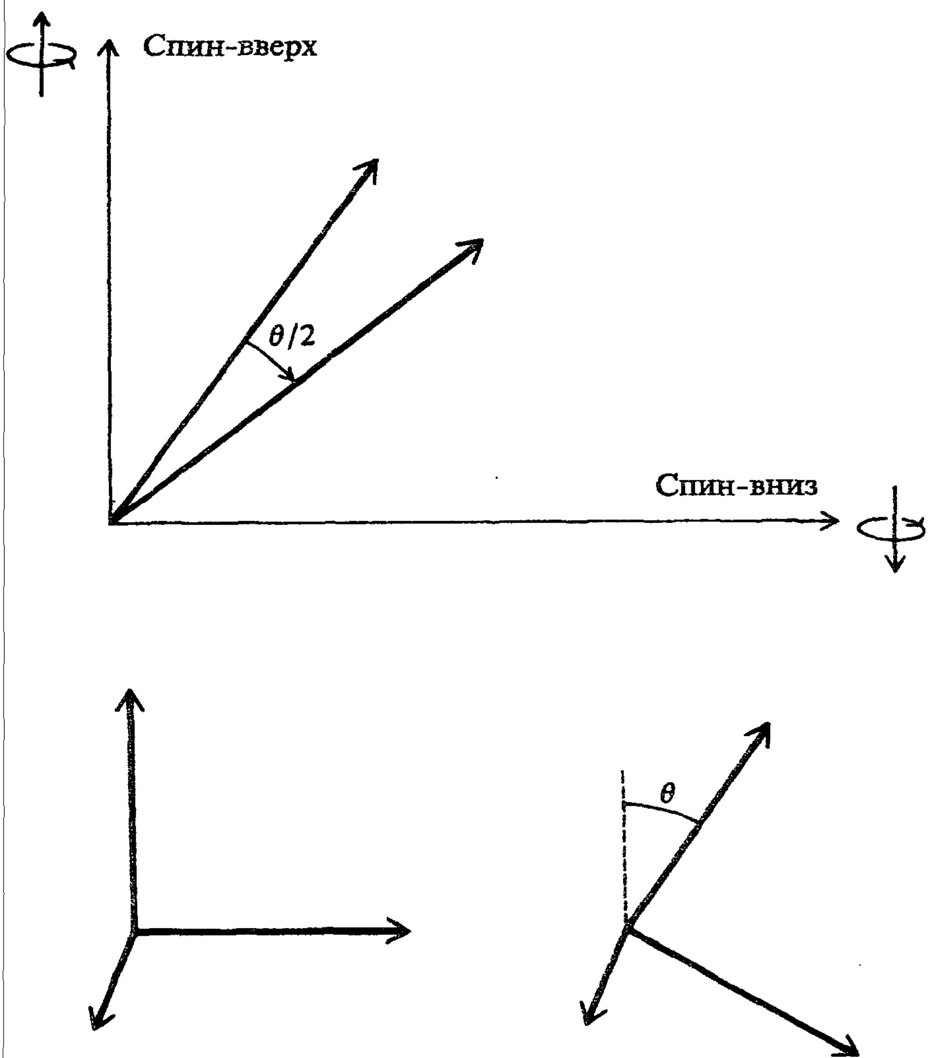

Рис. 2. Влияние поворота на спин электрона.

на относительно вертикальной оси по часовой стрелке. Таким образом, в пространстве опять имеются два направления, которые, однако, теперь будут называться не «орел» и «решка», а «спин-вверх» и «спин-вниз». Если вектор состояния, описывающий спин электрона, направлен *вверх*, то электрон определенно находится в состоянии, в котором и спин направлен вверх; если же вектор состояния направлен *вниз*, то электрон определенно находится в состоянии, в котором и спин направлен вниз. Вектор состояния, однако, может иметь и промежуточную ориентацию. (Например, вы точно знаете, что электрон вращается по часовой стрелке относительно горизонтальной оси; в этом случае его состояние в пространстве «спин-вверх»/«спин-вниз» будет определяться промежуточным направлением между осями «спин-вверх» и «спин-вниз», т. е. это будет отвечать измерению проекции спина на вертикальное направление.) Если теперь изменить ориентацию лаборатории, накренив ее так, чтобы вертикаль отклонилась на угол θ, (просто представьте себе, что комната наклонилась), то вектор состояния изменится. На самом деле вектор состояния повернется на угол $\theta/2$. Математически это следует из того факта, что собственный момент электрона (спин) равен одной второй в системе единиц, в которой постоянная Планка равна единице. Несмотря на то, что вектор состояния изменился, правило, определяющее изменение вектора состояния со временем, осталось прежним. Именно это мы и понимаем под инвариантностью по отношению к пространственным вращениям, которая является одной из симметрий природы.

Помимо пространственно-временных симметрий существует и много других, называемых внутренними симметриями. Сохранение электрического заряда является примером такой симметрии, которую в физике принято называть калибровочной инвариантностью. Между прочим, некоторые из этих симметрий могут нарушаться. Нарушенная симметрия не является симметрией для решений уравнений, отвечающих наблюдаемым физическим состояниям, однако она останется таковой для основных уравнений окончательной теории. Моя работа была тесно связана с нарушенными симметриями, однако я не собираюсь говорить о них в этой лекции.

Я думаю, теперь понятно, почему принцип симметрии является принципом простоты. Если бы законы природы зависели от ориентации вашей лаборатории, как это считалось во времена Аристотеля, то в них обязательно имелась бы какая-нибудь ссылка на расположение лаборатории по отношению к чему-либо еще; согласитесь, это было бы очень неудобно. В отсутствие ссылок на ориентацию лаборатории законы природы выглядят проще. На первый взгляд, может показаться, что, взяв за основу квантовую теорию и большое число упрощающих принципов симметрии, можно придумать огромное число в высшей степени вздорных теорий, которые будут совместимы с квантовой механикой и всеми принципами симметрии.

Мне думается, есть два повода для большего оптимизма. Первый из них заключается в том, что одна из необходимых симметрий, по-видимому, почти несовместима с квантовой механикой. Симметрия, известная как лоренц-инвариантность, является составной частью созданной Эйнштейном в 1905 г. специальной теории относительности и говорит о том, что законы природы не зависят от движения лаборатории, если только оно является равномерным и прямолинейным. Данная симметрия и квантовая механика плохо совместимы; их одновременное использование налагает сильнейшие ограничения на форму любой динамической теории. Например, нам известно, что в любой такой теории у каждой частицы должна быть соответствующая античастица с теми же массой и спином, но с противоположным зарядом. Поскольку есть электрон, то должен существовать антиэлектрон, т. е. позитрон; эту частицу открыли в 1932 г. Поскольку есть протон, то должен существовать и антипротон; эту частицу экспериментально обнаружили в 1955 г. Эти открытия, несомненно, составляют одно из величайших достижений теории Дирака. Создавая свою теорию в 1928–1930 гг., Дирак по-своему пытался примирить квантовую механику со специальной теорией относительности и пришел к выводу о неизбежности существования антивещества. Существуют и другие факты, которые с необходимостью следуют из объединения квантовой механики с теорией относительности и связаны с поведением частиц при попытке поместить несколько из них в одно и то же состояние. Многие из вас помнят — в первой лекции на Дираковских чтениях Ричард Фейнман показал, что совместного использования принципов квантовой механики и специальной теории относительности достаточно не только для вывода о существовании античастиц, но также и для объяснения поведения частиц, находящихся в одном состоянии (так называемая связь спина со статистикой).

Сейчас широко распространено мнение, хотя оно и не является окончательно обоснованным, что объединение квантовой механики с теорией относительности осуществимо лишь в рамках квантовой теории поля. Основными объектами квантовой теории поля являются не частицы, а поля; частицы в этой теории представляют собой малые порции энергии полей. Существуют электронное поле, фотонное поле, а также поля остальных фундаментальных частиц.

Имеется и другое основание считать, что в основе всего лежат симметрии и что вместе с квантовой механикой они составляют все, что, по-видимому, нужно знать о физическом мире. Посмотрим, как можно описать элементарную частицу. Чем одна частица отличается от другой? Описывая частицу, вы указываете ее энергию, импульс, спин, электрический заряд, а также задаете значения еще нескольких величин. Набор этих величин и составляет все, что можно сказать о частице; электрон с данными значениями энергии, импульса и т. п. неотличим от любого другого электрона с теми же значениями этих величин. (В этом отношении элементарные частицы ужасно скучны, вот почему ими с таким интересом занимаются.) Оказывается, что все эти величины — энергия, импульс и т. д. просто определяют поведение частицы при различных преобразованиях симметрии. Например, я уже говорил, что когда вы поворачиваете свою лабораторию, вектор состояния, описывающий спин электрона, поворачивается на половинный угол; поэтому об электроне говорят как о частице со спином одна вторая. Совершенно аналогично (хотя это может и не быть для всех очевидным) энергия частицы просто говорит о том, как изменяется вектор состояния частицы, когда я перевожу стрелки своих часов; импульс — о том, как изменяется вектор состояния, когда вы передвигаете лабораторию на другое место, и т. д. С этой точки зрения на самом глубинном уровне нет ничего, кроме симметрии и откликов на преобразования симметрии. Материя как таковая исчезает, и вся вселенная в целом предстает как огромное приводимое представление группы симметрии природы.

И все же мы по-прежнему очень далеки от нашей цели — поиска окончательных законов природы. Даже если нам будут известны все симметрии и у нас будет уверенность в правильности квантовой механики, и мы будем знать, что они совместимы друг с другом в рамках квантовой теории поля, то максимум, чего мы сможем достичь — это получить теорию с бесконечным числом неизвестных констант, которые еще надо определить.

Позвольте мне попытаться объяснить это на примере гипотетической вселенной, в которой существует только два сорта частиц — электроны и фотоны; именно эти частицы Дирак рассмотрел в своей знаменитой работе. Давайте обсудим следующее выражение:

$$\begin{aligned}\mathcal{L} = &-\bar{\psi}\left(\gamma^{\mu}\frac{\partial}{\partial x^{\mu}} + m\right)\psi - \\ &-\frac{1}{4}\left(\frac{\partial A_{\nu}}{\partial x^{\mu}} - \frac{\partial A_{\mu}}{\partial x^{\nu}}\right)^2 + \\ &+ \mathrm{i}eA_{\mu}\bar{\psi}\gamma^{\mu}\psi - \\ &-\mu\left(\frac{\partial A_{\nu}}{\partial x^{\mu}} - \frac{\partial A_{\mu}}{\partial x^{\nu}}\right)\bar{\psi}\sigma^{\mu\nu}\psi - \\ &- G\bar{\psi}\psi\bar{\psi}\psi + \cdots . \qquad (1)\end{aligned}$$

Наверное, не все из вас до конца понимают его смысл. К счастью, в дальнейшем изложении нам не надо будет углубляться в детали. Позвольте мне только пояснить использованные здесь обозначения. $\mathcal{L}$ — плотность лагранжиана; грубо говоря, эту величину можно рассматривать как плотность энергии. Энергия — это то, что определяет изменение вектора состояния со временем; ту же роль играет и плотность лагранжиана — она определяет эволюцию системы. Плотность $\mathcal{L}$ записывается в виде суммы произведений полей и их производных. ψ — электронное поле (это функция координат точки x в пространстве-времени), m — масса электрона. Знак $\partial/\partial x^\mu$ обозначает производную поля, определяющую, как быстро оно изменяется в пространстве-времени. Величины γ^μ и σ^μ являются матрицами; о них я ничего не буду говорить, отметив лишь, что γ^μ называются матрицами Дирака. A_μ — фотонное поле, которое называется электромагнитным потенциалом.

Посмотрим на слагаемые в правой части уравнения (1). В первое слагаемое электронное поле входит дважды; в следующее слагаемое дважды входит фотонное поле, так как выражение в скобках возводится в квадрат; в третий и четвертый члены электронное поле входит два раза, а фотонное поле — один раз; в пятое слагаемое электронное поле входит пять раз, и т. д. Используя принципы симметрии, мы можем сконструировать бесконечное число последующих членов лагранжиана, содержащих все возрастающее количество полей и их производных. В каждом члене лагранжиана присутствует в качестве сомножителя независимая постоянная, называемая константой взаимодействия. В уравнении (1) константами взаимодействия являются величины $e, \mu, G, \ldots$. Константы взаимодействия определяют, насколько сильно каждый член влияет на динамику. Первые два слагаемых не содержат констант взаимодействия просто потому, что я включил их в определение полей ψ и A_μ. Если бы, например, первый член содержал постоянный множитель, то я бы просто переопределил поле ψ, и эта постоянная исчезла. Однако перед каждым из оставшихся членов, число которых равно бесконечности минус два, будет стоять своя константа. В принципе, все эти константы присутствуют здесь и все они неизвестны. Непостижимо, какой прок может быть от такой теории!

В действительности эта теория не так уж плоха. Экспериментально подтверждено, что теория, в которой фигурируют только первые три члена, а остальные отброшены, позволяет описывать электроны и фотоны с потрясающей точностью. Эта теория называется квантовой электродинамикой (КЭД).

Чтобы продемонстрировать здесь, насколько точна КЭД, я сошлюсь на одну из экспериментально измеренных величин — магнитный момент электрона. Вы можете рассматривать электрон как крошечный постоянный магнитик; сила этого магнитика называется магнитным моментом электрона. Магнитный момент удобно измерять не в единицах сантиметр — грамм — секунда, а в так называемой естественной системе единиц. В этой системе величина магнитного момента электрона равна единице; этот результат был впервые установлен Дираком в 1928 г. К этому значению имеются поправки, возникающие из-за того, что электрон окружен облаком постоянно испускаемых и поглощаемых им виртуальных фотонов и электрон-позитронных пар. Эти поправки неоднократно вычислялись; в первый раз, мне кажется, это сделал Швингер; наиболее точный расчет был произведен Киношитой в 1981 г. Полученный Киношитой результат приводится ниже вместе с известным экспериментальным результатом:

Магнитный момент электрона:

Результат расчета, принадлежащий Киношите:

$$1.00115965246 \pm 0.00000000020$$

Наиболее точный экспериментальный результат:

$$1.00115965221 \pm 0.00000000003 \qquad (2)$$

Думаю, вы согласитесь, что эти результаты неплохо согласуются между собой. Неопределенность теоретического значения обусловлена главным образом неопределенностью величины электрического заряда электрона, т. е. неопределенностью значения постоянной e в (1). Таким образом, несмотря на то, что лагранжиан (1) для фотонов и электронов можно усложнять до бесконечности, на практике, по-видимому, имеют значение только первые три члена.

Многим кажется понятным, почему поведение электронов и фотонов описывается только этими тремя членами в (1). Одно из возможных объяснений восходит к работе Гейзенберга 1930 г.; еще пять-шесть лет тому назад я бы с радостью привел его без всяких оговорок. Этот довод основан на соображениях размерности, т. е. на анализе размерностей физических величин. Я буду работать в так называемой физической системе единиц, в которой скорость света и постоянная Планка полагаются равными единице. Единственной размерной величиной в этой системе оказывается масса; размерность любой величины может быть выражена через соответствующую степень массы. Например, расстояние и время будут иметь размерность массы в минус первой степени. Сечение, имеющее в обычных единицах размерность площади, в физической системе имеет размерность массы в минус второй степени. Большинство фактически измеряемых величин имеет в естественной системе единиц размерность отрицательных степеней массы. Предположим теперь, что все константы взаимодействия являются просто числами, как и константа e в третьем члене (1). (В физической системе единиц значение e равно приблизительно $\sqrt{4\pi/137}$ и не зависит от выбора единиц измерения массы.) Итак, допустим, что все константы взаимодействия — просто числа, так же как и e. Нетрудно выяснить, какой вклад в измерение будет возникать из-за облака виртуальных фотонов и электрон-позитронных пар при очень высоких энергиях E. Предположим, что наблюдаемая $\mathcal{O}$ имеет размерность [масса]$^{-\alpha}$, где α — положительное число. (Поскольку в естественной системе единиц скорость света равна 1, то масса и энергия будут иметь одинаковую размерность.) Если энергии E виртуальных частиц очень велики и намного превосходят энергию и массу частицы в начальном и конечном состояниях, у нас не будет возможности выделить какое-то характерное значение энергии. Вклад виртуальных частиц с высокой энергией в нашу наблюдаемую в этих условиях должен определяться интегралом вида

$$\mathcal{O} = \int^{\infty} \frac{\mathrm{d}E}{E^{\alpha+1}}, \tag{3}$$

поскольку это единственная величина, имеющая ту же размерность, что и $\mathcal{O}$. (Нижний предел интегрирования определяется некоторой конечной энергией, условно разделяющей области высоких и низких энергий.) Приведенные рассуждения верны хотя бы потому, что в теории нет ни одной другой величины, имеющей размерность массы или энергии.

Время от времени физики прибегают к такого рода рассуждениям, особенно в тех ситуациях, когда им не удается найти другого подхода к задаче.

Предположим, что существуют и другие константы, имеющие размерность отрицательных степеней массы. Если в наше выражение будут входить некоторая константа C_1 с размерностью $[\text{масса}]^{-\beta_1}$, константа C_2 с размерностью $[\text{масса}]^{-\beta_2}$, и т. д., то вместо полученной выше простой формулы мы получим сумму нескольких слагаемых вида

$$\mathcal{O} = C_1 C_2 \cdots \int^{\infty} \frac{E^{\beta_1+\beta_2+\cdots}}{E^{\alpha+1}} \, \mathrm{d}\, E. \qquad (4)$$

Вид этих выражений опять однозначно определяется из условия, чтобы их размерность совпадала с размерностью наблюдаемой $\mathcal{O}$. Интеграл в выражении (3) сходится (т. е. имеет конечное значение), если только величина α положительна. Если, однако, сумма $\beta_1 + \beta_2 + \ldots$ окажется больше, чем α, то интеграл в выражении (4) будет расходящимся. Здесь не имеет значения, какая степень энергии будет стоять в знаменателе в (4), поскольку интеграл разойдется, как только вы дойдете до константы связи достаточно высокого порядка. Дело в том, что когда у вас наберется достаточно много констант взаимодействия $C_1 C_2, \ldots$, имеющих размерность отрицательных степеней массы, сумма $\beta_1 + \beta_2 + \ldots$ рано или поздно превысит α.

Исходя из вида лагранжиана (1), легко определить размерность констант e, μ, G и т. д. Поскольку расстояние и время измеряются в единицах обратной массы, а результат интегрирования плотности лагранжиана по пространству-времени должен получаться безразмерным, то плотность лагранжиана должна иметь размерность $[\text{масса}]^4$. Взяв член $m\bar{\psi}\psi$, мы видим, что электронное поле имеет размерность $[\text{масса}]^{3/2}$, поскольку $\frac{3}{2}+\frac{3}{2}+1 = 4$. Операция взятия производной имеет размерность $[\text{масса}]^1$, и, следовательно, размерность фотонного поля тоже равна $[\text{масса}]^1$. Теперь мы можем определить размерность констант взаимодействия. Как я уже говорил, электрический заряд оказывается просто безразмерным числом. Размерность соответствующих констант взаимодействия в слагаемых со все большим количеством полевых переменных и производных с размерностью положительных степеней массы будет определяться все меньшими степенями массы, поскольку размерность плотности лагранжиана должна оставаться равной [масса]^4; в конце концов вы доберетесь до констант типа μ и G, имеющих размерность отрицательных степеней массы. (Размерность μ есть [масса]$^{-1}$, а размерность G — [масса]$^{-2}$.) Присутствие этих членов в (1) приведет к полнейшему несоответствию между теорией и экспериментом для значений магнитного момента электрона; поэтому можно утверждать, что они нужны отнюдь не для повышения точности. Вот уже много лет бытует мнение, что эти члены вообще должны быть отброшены, поскольку они приводят к таким же расходимостям, как и в (4).

Именно к этому мы и стремились — к теории, построенной на базе квантовой механики и нескольких принципов симметрии и имеющей смысл только для лагранжиана совершенно определенного вида. В конечном счете мы хотим почувствовать, что «иначе и быть не могло».

Огромные достижения теорий типа квантовой электродинамики сегодня уже не кажутся столь впечатляющими по целому ряду причин. Вероятно, мне лучше будет сначала рассказать о том, в чем эти успехи состоят. Примером одного из достижений квантовой электродинамики может служить вычисление магнитного момента электрона. В 1960-х годах те же подходы были использованы в теории слабого взаимодействия; успех этой теории становился все более очевидным на протяжении 70-х годов благодаря многочисленным экспериментальным работам. В 70-х годах те же идеи были использованы в теории сильного взаимодействия; результаты оказались настолько изящными, что в них поверили еще до экспериментальной проверки; впоследствии они также нашли многочисленные экспериментальные подтверждения. Сегодня мы располагаем теорией, основанной на лагранжиане типа (1). Если добавить несколько индексов полевым переменным, то получится много полей одного и того же типа, и первые три члена в (1) будут описывать так называемую стандартную модель, т. е. принятую сегодня теоретическую модель, в рамки которой укладываются сильное, слабое и электромагнитное взаимодействия. Похоже, что эта модель способна описать все, что мы можем узнать о физической картине мира с помощью современных ускорителей.

И все-таки мы остаемся неудовлетворенными. Я уже показал, что в общем случае в теории может содержаться лишь конечное число свободных параметров, таких как e; если вы попытаетесь ввести более сложные виды взаимодействия, то в константах взаимодействия обязательно появятся отрицательные степени массы. Одна из причин нашей неудовлетворенности в том, что число свободных параметров все-таки слишком велико. Если даже допустить, что мы не обнаружим новых частиц сверх уже существующих в рамках стандартной модели, то для согласования теории с экспериментом потребуется ввести семнадцать свободных параметров. Пожалуй, семнадцать параметров — не так уж и много, если этого хватит для описания всех физических явлений, наблюдаемых в наших лабораториях. Однако это все-таки намного больше того, чего мы ожидаем от окончательной теории — ведь пока ниоткуда не следует, почему эти семнадцать параметров должны иметь именно те значения, которые известны нам из эксперимента.

Существует и другая причина быть неудовлетворенным стандартной моделью. Это связано с гравитацией. Как я уже показал, расходимости при вычислении физических величин можно устранить, потребовав, чтобы определяющие интенсивность взаимодействия константы были безразмерными; единицы их измерения не должны быть отрицательными степенями массы. Однако гравитационная постоянная, определяющая силу гравитационного взаимодействия, не является безразмерной величиной. Значение этой постоянной в физических единицах составляет 10^{-10} граммов в минус второй степени, т. е. это как раз случай отрицательной степени массы. Поэтому следует ожидать, что любая теория гравитации, содержащая гравитационную постоянную, приведет к возникновению расходимостей в силу объясненных выше причин. Чтобы избежать расходимостей, многие пытались построить теорию гравитации по образцу квантовой теории поля, которая использовалась для описания слабого, электромагнитного и сильного взаимодействий, однако большинство ученых уже признало поражение. Одна многообещающая попытка была описана Стивеном Хокингом в 1980 г. в его инаугурационной лекции на кафедре, которую до него возглавляли Дирак и Ньютон. В этой лекции он пытался разрешить проблему квантовой гравитации и предложил добавить еще одну симметрию, так называемую $N = 8$-суперсимметрию, которая позволит избавиться от расходимостей и тем самым приведет к конечной теории. Результаты теоретических исследований показывают, что аргументы в пользу конечности N=8-супергравитации в низших порядках теории возмущений рушатся при учете более высоких порядков, как я полагаю, начиная с шестого порядка и выше. Из-за вычислительных трудностей в действительности еще никому не удалось показать, что эта теория приводит к расходимостям, однако почти никто уже не надеется, что на этих принципах (с суперсимметрией или без нее) удастся построить конечную теорию, объединяющую все известные взаимодействия, включая гравитационное. Тем не менее, я должен признаться, что основная идея моей сегодняшней лекции совпадает с затронутой в лекции Хокинга идеей объединить все известные взаимодействия в рамках единой и непротиворечивой математической теории.

Большинство физиков-теоретиков сейчас пришли к выводу, что предмет нашей гордости — стандартная модель, т. е. варианты квантовой теории поля для сильного, электромагнитного и слабого взаимодействий, — это всего лишь низкоэнергетическое приближение для более глубокой и совершенно на нее не похожей теории. У нас имеются два указания на то, что простота законов природы сможет обнаружиться лишь при неизмеримо бо́льших энергиях, чем энергии, с которыми мы сегодня работаем. Одно из них состоит в следующем. Если посмотреть, что происходит с константами взаимодействия электрослабого и сильного взаимодействий при значительно более высоких энергиях, чем те, при которых их сегодня измеряют, то мы обнаружим, что их значения сближаются и становятся равными друг другу при энергиях, примерно на пятнадцать порядков превосходящих массу протона (10^{15} ГэВ). Кроме того, величина гравитационной постоянной, которая, как вы помните, была ответственна за возникновение расходимостей в теории гравитации, в физических единицах составляет (10^{19} ГэВ)$^{-2}$. Все это говорит о том, что если бы мы были в состоянии ставить эксперименты при очень высоких энергиях, то где-то в диапазоне $10^{15} - 10^{19}$ ГэВ мы смогли бы обнаружить по-настоящему простую картину мира, в которой все теории сливаются воедино и которая, возможно, даже вызовет у нас чувство фатальной неизбежности, обрести которое мы так стремимся.

Но пока у нас нет возможности подняться до таких энергий. В обозримом будущем (на нашем веку) нам не суждено достичь этих энергий на ускорителях, имеющихся в распоряжении человеческой цивилизации. Мы остались почти без экспериментальной поддержки и лишь пытаемся разглядеть очертания окончательных фундаментальных законов природы сквозь разделяющую нас бездну примерно в двенадцать-пятнадцать порядков по энергии.

Вы можете задаться вопросом, почему стандартная модель, о которой я только что говорил, оказывается столь успешной, если она является лишь низкоэнергетическим приближением для окончательных фундаментальных законов природы, которые, по-видимому, будут на нее совсем не похожи. Ответ очень прост, т. е., по крайней мере, нам кажется, что он прост. Дело в том, что все константы взаимодействия с размерностью обратных степеней массы, по-видимому, являются величинами того же порядка, что и отрицательные степени нового фундаментального масштаба энергии. Из соотношения (1) видно, что μ имеет размерность $[\text{масса}]^{-1}$, и мы предполагаем, что по порядку величины она будет равна $(10^{15}-10^{19}\ \text{ГэВ})^{-1}$. Аналогично константа G имеет размерность $[\text{масса}]^{-2}$, и мы предполагаем, что по порядку величины она будет равна $(10^{15} - 10^{19}\ \text{ГэВ})^{-2}$, и т. д. Это невероятно малые величины, поэтому вы их просто не замечаете, когда сравниваете теорию с экспериментальными данными для величин типа магнитного момента электрона. Другими словами, существующие теории неплохо работают, и, разумеется, мы рады этому; печально лишь, что из работоспособности современных моделей отнюдь не следует, что будущая теория окажется хоть сколько-нибудь похожей на них. Стандартная модель хорошо работает только благодаря чрезвычайной малости поправок, которые могли бы существенно ее изменить. Экспериментаторы проделали огромную работу, пытаясь обнаружить явления, обусловленные этими поправками. Мы надеемся, что такие эффекты, как распад протона или наличие массы у нейтрино, будут когда-либо обнаружены, однако ничего подобного пока не наблюдалось. До настоящего времени гравитация остается единственным известным нам явлением из области самых высоких энергий, где, как мы полагаем, прячется истина.

Все это заставляет меня сказать несколько слов о теории струн. Последующие десять минут будут трудны для восприятия из-за технических подробностей. Я не знаю, как изложить необходимые технические детали, не используя специальной терминологии, однако обещаю вам, что этот разговор не займет много времени.

В течение двух последних лет физики-теоретики были крайне воодушевлены идеей, что фундаментальными составляющими природы при энергиях $10^{15} - 10^{19}$ ГэВ являются не поля или частицы, а струны. Чтобы предельно упростить рассмотрение этого вопроса, я собираюсь рассказать здесь только об одном типе струн. Струна такого типа представляет собой маленькую петлю, нарушающую непрерывность пространства-времени, маленький дефект пространства-времени, свернутый в колечко. Струна обладает натяжением и может колебаться, как обычная струна. Колебания струны образуют бесконечную последовательность нормальных мод, каждой из которых отвечает определенный тип частиц. Низшей моде струны отвечает наилегчайшая частица, следующей моде отвечает более тяжелая частица и т. д. Взаимодействие между частицами выглядит так, как будто эти колечки сливаются, а затем опять расходятся. Этот процесс можно описать с помощью поверхности, поскольку при движении в пространстве-времени струна заметает двумерную мировую поверхность (трубку). Взаимодействие между частицами представляется в виде двумерной мировой поверхности, которая может расщепляться и вновь воссоединяться, поглощая «колечки», имевшиеся в начальном состоянии, и испуская «колечки», отвечающие конечному состоянию. Например, процесс рассеяния, при котором в начальном состоянии было две частицы, а в конечном — три, будет описываться поверхностью, в которую входят две длинные трубки (описывающие частицы в начальном состоянии) и из которой выходят три длинные трубки (описывающие частицы в конечном состоянии). Сама эта поверхность может иметь довольно сложную топологию (рис. 3).

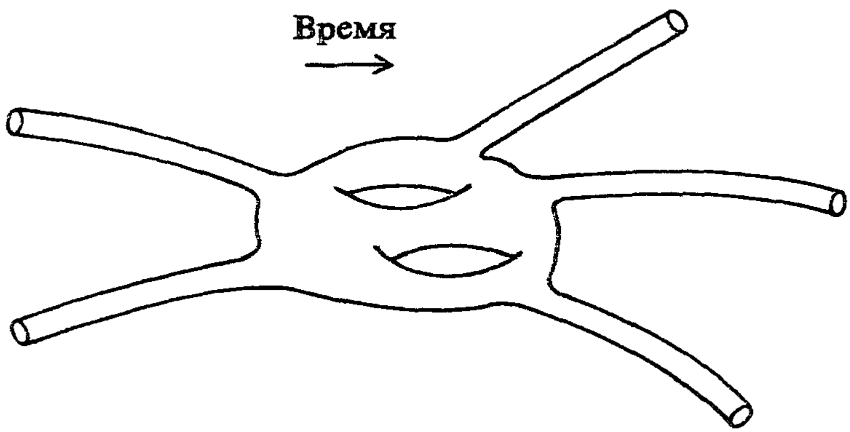

Рис. 3. Диаграмма, описывающая один из вкладов в процесс превращения двух частиц в три частицы.

Поверхность можно описать, задав на ней координатную сетку. Поскольку поверхность двумерна, то положение произвольной точки σ на ней задается двумя координатами, которые я назову σ^1 и σ^2. Теперь нужно каким-то образом указать, где находится произвольно выбранная точка струны в любой заданный момент времени. Для этого необходимо задать правило, которое ставит в соответствие каждой точке $\sigma = (\sigma^1, \sigma^2)$ на поверхности точку x^μ в пространстве-времени. Математически, это правило записывается в виде $x^\mu = x^\mu(\sigma^1, \sigma^2)$. Геометрия поверхности определяется заданной на ней метрикой. Как и в случае общей теории относительности, метрика задается с помощью тензора $g_{\alpha\beta}(\sigma)$, элементы которого зависят от координат; поскольку мы имеет дело с двумерной поверхностью, то индексы α и β могут принимать значения, равные единице или двойке. Метрика определяет, как вычисляется расстояние между двумя точками на поверхности: расстояние между двумя бесконечно близко расположенными точками σ и $\sigma + \mathrm{d}\,\sigma$ определяется как $\mathrm{d}\,s = \sqrt{g_{\alpha\beta}(\sigma)\,\mathrm{d}\,\sigma^\alpha\,\mathrm{d}\,\sigma^\beta}$.

Согласно принципам квантовой механики в фейнмановской формулировке, для вычисления амплитуды вероятности (это та самая величина, которую надо возвести в квадрат, чтобы получить вероятность процесса) нужно просуммировать амплитуды для всех возможных путей перехода из начального состояния в конечное. В теории струн нужно просуммировать по всем двумерным поверхностям, описывающим данный процесс. Каждая поверхность задается двумя функциями $x^\mu = x^\mu(\sigma)$ и $g_{\alpha\beta}(\sigma)$, которые были определены выше. Все, что осталось сделать для вычисления вероятности, — это найти для каждой поверхности значение величины $I[x, g]$, а затем просуммировать $e^{-I[x,g]}$ по всем поверхностям. Функционал $I[x, g]$ называется действием; действие функционально зависит от $x^\mu = x^\mu(\sigma)$ и $g_{\alpha\beta}(\sigma)$, и определяется выражением*

$$I[x,g] = \frac{1}{2}\int \sqrt{(g(\sigma))g^{\alpha\beta}(\sigma)} \times \times \frac{\partial x^\mu(\sigma)}{\partial \sigma^\alpha}\frac{\partial x^\nu(\sigma)}{\partial \sigma^\beta}\, d^2\sigma. \quad (5)$$

* На самом деле здесь должен присутствовать еще один член, который нужен для того, чтобы задать относительную шкалу различных порядков теории возмущений.

Оживленный интерес к струнам обусловлен тем, что они впервые позволили построить теорию гравитации без расходимостей, которые возникали в более ранних теориях. В известном смысле, теоретическое открытие гравитации было сделано именно в рамках теории струн. (Мне, разумеется, известно, что о гравитации знали задолго до создания теории струн.) Основы этой теории были заложены на рубеже 60-х и 70-х годов, а ее появление связано с попытками объяснить природу сильного взаимодействия в ядре. Вскоре выяснилось, что поверхности с длинными тонкими трубками (рис. 4) отвечают безмассовой частице со спином 2, испускаемой в виде кванта излучения в промежутке, разделяющем начальные и конечные состояния частиц. (Безмассовые частицы — это просто частицы, движущиеся со скоростью света, а их спин измеряется в тех же единицах, в которых спин электрона равен одной второй.) Появление этой частицы вызвало тогда ужасное замешательство. К тому времени уже было известно, что такими же свойствами должен обладать квант гравитационного поля — гравитон, но несмотря на это в конце 60-х и начале 70-х годов по-прежнему продолжали считать, что предметом теории струн явля-

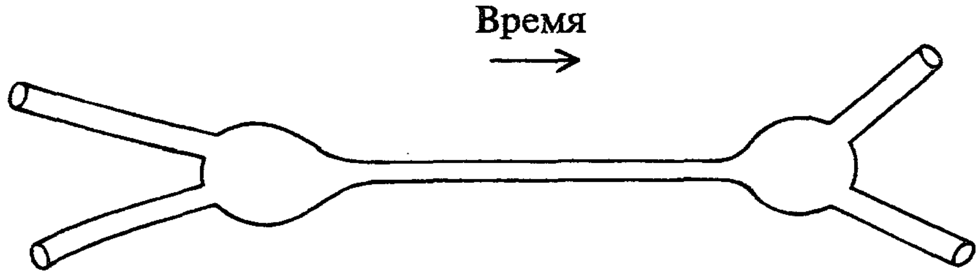

Рис. 4. Пересечение струн с испусканием и поглощением безмассовой частицы со спином 2.

ются только сильные взаимодействия, а вовсе не гравитация. Эти обстоятельства обусловили утрату интереса к теории струн в начале 70-х годов.

В 1974 г. Шерк и Шварц выдвинули гипотезу о том, что струнную теорию следует рассматривать в качестве теории гравитации, однако тогда никто не воспринял это всерьез. Лишь благодаря работам Грина, Гросса, Полякова, Шварца, Виттена и их молодых коллег физики начали постепенно соглашаться с тем, что теория струн хорошо подходит на роль окончательной единой физической теории с энергетической шкалой порядка 10^{15} — 10^{19} ГэВ.

Вам, вероятно, может показаться, что такая перспектива не слишком привлекательна. Чтобы в общих чертах обрисовать теорию струн, мне все-таки придется сказать, что такое действие. Действие — это интеграл от лагранжиана: выражение под знаком интеграла в (5) есть лагранжиан, или плотность энергии, который в квантовой электродинамике записывался в виде (1). И все же вы можете заявить: «Откуда это вытекает? Кто сказал, что это правильная теория мироздания? Может быть, из эксперимента и известно, что обычные струны ведут себя именно так, ну и что из того? Какое все это имеет отношение к флуктуациям геометрии пространства-времени? Куда подевалось бесконечное число добавочных членов в лагранжиане? И вообще, почему струны?»

На самом деле эта теория имеет вполне рациональное объяснение в терминах используемых в ней симметрий, хотя оно и не вполне очевидно. С действием (5) связано несколько симметрий. Так же, как и в случае общей теории относительности, задание метрики порождает симметрию по отношению к преобразованиям координат $\sigma \to \sigma'(\sigma)$. Имеется также и другая, менее очевидная симметрия, справедливая только в двумерном случае. Эта симметрия связана с локальным изменением масштаба расстояний — так называемым преобразованием Вейля, при котором метрический тензор умножается на произвольную функцию координат: $g_{\alpha\beta}(\sigma) \to f(\sigma)g_{\alpha\beta}(\sigma)$. И, наконец, имеется еще одна довольно очевидная симметрия по отношению к преобразованиям Лоренца: $x^{\mu} \to \Lambda^{\mu}_{\nu}x^{\nu} + a^{\mu}$. Первые две симметрии кажутся совершенно необходимыми для нашей теории. Без этих симметрий попытки вычислить сумму по всем поверхностям приводили бы к бессмысленным результатам. Без этих двух симметрий вы либо получите отрицательные вероятности, либо полная вероятность не будет равна единице. На самом деле есть очень тонкие квантовомеханические эффекты, способные нарушить эти симметрии. Квантовые аномалии будут «портить» эти симметрии до тех пор, пока вы не станете использовать подходящую комбинацию обычных и спиновых координат (о которых я пока еще ничего не сказал). Если быть очень аккуратным, то квантовые аномалии исчезнут, симметрии останутся, и суммирование по всем поверхностям будет иметь смысл.

В математике есть одна очень красивая теория, которая напрямую связана со свойствами двумерных поверхностей, инвариантных по отношению к координатным преобразованиям и преобразованию Вейля. Эту теорию создал Риман в начале девятнадцатого столетия. Большинство ее результатов оказались совершенно необходимыми для понимания физики струн. Например, все что требуется для описания топологии произвольной двумерной поверхности (точнее, произвольно ориентированной замкнутой поверхности), это указать количество ее «ручек». Если число «ручек» задано, то для описания геометрии достаточно задать конечное число параметров. Проводя суммирование по поверхностям, по этим параметрам нужно будет проинтегрировать. Число этих параметров равно нулю, если «ручек» нет, двум — если есть одна «ручка», и $6h - 6$, если число ручек $h \geq 2$.

Именно эти старые теоремы позволяют нам провести суммирование по всем поверхностям. Если бы не было симметрий, вы не смогли бы проделать необходимые вычисления, а если бы у вас что-нибудь и получилось, то результат, скорее всего, оказался бы бессмысленным. Вот почему симметрии представляются совершенно необходимыми. Мы вплотную подошли к самому главному; то, что я сейчас скажу, чрезвычайно важно: симметрии определяют действие. Структура функционала действия и, следовательно, сама динамика однозначно определяются этими симметриями. (С некоторыми оговорками* сказанное очень близко к истине.)

---

* Существует примерно полдюжины различных теорий струн, которые совместимы со всеми указанными выше симметриями и различаются числом пространственно-временных координат x^μ и спиновых переменных. К сожалению, во всех этих теориях число пространственно-временных измерений больше четырех. Один из способов преодолеть эту трудность основан на предположении, что лишние пространственные измерения «компактифицируются», т.е. «свертываются» на очень малых расстояниях. Однако такой подход не исчерпывает всех возможностей. Более последовательные теории основаны на предположении, что число дополнительных пространственных и спиновых переменных может быть любым, а лоренц-инвариантность относится только к четырем обычным пространственно-временным измерениям. Действие и число переменных затем определяются из требования, чтобы остальные симметрии (при преобразовании координат и преобразовании Вейля) сохранялись несмотря на квантовые флуктуации. Исследования в этом направлении только что начались; пока мы не знаем, удастся ли на этом пути создать удовлетворительную теоретическую модель, и если да, то будут ли в этой модели свободные параметры.

Иначе говоря, сюда просто невозможно что-либо добавить. Не существует никаких дополнительных членов, которые были бы совместимы с данными симметриями. Мне кажется, с динамической теорией такое случается впервые, когда задание симметрий полностью определяет характер динамики, т. е. полностью определяет изменение вектора состояния со временем. Я думаю, что именно по этой причине некоторые физики испытывают сейчас такое воодушевление.

Эта теория выглядит фатально неизбежной. В эту теорию нельзя внести никаких изменений, не испортив ее; другими словами, если вы попытаетесь что-нибудь сделать с этой теорией, например, введете добавочные члены или по-другому определите величины, то вы останетесь без симметрий, а без симметрий ваша теория потеряет смысл. В этом случае суммирование по мировым поверхностям будет давать бессмысленные результаты. Именно по этой причине, не говоря уже о способности теории струн описывать гравитационные явления, нам кажется, что теперь у нас появилось больше поводов для оптимизма при оценке шансов приблизиться к разгадке окончательных законов природы.

Авторы этих теорий и те, кто, как и я, просто стараются оставаться в курсе событий, пытаются разобраться в этих теориях, чтобы выяснить, к чему они приводят при обычных энергиях и согласуются ли они со стандартной моделью. Мне, вероятно, следует остановится на этом вопросе более подробно. Я уже говорил, что в теории струн нет свободных параметров, и это действительно так, в этой теории нет никаких констант.

Однако тут есть одна тонкость. Координаты точки x^μ на струне измеряются в естественных «струнных» единицах, но если вы захотите измерять расстояния, скажем, в сантиметрах, то вам придется добавить в (5) постоянный множитель. Этот постоянный множитель называется натяжением струны и служит для перехода от «струнных» единиц к обычной метрической системе. Натяжение струны имеет размерность квадрата энергии и оценивается (исходя из величины гравитационной постоянной) приблизительно как 10^{18} ГэВ; это значение задает масштаб энергетической шкалы теории струн.

Когда я говорю «разобраться в этих теориях», то имею в виду, что нужно выяснить, к чему эти теории могут привести при существенно меньших, чем 10^{18} ГэВ, энергиях, при которых мы ставим эксперименты. На данном этапе основная задача заключается в том, чтобы выяснить, смогут ли эти теории привести к стандартной модели, описывающей слабое, электромагнитное и сильное взаимодействия. Если да, то возникает второй вопрос: что теория струн сможет сказать о семнадцати параметрах, содержащихся в стандартной модели? Сможем ли мы с ее помощью непосредственно вычислить массу электрона, кварков и т. д.? Если да, то проблема будет решена. Как считают многие из нас, эта теория настолько изящна, что обязательно войдет в число окончательных фундаментальных законов физики, и это самое важное, что у нас есть на данный момент.

А теперь позвольте ненадолго остановиться на вопросе о том, что подразумевается под изяществом физической теории. В заключение своей лекции мне хотелось бы вступить в диалог с тенью Дирака, душа которого, я полагаю, витает где-то неподалеку от Кембриджа. Однажды я стал свидетелем, как в своей лекции, адресованной в основном студенческой аудитории, Дирак сказал, что в первую очередь следует заботиться о красоте уравнений, а не об их физическом смысле. Мысль о том, что студенты будут подражать Дираку, была воспринята присутствовавшими там преподавателями с тяжелым сердцем. Отчасти я согласен с Дираком, но только отчасти. Красота служит нам ориентиром в занятиях теоретической физикой, однако здесь речь идет не об изяществе написанных на листе бумаги уравнений, но о красоте фундаментальных принципов, о том, насколько логично они будут увязаны между собой. Мы стремимся найти принципы, которые выглядели бы фатально неизбежными. Здесь не имеет значения, насколько изящными окажутся уравнения теории.

Например, общая теория относительности Эйнштейна основана на дифференциальных уравнениях второго порядка; то же верно и в отношении теории тяготения Ньютона. С этой точки зрения обе теории одинаково красивы, но в теории Ньютона меньше уравнений и на этом основании ее можно было бы счесть более изящной. Однако общая теория относительности Эйнштейна выглядит более неизбежной. В рамках этой теории вам не уйти от закона обратных квадратов, по крайней мере в пределах области его применимости, т. е. при малых скоростях и на достаточно больших расстояниях*.

Видоизменяя эйнштейновскую теорию, вы неизменно будете получать закон обратных квадратов до тех пор, пока не сломаете ее окончательно. Напротив, в теории Ньютона вы можете получить какую угодно отрицательную степень расстояния. Следовательно, эйнштейновская теория выглядит более красивой, поскольку она оказывается более строгой и неизбежной.

И все же в одном отношении я должен согласиться с Дираком. Занимаясь теоретической физикой, мы часто топчемся на ме-

---

* Это не совсем верно из-за введенной Эйнштейном так называемой космологической постоянной. Этот член описывает силы, которые *возрастают* с расстоянием. Если допустить, что этот член достаточно мал и не изменяет наших представлений об объектах типа галактик или вселенной в целом, то в масштабах порядка размеров Солнечной системы его влиянием можно будет вообще пренебречь. Следует, однако, признать, что пока никто не понимает, *почему* космологическая постоянная должна быть столь малой[1].

[1] По существующим сегодня оценкам величина космологической постоянной составляет $|\Lambda| < 10^{-55}$ см$^{-2}$. — *Прим. перев.*

сте, потому что не до конца понимаем существо тех принципов, на которые опираемся. В этих условиях изящество математических формулировок зачастую становится единственным надежным ориентиром. Очень часто красивые математические построения остаются в физических теориях даже после того, как со временем выясняется ошибочность принципов, положенных в основу этих теорий. Например, разработанная Дираком теория электрона явилась попыткой объединения квантовой механики со специальной теорией относительности на основе релятивистского обобщения уравнения Шредингера. Я думаю, что сегодня от такого подхода уже отказались*.

---

* Предложенный Дираком подход оправдан только для частиц со спином $\frac{1}{2}$, например для электрона. Дираку казалось, что успех его теории заключался в объяснении, *почему* электрон должен иметь спин $\frac{1}{2}$. Разумеется, Дираку было известно, что существуют и другие частицы, например α-частица, спин которых не равен $\frac{1}{2}$, и что от этих частиц электрон принципиально отличается лишь тем, что он является «более элементарным»; на этом основании Дирак, вероятно, решил, что спин всех *элементарных* частиц должен быть равен $\frac{1}{2}$. Этот вывод был оспорен в 1934 г. в статье Паули и Вайскопфа, которые показали, что релятивистскую квантовую теорию вполне можно построить и для

В настоящее время большинство ученых считает, что объединение специальной теории относительности с квантовой механикой осуществимо только в рамках квантовой теории поля. (Теория струн — это разновидность квантовой теории поля.) Именно по этой причине идеи, на которых Дирак построил свою теорию, сейчас не используются; несмотря на это, созданное Дираком изящное уравнение стало неотъемлемой частью теоретического багажа любого физика; это уравнение выдержало испытание временем и останется в физике навсегда. Разумеется, я не знаю, показалась бы Дираку теория струн достаточно изящной для того, чтобы она могла претендовать на роль состав-

---

частиц с нулевым спином, однако эта теория будет разновидностью квантовой теории поля типа квантовой электродинамики, а вовсе не релятивистским обобщением шредингеровской волновой механики. (В самом деле, если частицам с нулевым спином приписать заряд, то у них появятся античастицы; поскольку последние являются бозонами, то их нельзя будет рассматривать как дырки в море частиц с отрицательными энергиями.) Сегодня известно, что существуют W-бозоны, Z-бозоны, и, возможно, хиггсовы бозоны; в отличие от электрона все эти частицы имеют целый спин, но являются столь же «элементарными», как и электрон.

ной части будущей фундаментальной теории. Если даже и нет, то я не думаю, что он не одобрил бы того, что мы пытаемся сейчас делать.