

Алэн Аспек

**ТЕОРЕМА БЕЛЛА:
НАИВНЫЙ ВЗГЛЯД ЭКСПЕРИМЕНТАТОРА***

Данный текст был подготовлен для выступления на конференции памяти Джона Белла, состоявшейся в Вене в декабре 2000 года. Он был опубликован в "Quantum [Un]speakables - From Bell to Quantum information", изд. R. A. Bertlmann и A. Zeilinger, Springer (2002)

*Alain Aspect

BELL'S THEOREM : THE NAIVE VIEW OF AN EXPERIMENTALIST

Institut d'Optique Theorique et Appliquee
Batiment 503-Centre universitaire d'Orsay, 91403 ORSAY Cedex - France
alain.aspect@iota.u-psud.fr]

СОДЕРЖАНИЕ

	Стр.
1. ВВЕДЕНИЕ	3
2. ЗАЧЕМ НУЖНЫ ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ПАРАМЕТРЫ? МЫСЛЕННЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ ЭЙНШТЕЙНА-ПОДОЛЬСКОГО- РОЗЕНА-БОМА	5
2.1. Схема эксперимента	5
2.2. Корреляции	6
2.3. Трудности с наглядным представлением, вытекающим из формализма квантовой механики	7
2.4. Дополнительные параметры	8
3. НЕРАВЕНСТВА БЕЛЛА	9
3.1. Формализм	9
3.2. (Наивный) пример теории с дополнительными параметрами	9
3.3. Неравенства Белла	11
4. КОНФЛИКТ С КВАНТОВОЙ МЕХАНИКОЙ	13
4.1. Факты	13
4.2. Максимальный конфликт	13
5. ОБСУЖДЕНИЕ: УСЛОВИЕ ЛОКАЛЬНОСТИ	15
6. МЫСЛЕННЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ С РЕГУЛИРУЕМЫМИ АНАЛИЗАТОРАМИ: УСЛОВИЕ ЛОКАЛЬНОСТИ КАК СЛЕДСТВИЕ ПРИЧИННОСТИ ПО ЭЙНШТЕЙНУ	16
7. ОТ ТЕОРЕМЫ БЕЛЛА К РЕАЛЬНОМУ ЭКСПЕРИМЕНТУ	17
7.1. Экспериментальная проверка неравенств Белла	17
7.2. Подходящие ситуации встречаются редко	17
7.3. Генерация пар фотонов в ЭПР-состоянии	18
7.4. Реалистический эксперимент	19
7.5. Условия синхронизации	19
8. ПЕРВОЕ ПОКОЛЕНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТОВ	20
8.1. Эксперименты с одноканальным поляризатором	20
8.2. Результаты	21
9. ЭКСПЕРИМЕНТЫ В ИНСТИТУТЕ д'ОРСЭЙ (1980 – 1082)	22
9.1. Источник	22
9.2. Детектирование – подсчет совпадений	23
9.3. Эксперименты с одноканальными поляризаторами	23
9.4. Эксперименты с двухканальными поляризаторами	24
9.5. Динамический эксперимент	27
10. ТРЕТЬЕ ПОКОЛЕНИЕ: ЭКСПЕРИМЕНТЫ С ПАРАМИ ФОТОНОВ, ГЕНЕРИРУЕМЫХ С ПОМОЩЬЮ ПАРАМЕТРИЧЕСКОГО ПОНИЖЕНИЯ ЧАСТОТЫ	30
11. ЗАКЛЮЧЕНИЕ	32

1. ВВЕДЕНИЕ

Участие в этой конференции, посвященной памяти Джона Белла, вызывает у меня самые неподдельные чувства. Я впервые встретился с ним в 1975 году, несколько месяцев спустя после прочтения его знаменитой статьи¹, после чего сразу принял решение сделать темой своей диссертации («these d'etat») решение этой пленительной проблемы, что в это время во Франции требовало длительной работы. Я решительно хотел осуществить эксперимент, «в котором настройки изменялись бы во время пролета частиц», как предлагалось в статье, и я убедил молодого профессора Оптического института Christian Imbert поддержать мой проект и стать моим научным руководителем. Но он посоветовал мне сначала отправиться в Женеву и обсудить мои предложения с Джоном Беллом. С некоторой задержкой я получил приглашение и, очень взволнованный, оказался в офисе Джона в CERN. Пока я рассказывал о планируемом эксперименте, он молча слушал. В конце концов я кончил говорить, и последовал первый вопрос: "А у Вас есть постоянная должность?" После моего утвердительного ответа он начал говорить о физике и окончательно вдохновил меня, ясно показав, что поддерживает фундаментальный курс на использование регулируемых анализаторов. Помимо впечатления от его знаменитого чувства юмора, его ответы погрузили меня в то время в общую атмосферу актуальных вопросов оснований квантовой механики. Очень часто он выражал открытое неприятие или, в лучшем случае, ироническое отношение: "Квантовая механика была объяснена в таком количестве работ умнейших теоретиков и экспериментаторов, как можем мы надеяться найти что-либо с помощью такой простой схемы в оптике, науке XIX века?" Начиная эксперимент, я тогда же должен был подготовить аргументы, чтобы постараться убедить других физиков (и среди них тех, кто имел свое мнение относительно финансирования моего проекта). После некоторых безуспешных попыток, основанных на весьма мудреной аргументации, я в конце концов обнаружил, что гораздо более эффективным оказывается очень простое и наивное объяснение подхода, лежавшего в основе моего понимания теоремы Белла. И крайне неожиданно для меня выяснилось, что простое его представление было очень убедительно даже в том случае, когда большинство собеседников исходили из теоретических позиций. Мне сопутствовала определенная удача, я сумел убедить самого Джона Белла, и он, вероятно, оценил это. Теперь я приступаю к объяснению того, как я понимал теорему Белла двадцать пять лет тому назад, и надеюсь, что сумею передать напряжение, владевшее мной в течение восьми лет моей работы над этой проблемой.

Текст данного доклада частично базируется на статье, опубликованной два десятка лет тому назад в качестве материала конференции, ее не так легко найти сейчас². Первая часть этой статьи содержит объяснение того, что представляют собой теорема Белла и неравенства Белла, и почему я считаю их такими важными. За этим следует быстрый обзор *первого поколения экспериментальных проверок неравенств Белла с парами запутанных (entangled) фотонов*, выполненных между 1971 и 1976 годами. Я рад, что большинство из "героев" этого обзора присутствуют на данной встрече. Я привожу затем более детальное описание *трех экспериментов второго поколения*, выполненных в Оптическом институте д'Орсэй между 1976 и 1982 годами, с радикально усовершенствованным источником пар запутанных фотонов, использующим нелинейное двухфотонное лазерное возбуждение излучающих атомных каскадов (atomic radiative cascades). Последняя часть дает обозрение *экспериментов третьего поколения*, разрабатываемых в поздние 80-е и выполненных с парами запутанных фотонов, генерируемых при нелинейном параметрическом преобразовании с понижением частоты: эти эксперименты могут закрыть большинство "дырок", еще оставшихся при проведении экспериментов второго поколения. Я сознательно концентрируюсь на оптических экспериментах, поскольку они в настоящее время наиболее убедительны и наиболее

близки к идеальному мысленному эксперименту, но заинтересованный читатель может убедиться, что существуют и другие системы, в других областях физики, которые также предоставляют возможности для выполнения убедительных экспериментов.

В первой части настоящего доклада (разделы со 2 по 6) мы увидим, что неравенства Белла предоставляют количественный критерий для проверки «разумных» теорий дополнительных (скрытых) параметров, которые могли бы использоваться вместо квантовой механики. Следуя Беллу¹, я сначала объясню мотивы рассмотрения теорий скрытых параметров: аргументация базируется на анализе известного мысленного опыта, связанного с парадоксом Эйнштейна-Подольского-Розена (ЭПР)³. Вводя разумное условие локальности, мы затем выведем теорему Белла, которая утверждает, что:

- i. локальные теории с дополнительными параметрами приводят к неравенствам Белла;
- ii. некоторые предсказания квантовой механики нарушают неравенства Белла и, следовательно, что квантовая механика несовместима с локальными теориями с дополнительными параметрами.

Мы затем отмечаем, что фундаментальным допущением при решении этого конфликта является допущение о локальности. И мы покажем, что условие локальности в более сложных версиях мысленного ЭПР-эксперимента («динамического эксперимента») может рассматриваться как *следствие причинности по Эйнштейну*, предусматривающей сверхсветовые взаимодействия.

Задачей первой части является убедить читателя, что *формализм, приводящий к неравенствам Белла, является очень общим и обоснованным. Неожиданным* здесь является то, что этот обоснованный формализм *вступает в конфликт с квантовой механикой*. В действительности такие *конфликтные ситуации проявляются очень редко*, а квантовая оптика – это область, где может быть выполнена большая часть проверок, связанных с этим конфликтом (разделы с 7 по 11).

2. ЗАЧЕМ НУЖНЫ ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ПАРАМЕТРЫ? МЫСЛЕННЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ ЭЙНШТЕЙНА-ПОДОЛЬСКОГО-РОЗЕНА-БОМА

2.1. Схема эксперимента

Рассмотрим оптический вариант мысленного ЭПР-опыта, предложенный Бомом⁴ (рис. 1). Источник S испускает пару фотонов с различными частотами ν_1 и ν_2 , распространяющихся в противоположных направлениях вдоль оси Oz . Предположим, что поляризационная часть вектора состояния пары равна:

$$|\Psi(\nu_1, \nu_2)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \{|x, x\rangle + |y, y\rangle\} \quad (1)$$

где $|x\rangle$ и $|y\rangle$ - линейно поляризованные состояния. Это состояние примечательно: оно не может быть преобразовано в произведение двух состояний, ассоциированных с состоянием каждого из фотонов, так что мы не можем приписать каждому из них хорошо определенное состояние. В частности, мы не можем приписать каждому из них определенную поляризацию. Такое состояние, описывающее систему некоторых объектов, мыслимую только глобально, представляет собой *запутанное состояние (entangled state)*.

Мы осуществляем измерение линейной поляризации двух фотонов с помощью анализаторов I и II. За анализатором I с ориентацией \mathbf{a} расположены два детектора, выдающие результат + или - в соответствии тем, какая линейная поляризация обнаружена: параллельная или перпендикулярная \mathbf{a} . Анализатор II с поляризацией \mathbf{b} действует подобным же образом.

Примечание: Имеется взаимно-однозначное соответствие между схемой мысленного ЭПР-эксперимента по Бому и экспериментом с парой частиц со спином 1/2 в синглетном состоянии, подвергаемой анализу с помощью фильтров Штерна-Герлаха с двумя ориентациями.

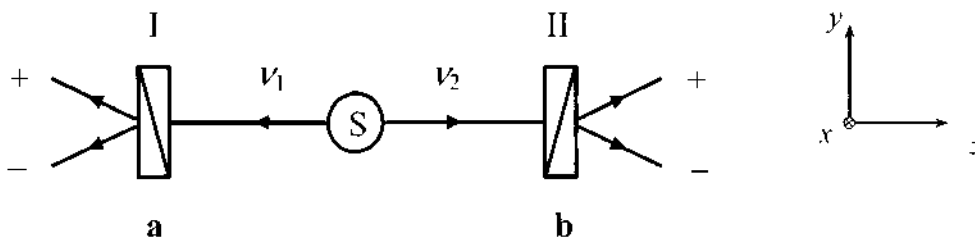


Рисунок 1. Мысленный эксперимент Эйнштейна-Подольского-Розена-Бома с фотонами. Два фотона ν_1 и ν_2 , испущенные в состоянии $|\Psi(1,2)\rangle$ уравнения (1), анализируются линейными поляризаторами с ориентациями \mathbf{a} и \mathbf{b} . Можно измерять вероятности одиночной или совместной регистрации на выходе каналов поляризаторов

Легко вывести предсказания квантовой механики для этих измерений поляризации, как одиночных, так и совместных. Рассмотрим сначала одиночные вероятности $P_{\pm}(\mathbf{a})$ получения результатов \pm для фотона ν_1 , и, аналогично, одиночные вероятности $P_{\pm}(\mathbf{b})$ получения результатов \pm для фотона ν_2 . Квантовая механика (Q.M.) предсказывает, что:

$$\begin{aligned} P_+(\mathbf{a}) &= P_-(\mathbf{a}) = 1/2 \\ P_+(\mathbf{b}) &= P_-(\mathbf{b}) = 1/2 \end{aligned} \quad (\text{Q.M.}) \quad (2)$$

Эти результаты согласуются с замечанием о том, что мы не можем сопоставить некоторую поляризацию каждому из фотонов, так что каждое отдельное измерение поляризации дает случайный результат.

Рассмотрим теперь вероятности $P_{\pm\pm}(\mathbf{a}, \mathbf{b})$ совместного обнаружения ν_1 и ν_2 в каналах + или – поляризаторов I или II с направлениями \mathbf{a} и \mathbf{b} . Квантовая механика предсказывает:

$$\begin{aligned} P_{++}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) &= P_{--}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = \frac{1}{2} \cos^2(\mathbf{a}, \mathbf{b}) \\ P_{+-}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) &= P_{-+}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = \frac{1}{2} \sin^2(\mathbf{a}, \mathbf{b}) \end{aligned} \quad (\text{Q.M.}) \quad (3)$$

Покажем, что эти квантово-механические предсказания влекут за собой далеко идущие следствия.

2.2. Корреляции

Рассмотрим сначала частную ситуацию $(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = 0$, когда поляризаторы параллельны. Квантовая механика предсказывает такую вероятность для совместных вероятностей (уравнения 3):

$$\begin{aligned} P_{++}(\mathbf{a}, \mathbf{a}) &= P_{--}(\mathbf{a}, \mathbf{a}) = \frac{1}{2} \\ P_{+-}(\mathbf{a}, \mathbf{a}) &= P_{-+}(\mathbf{a}, \mathbf{a}) = 0 \end{aligned} \quad (4)$$

Согласно этому результату и с учетом (2) мы заключаем, что если фотон ν_1 обнаружен в канале + поляризатора I, то фотон ν_2 *наверняка* будет обнаружен в канале + поляризатора II (и аналогично для каналов -). Для параллельных каналов имеется *полная корреляция* между индивидуальными случайными результатами измерения поляризации двух фотонов ν_1 и ν_2 .

Удобной мерой корреляции между случайными числами является коэффициент корреляции. Для рассмотренной выше ситуации он будет равен

$$E(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = P_{++}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) + P_{--}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) - P_{+-}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) - P_{-+}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) \quad (5)$$

Используя предсказание (3) квантовой механики, мы находим для коэффициента E_{QM} корреляции

$$E_{QM}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = \cos 2(\mathbf{a}, \mathbf{b}) \quad (6)$$

В частном случае для параллельных анализаторов ($(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = 0$) мы находим $E_{QM}(0) = 1$, что подтверждает полноту корреляции.

В заключение укажем: квантово-механические расчеты исходят из предположения, что хотя каждое отдельное измерение дает случайные результаты, но эти случайные результаты коррелированы, как показывает уравнение (6). Для параллельных (или перпендикулярных) ориентаций поляризаторов корреляция является полной ($|E_{QM}| = 1$).

2.3. Трудности с наглядным представлением, вытекающим из формализма квантовой механики

В качестве наивного физика я хотел бы иметь простой и наглядный образ, позволяющий понять эти жесткие корреляции. Наиболее естественный подход может быть сформирован, исходя из расчетного квантово-механического соотношения (3). В действительности существуют реальные способы отобразить такие вычисления. Совсем прямой способ состоит в том, чтобы спроектировать вектор состояния (1) на базисный вектор, соответствующий достоверному результату. Это немедленно дает совместные вероятности (3). Однако, хотя такой расчет отвечает векторам состояния, в целом описывающих два фотона, я не знаю, как нарисовать эту картинку в нашем обычном пространстве.

Пытаясь решить эту проблему и отдельно идентифицировать два измерения, осуществляемых в разных концах экспериментальной установки, мы можем разбить совместное измерение на два шага. Предположим, например, что измерение для фотона v_1 выполнено первым и дало результат + в поляризаторе I с ориентацией \mathbf{a} . Результат + (связанный с состоянием поляризации $|\mathbf{a}\rangle$) имеет вероятность 1/2. Чтобы приступить к вычислению, мы должны теперь использовать постулат редукции вектора состояния, который утверждает, что после этого измерения новый вектор состояния $|\Psi'(v_1, v_2)\rangle$, описывающий пару, получается проектированием начального вектора состояния $|\Psi(v_1, v_2)\rangle$ (уравнение 1) на базис, ассоциированный результатом + : эти два двумерных базиса образованы векторами $\{|\mathbf{a}, \mathbf{x}\rangle, |\mathbf{a}, \mathbf{y}\rangle\}$. Используя соответствующий проектор, находим после выполнения небольших алгебраических преобразований

$$|\Psi'(v_1, v_2)\rangle = |\mathbf{a}, \mathbf{a}\rangle \quad (7)$$

Это означает, что немедленно после первого измерения фотон v_1 приобретает поляризацию $|\mathbf{a}\rangle$: это очевидно, поскольку он был измерен поляризатором, ориентированным вдоль \mathbf{a} , и был зарегистрирован результат +. Более неожиданно то, что удаленный фотон v_2 , который еще не успел провзаимодействовать с каким-либо поляризатором, уже оказался спроецированным в состояние $|\mathbf{a}\rangle$ с хорошо определенной поляризацией, параллельной той, которая была зафиксирована для фотона v_1 . Это неожиданное заключение, однако, приводит к правильному конечному результату (3), поскольку прямое применение закона Малюса показывает, что более позднее измерение вдоль \mathbf{b} для фотона v_2 должно приводить

$$P_{++}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = \frac{1}{2} \cos^2(\mathbf{a}, \mathbf{b}) \quad (8)$$

Двухшаговое вычисление, следовательно, дает тот же результат, что и прямой расчет. Но мы получили дополнительную картинку для двухшагового измерения:

- i. Фотон v_1 , у которого не было хорошо определенной поляризации перед измерением, приобрел поляризацию в соответствии с зарегистрированным результатом непосредственно в момент измерения: это не является неожиданностью.
- ii. Когда измерение для v_1 уже выполнено, фотон v_2 , не имевший хорошо определенной поляризации до момента этого измерения, спроецировался в состояние поляризации, параллельное состоянию поляризации, зарегистрированному для v_1 .

Это весьма неожиданно, потому что такое изменение в описании v_2 происходит мгновенно, какое бы расстояние ни было в момент первого измерения между v_1 и v_2 . Такая

картина оказывается противоречащей теории относительности. Согласно Эйнштейну, то, что происходит в данной области пространства времени, не может испытывать влияния со стороны события, происходящего в другой области, отделенной от первой пространственно-подобным интервалом. Следовательно, нет смысла пытаться найти более приемлемую картину для «понимания» ЭПР-корреляций. Эту картину мы теперь и рассмотрим.

2.4. Дополнительные параметры

Корреляции между удаленными измерениями для двух отдельных систем, которые перед этим взаимодействовали, обычны для классического мира. Например, если механический объект с нулевой импульсом (или моментом) разделяется на две части в результате некоторого внутреннего фактора, то импульс (момент) каждой отдельной части остается равным и взаимно противоположным во время их дальнейшей свободной эволюции. В общем случае, когда каждый из фрагментов подвергается некоторому взаимодействию, два импульса (момента) остаются коррелированными, поскольку они в каждый момент времени определены их начальными значениями, которые, в свою очередь, имели точно определенную сумму.

Можно использовать такую классическую картину, чтобы с ее помощью учесть ЭПР-корреляции, базируясь на общих свойствах двух систем. Рассмотрим снова полную корреляцию поляризационных измерений в случае параллельных анализаторов $(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = 0$. Когда мы регистрируем + для v_1 , мы уверены, что и для v_2 также зарегистрируем +. Мы заключаем отсюда, что существует некоторое свойство (Эйнштейн говорил «элемент физической реальности»), присущее этой конкретной паре и определяющее результат ++. Для другой пары, когда результат равен — —, мы можем сходным образом допустить общее свойство, определяющее результат — —. Тогда достаточно допустить, что половина пар испускается со свойством ++, а половина со свойством — —, и мы получаем все результаты измерения, возможные при данной конфигурации. Заметим, однако, что такие свойства, отличающиеся для различных пар, не учитываются квантово-механическим вектором состояния $|\Psi(v_1, v_2)\rangle$, который является одинаковым для всех пар. Вот почему мы можем заключить вместе с Эйнштейном, что *квантовая механика не полна*. И вот почему такие дополнительные свойства именуется «*дополнительными параметрами*», или «*скрытыми переменными*». (На самом деле Эйнштейн говорил не о «скрытых переменных» или «дополнительных параметрах», а, скорее, об «элементах физической реальности». Соответственно, многие авторы чаще используют термин «реалистические теории», нежели «теории со скрытыми переменными» или «теории с дополнительными переменными».)

В заключение скажем, что кажется возможным «понять» ЭПР-корреляции с помощью такого классического образа, используя разные значения дополнительного параметра для различных пар. Можно надеяться, что статистические предсказания квантовой механики просто усредняют результат по значению дополнительного параметра. Кажется, что такой же была и позиция Эйнштейна^{5,6,7}. Заметим, что на этой стадии рассуждений следование этой позиции не противоречит квантовой механике: не возникает логических проблем, если полностью принять предсказания квантовой механики и привлекать дополнительные параметры, дающие приемлемый образ ЭПР-корреляций. Мы приходим к тому, чтобы рассматривать квантовую механику как описание статистической механики на более глубоком уровне.

3. НЕРАВЕНСТВА БЕЛЛА

3.1. Формализм

Через три десятилетия после выхода статьи ЭПР, Белл выразил в математической форме следствия, вытекающие из предшествующего обсуждения и явно ввел дополнительные параметры, обозначенные им через λ . Их распределение по ансамблю эмиттированных пар он определил функцией $\rho(\lambda)$, так что

$$\begin{aligned} \rho(\lambda) &\geq 0 \\ \int d\lambda \rho(\lambda) &= 1 \end{aligned} \quad (9)$$

Для данной пары, характеризуемой данным дополнительным параметром λ , результаты измерения задаются функциями, принимающими только два возможных значения (+1 и -1):

$$\begin{aligned} A(\lambda, \mathbf{a}) &= \pm 1 \quad \text{в анализаторе I (с ориентацией } \mathbf{a}) \\ B(\lambda, \mathbf{b}) &= \pm 1 \quad \text{в анализаторе II (с ориентацией } \mathbf{b}) \end{aligned} \quad (10)$$

Конкретная теория дополнительного параметра полностью определяется явным видом функций $\rho(\lambda)$, $A(\lambda, \mathbf{a})$ и $B(\lambda, \mathbf{b})$. Теперь легко выразить вероятности различных результатов измерения. В частности, можно ввести две новые функции, также принимающие только два значения: так, функция $\frac{1}{2}[A(\lambda, \mathbf{a}) + 1]$ принимает значение +1 для результата + и 0 в противоположном случае (и аналогично $\frac{1}{2}[1 - B(\lambda, \mathbf{b})]$ принимает значение +1 для результата - и 0 в противоположном случае); тогда мы можем написать

$$\begin{aligned} P_+(\mathbf{a}) &= \int d\lambda \rho(\lambda) \frac{[A(\lambda, \mathbf{a}) + 1]}{2} \\ P_{+-}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) &= \int d\lambda \rho(\lambda) \frac{[A(\lambda, \mathbf{a}) + 1][1 - B(\lambda, \mathbf{b})]}{2} \end{aligned} \quad (11)$$

Аналогичным образом, корреляционная функция определяется простым соотношением

$$E(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = \int d\lambda \rho(\lambda) A(\lambda, \mathbf{a}) B(\lambda, \mathbf{b}) \quad (12)$$

3.2. (Наивный) пример теории с дополнительными параметрами

В качестве примера теории с дополнительным параметром рассмотрим модель, в которой каждый фотон, распространяющийся вдоль оси Oz, предполагается имеющим хорошо определенную линейную поляризацию, задаваемую своим углом (λ_1 или λ_2) с осью x. Чтобы учесть жесткую корреляцию, мы предположим, что два фотона одной и той же пары испускаются с одной и той же линейной поляризацией, определенной общим углом λ (рис. 2).



Рисунок 2 – Наивный пример. Каждая пара фотонов имеет «направление поляризации», определяемой углом λ , который является дополнительным параметром модели. Поляризатор I осуществляет измерение поляризации вдоль \mathbf{a} с углом θ_1 относительно оси x .

Поляризация различных пар распределена случайным образом, согласно распределению вероятностей $\rho(\lambda)$, не зависящему от угла:

$$\rho(\lambda) = \frac{1}{2\pi} \quad (13)$$

Для полноты нашей модели мы должны задать явную форму функций $A(\lambda, \mathbf{a})$ и $B(\lambda, \mathbf{b})$. Мы принимаем следующие выражения:

$$\begin{aligned} A(\lambda, \mathbf{a}) &= \text{sign}\{\cos 2(\theta_I - \lambda)\} \\ B(\lambda, \mathbf{b}) &= \text{sign}\{\cos 2(\theta_{II} - \lambda)\} \end{aligned} \quad (14)$$

где углы θ_I и θ_{II} указывают ориентацию поляризаторов. Заметим, что эти выражения весьма оправданны: $A(\lambda, \mathbf{a})$ принимает значение +1, когда поляризация фотона ν_1 характеризуется углом меньше $\pi/4$ относительно направления анализа \mathbf{a} , и значение -1 для дополняющего случая (поляризация ближе к перпендикуляру относительно \mathbf{a}).

Для этой понятной модели мы можем, используя уравнения (11), вычислить вероятности различных результатов измерений. Например, для одиночных вероятностей получаем:

$$P_+(\mathbf{a}) = P_-(\mathbf{a}) = P_+(\mathbf{b}) = P_-(\mathbf{b}) = \frac{1}{2} \quad (15)$$

т.е. результаты, идентичные тем, которые дает квантовая механика. Наша модель дает нам также возможность вычислить совместные вероятности и корреляционную функцию, и мы находим, используя (12):

$$\begin{aligned} E(\mathbf{a}, \mathbf{b}) &= 1 - 4 \frac{|\theta_I - \theta_{II}|}{\pi} = 1 - 4 \frac{|(\mathbf{a}, \mathbf{b})|}{\pi} \\ \text{при } -\frac{\pi}{2} &\leq \theta_I - \theta_{II} \leq \frac{\pi}{2} \end{aligned} \quad (16)$$

Это замечательный результат. Заметим прежде всего, что $E(\mathbf{a}, \mathbf{b})$ зависит только от относительного угла (\mathbf{a}, \mathbf{b}) , как и в соотношении (6) квантовой механики. Более того, как показано на рис. 3, разница между предсказаниями простой модели с дополнительными параметрами и предсказаниями квантовой механики всюду небольшая, а для углов 0 , $\pm\pi/4$ и $\pm\pi/2$ предсказания точно совпадают (жесткая корреляция). Такой результат, полученный для крайне простой модели с

дополнительными параметрами, весьма вдохновляет и порождает надежду, что более сложная модель способна дать точное совпадение с предсказаниями квантовой механики. Однако открытие Белла сделало поиск таких моделей безнадежным, что мы сейчас и покажем.

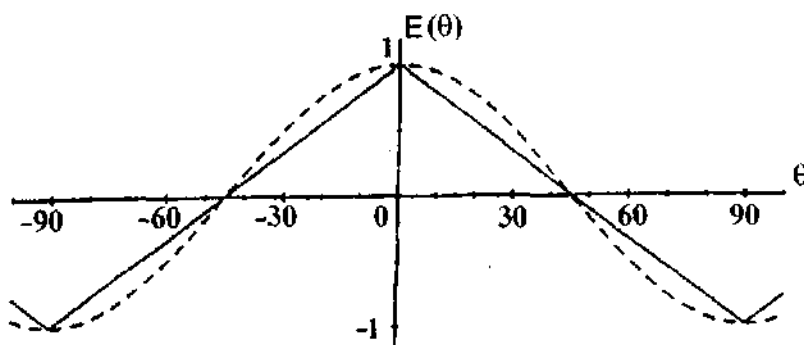


Рисунок 3 – Корреляционный коэффициент поляризации как функция относительной ориентации поляризаторов:
 (i) пунктирная линия – предсказание квантовой механики;
 (ii) сплошная линия – наивная модель.

3.3. Неравенства Белла

Существует много разных форм и представлений неравенств Белла. Здесь мы приведем простую форму, непосредственно приводящую к возможности ее экспериментальной проверки. (Важно отличать неравенства, показывающее математическое противоречие с квантовой механикой, но не дающие возможности экспериментальной проверки в силу (заведомого) несовершенства приборов, от неравенств, допускающих экспериментальную проверку с учетом заданных границ погрешности приборов.)

Рассмотрим величину

$$\begin{aligned} s &= A(\lambda, \mathbf{a}) \cdot B(\lambda, \mathbf{b}) - A(\lambda, \mathbf{a}) \cdot B(\lambda, \mathbf{b}') + A(\lambda, \mathbf{a}') \cdot B(\lambda, \mathbf{b}) + A(\lambda, \mathbf{a}') \cdot B(\lambda, \mathbf{b}') \\ &= A(\lambda, \mathbf{a}) [B(\lambda, \mathbf{b}) - B(\lambda, \mathbf{b}')] + A(\lambda, \mathbf{a}') [B(\lambda, \mathbf{b}) + B(\lambda, \mathbf{b}')] \end{aligned} \quad (17)$$

Учитывая, что четыре числа A и B принимают только значения ± 1 , простой анализ второй строки выражения (17) показывает, что

$$s(\lambda, \mathbf{a}, \mathbf{a}', \mathbf{b}, \mathbf{b}') = \pm 2 \quad (18)$$

Усредняя s по λ , находим, что значение этой величины заключено между $+2$ и -2 :

$$-2 \leq \int d\lambda \rho(\lambda) \cdot s(\lambda, \mathbf{a}, \mathbf{a}', \mathbf{b}, \mathbf{b}') \leq 2 \quad (19)$$

Согласно (12), мы можем переписать эти неравенства в виде

$$-2 \leq S(\mathbf{a}, \mathbf{a}', \mathbf{b}, \mathbf{b}') \leq 2 \quad (20)$$

где

$$S(\mathbf{a}, \mathbf{a}', \mathbf{b}, \mathbf{b}') = E(\mathbf{a}, \mathbf{b}) - E(\mathbf{a}, \mathbf{b}') + E(\mathbf{a}', \mathbf{b}) + E(\mathbf{a}', \mathbf{b}') \quad (21)$$

Это – так называемые В.С.Н.С.Н. неравенства, *т.е.* неравенства Белла, обобщенные Clauser, Horne, Shimony, Holt⁸. Они содержат комбинацию S четырех коэффициентов корреляции для поляризации, связанных с двумя направлениями анализа для каждого поляризатора (\mathbf{a} и \mathbf{a}' для поляризатора I, \mathbf{b} и \mathbf{b}' для поляризатора II). Заметим, что они применимы для теорий с дополнительным параметром весьма общего вида, определяемого в разделе 3.1 (уравнения 9, 10 и 12), всего лишь примером которых является наша наивная модель.

4. КОНФЛИКТ С КВАНТОВОЙ МЕХАНИКОЙ

4.1. Факты

Мы можем воспользоваться предсказаниями (6) квантовой механики для ЭПР-пар, чтобы оценить величину $S(\mathbf{a}, \mathbf{a}', \mathbf{b}, \mathbf{b}')$, определяемую соотношением (21). Для частного набора ориентаций, показанных на рис. 4а, результат равен

$$S_{QM} = 2\sqrt{2} \quad (22)$$

Это квантово-механическое предсказание определенно конфликтует с неравенствами Белла (20), которые верны для произвольной теории с дополнительным параметром общего вида, описанной в § 3.1.

Мы выявили, таким образом, ситуацию, для которой предсказания квантовой механики не могут быть воспроизведены (имитированы) теориями с дополнительными параметрами. Это и есть суть теоремы Белла: невозможно найти теорию с дополнительным параметром, удовлетворяющую общему описанию из § 3.1, которая воспроизводит **все** предсказания квантовой механики. Данное утверждение обобщает то, что показано на рис. 3 для конкретной модели с дополнительным параметром, рассмотренной в § 3.2: эта модель точно воспроизводит предсказания квантовой механики для отдельных углов (0, $\pi/4$, $\pi/2$), но дает отличающиеся предсказания при других углах. Важность теоремы Белла состоит в том, что она относится не к конкретным моделям с дополнительными параметрами, а имеет общий характер.

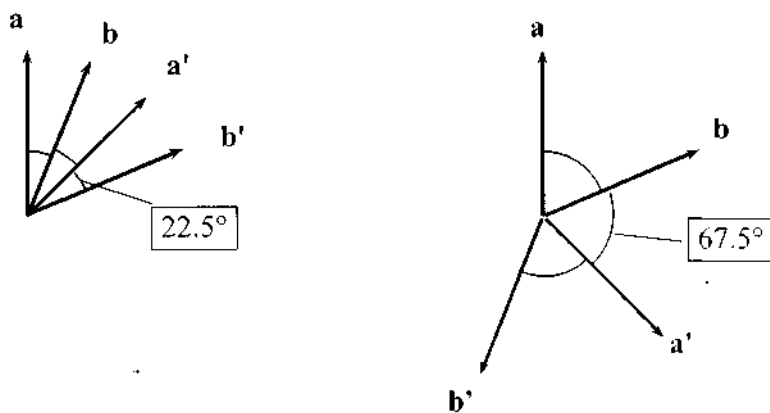


Рисунок 4 – Ориентации, где в наибольшей степени проявляется конфликт между неравенствами Белла и квантовой механикой.

4.2. Максимальный конфликт

Интересно установить наибольшее расхождение между неравенством Белла и предсказаниями квантовой механики. Обозначим величину, предсказываемую квантовой механикой, через S_{QM} :

$$S_{QM}(\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{a}', \mathbf{b}') = \cos(\mathbf{a}, \mathbf{b}) - \cos(\mathbf{a}, \mathbf{b}') + \cos(\mathbf{a}', \mathbf{b}) + \cos(\mathbf{a}', \mathbf{b}') \quad (23)$$

Она является функцией трех независимых переменных (\mathbf{a}, \mathbf{b}) , $(\mathbf{b}, \mathbf{a}')$ и $(\mathbf{a}', \mathbf{b}')$. Заметим, что

$$(\mathbf{a}, \mathbf{b}') = (\mathbf{a}, \mathbf{b}) + (\mathbf{b}, \mathbf{a}') + (\mathbf{a}', \mathbf{b}')$$

Чтобы найти экстремум S_{QM} , приравняем три частных производные к нулю и получим

$$(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = (\mathbf{b}, \mathbf{a}') = (\mathbf{a}', \mathbf{b}') = \theta \quad (24)$$

а также

$$\sin \theta = \sin 3\theta \quad (25)$$

На рис. 5 мы построили график функции $S_{QM}(\theta)$ для случая, определенного условием (24). Отсюда видно, что абсолютные максимум и минимум величины S_{QM} равны:

$$S_{MQ} = 2\sqrt{2} \text{ при } \theta = \pm \frac{\pi}{8} \quad (26)$$

$$S_{MQ} = -2\sqrt{2} \text{ при } \theta = \pm \frac{3\pi}{8} \quad (27)$$

Эти значения и являются решениями (25). Соответствующие наборы ориентаций показаны на рис. 4. Они дают наибольшие нарушения неравенств Белла.

Более общим образом рис. 5 показывает, что имеется большой диапазон ориентаций, влекущих конфликт с неравенствами Белла. Ясно также, однако, что имеется много наборов ориентаций, для которых такой конфликт отсутствует.

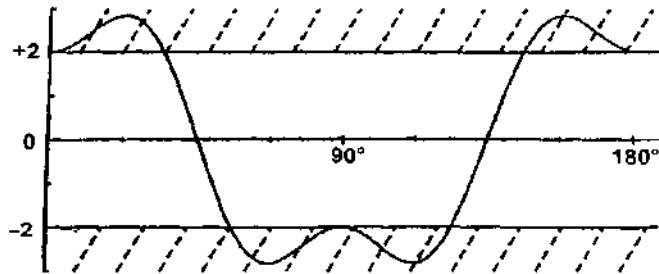


Рисунок 5 - $S(\theta)$, предсказываемая квантовой механикой для ЭПР-пар. Конфликт с неравенствами Белла возникает при $|S| > 2$, и он достигает максимума для набора ориентаций, показанных на рис. 4.

5. ОБСУЖДЕНИЕ: УСЛОВИЕ ЛОКАЛЬНОСТИ

Мы сейчас установили теорему Белла: квантовая механика конфликтует с любой теорией дополнительного параметра, описанной в § 3.1, поскольку она нарушает следствие (неравенства Белла) каждой такой теории. Очевидно, на этой стадии интересно рассмотреть гипотезы, лежащие в основе формализма, который был развит в § 3.1. Тогда можно надеяться выявить специфическую гипотезу, ответственную за указанный конфликт. Поэтому рассмотрим теперь различные гипотезы, лежащие в основе теорий дополнительного параметра из § 3.1.

Первая гипотеза состоит в существовании дополнительных параметров. Как мы видели, они были введены с целью объяснения корреляции на расстоянии. Эти гипотезы жестко связаны с концепцией мира по Эйнштейну, в которой представление о различной физической реальности для различных частиц является весьма значимым. Возможно даже вывести существование дополнительных параметров из общего утверждения о физической реальности в духе идей Эйнштейна⁹. Гипотеза в этом духе кажется совершенно необходимой в процессе вывода неравенств, конфликтующих с квантовой механикой.

Второй рассматриваемой гипотезой является детерминизм. Фактически формализм раздела 3.1 является детерминистическим: если значение λ фиксировано, то значения $A(\lambda, \mathbf{a})$ и $B(\lambda, \mathbf{b})$ результатов измерения поляризации однозначно определены. Возможно обсуждение вопроса о том, не является ли источником конфликта индетерминистский формализм квантовой механики. В действительности, как впервые показал Белл¹⁰, а затем более развернуто и другие авторы¹¹, легко обобщить формализм раздела 3.1 на *стохастические* теории с дополнительным параметром, в которых детерминированные функции измерения $A(\lambda, \mathbf{a})$ и $B(\lambda, \mathbf{b})$ заменены вероятностными функциями. Из этого следует, что неравенства Белла остаются справедливыми, и указанный конфликт не исчезает. Поэтому общепринятое мнение состоит в том, что источником конфликта не является детерминистский характер формализма.

Наиболее важная гипотеза, выделяемая Беллом во всех его публикациях, состоит в локальном характере формализма раздела 3.1. Действительно, мы в явной форме предположили, что результат $A(\lambda, \mathbf{a})$ измерения поляризации поляризатором I не зависит от ориентации \mathbf{b} удаленного поляризатора II, и наоборот. Аналогично, было предположено, что распределение вероятностей $\rho(\lambda)$ (т.е. характер излучения пар) не зависит от ориентаций \mathbf{a} и \mathbf{b} . Это *предположение о локальности* является решающим: без него неравенства Белла не выполняются. Действительно, ясно, что рассуждения § 3.3 для величин $A(\lambda, \mathbf{a}, \mathbf{b})$ или $\rho(\lambda, \mathbf{a}, \mathbf{b})$ перестают быть справедливыми.

Итак, при выводе неравенств Белла две гипотезы кажутся необходимыми и, следовательно, приводящими к конфликту с квантовой механикой:

- корреляции на расстоянии могут быть поняты на основе введения дополнительных параметров для разделенных частиц, в духе идеи Эйнштейна о том, что различным частицам отвечает разные физические сущности.
- величины $A(\lambda)$, $B(\lambda)$ и $\rho(\lambda)$ отвечают *условию локальности*, т.е. они не зависят от ориентаций удаленных поляризаторов.

Вот почему часто говорят, что квантовая механика конфликтует с Локальным Реализмом.

6. МЫСЛЕННЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ С РЕГУЛИРУЕМЫМИ АНАЛИЗАТОРАМИ: УСЛОВИЕ ЛОКАЛЬНОСТИ КАК СЛЕДСТВИЕ ПРИЧИННОСТИ ПО ЭЙНШТЕЙНУ

В статических экспериментах, т.е. при фиксированных в течение всего эксперимента поляризаторах, условие локальности должно быть задано как предположение. Хотя оно является весьма разумным, это условие не предписано в качестве какого-либо фундаментального физического закона. Как пишет Белл¹, «настройка приборов производится достаточно задолго до выявления их некоторого взаимного отношения при обмене сигналами, скорости которых меньше или равны скорости света». В этом случае результат $A(\lambda)$ измерения в поляризаторе I может зависеть от ориентации \mathbf{b} удаленного поляризатора II, и наоборот. Условие локальности при этом нельзя больше считать заведомо выполненным, равно как и неравенства Белла - справедливыми.

Таким образом, Белл настаивал на важности «экспериментов типа предложенного Аароновым и Бомом⁵, в котором настройки изменяются во время полета частиц» (эта идея ранее уже была высказана в книге Бома⁴). В таком динамическом эксперименте условие локальности должно быть следствием причинности по Эйнштейну с учетом сверхсветового влияния.

Как показано в наших предложениях¹³ (1975г.), достаточно переключать каждый поляризатор между двумя положениями (\mathbf{a} и \mathbf{a}' для I, \mathbf{b} и \mathbf{b}' для II). В результате этого будет возможно выполнить экспериментальную проверку широкого класса теорий с дополнительными параметрами, подчиняющихся причинности в духе Эйнштейна. В таких теориях отклик поляризатора I в момент t будет зависеть от ориентации \mathbf{b} (или \mathbf{b}') поляризатора II в предшествующий момент $t-L/c$ (L – расстояние между поляризаторами). Подобная зависимость с задержкой должна рассматриваться и для распределения вероятностей $\rho(X)$, т.е. для механизма излучения пар источником. При случайном выборе моментов переключения в отсутствие корреляции между конфигурациями на концах измерительной установки предсказания этих более общих «сепарабельных теорий с дополнительными параметрами» подчиняются обобщенным неравенствам Белла¹³, основанным на эйнштейновской причинности, а не на условии локальности Белла.

С другой стороны, можно показать¹⁴, что поляризационные корреляции, предсказываемые квантовой механикой, зависят от ориентаций \mathbf{a} и \mathbf{b} только в момент измерений, и не учитывают какой-либо задержки вида L/c . При подходящем выборе $(\mathbf{a}, \mathbf{a}', \mathbf{b}, \mathbf{b}')$ – например, как показано на рис. 4 – предсказания квантовой механики продолжают конфликтовать с обобщенными неравенствами Белла.

Для эксперимента с регулируемым во времени поляризаторами теорема Белла утверждает, что квантовая механика несовместима с теориями с дополнительными параметрами, подчиняющимися причинности по Эйнштейну. Заметим, что подобная причинность уже сыграла важную роль в дискуссиях, приводящих к представлениям о дополнительных параметрах или, что то же самое, о независимой физической реальности для каждой отдельной подсистемы⁶. Следовательно, не будет преувеличением заключить, что в схеме с регулируемым во времени поляризаторами теорема Белла устанавливает противоречие между квантовой механикой и описанием мира в духе идей Эйнштейна. Заметим, однако, что Эйнштейн не знал теоремы Белла и не мог размышлять о том, совместимо ли его представление о мире со всеми математическими предсказаниями квантовой механики. Мы не знаем, какова была бы его реакция на противоречие, устанавливаемое теоремой Белла.

7. ОТ ТЕОРЕМЫ БЕЛЛА К РЕАЛЬНОМУ ЭКСПЕРИМЕНТУ

7.1. Экспериментальная проверка неравенств Белла

Теорема Белла решающим образом повлияла на дискуссии о возможности (или необходимости) полноты квантовой механики. Речь больше не шла о философской позиции (реализм или позитивизм...) или об индивидуальном предпочтении. Стало возможным разрешение вопроса с помощью эксперимента. Если можно приготовить пары фотонов (или частиц со спином 1/2) в ЭПР-состоянии и измерить четыре числа совпадений $N_{\pm\pm}(\mathbf{a}, \mathbf{b})$ для детекторов на выходе измерительных каналов поляризаторов (или фильтров Штерна-Герлаха), то можно получить и поляризационный коэффициент корреляции для поляризаторов с ориентациями \mathbf{a} и \mathbf{b} :

$$E(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = \frac{N_{++}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) - N_{+-}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) - N_{-+}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) + N_{--}(\mathbf{a}, \mathbf{b})}{N_{++}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) + N_{+-}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) + N_{-+}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) + N_{--}(\mathbf{a}, \mathbf{b})} \quad (28)$$

Выполнив четыре измерения этого типа с ориентациями (\mathbf{a}, \mathbf{b}) , $(\mathbf{a}, \mathbf{b}')$, $(\mathbf{a}', \mathbf{b})$ и $(\mathbf{a}', \mathbf{b}')$, мы получим измеренное значение $S(\mathbf{a}, \mathbf{a}', \mathbf{b}, \mathbf{b}')$ для величины S , определяемой уравнением (21). Выбрав ситуацию, при которой квантовая механика предсказывает, что эта величина не удовлетворяет неравенствам Белла, (20), мы получаем экспериментальный критерий, позволяющий выбрать между квантовой механикой и некоторой локальной теорией с дополнительными параметрами. Если мы при этом используем схему с регулируемыми поляризаторами, мы тестируем даже более общий класс «сепарабельных» (или *причинных* в релятивистском смысле) теорий с дополнительными параметрами.

7.2. Подходящие ситуации встречаются редко

Справедливость квантовой механики подтверждалась таким множеством экспериментов, что теорема Белла сразу могла бы быть принята в качестве доказательства невозможности существования дополнительных параметров. Однако подходящие (*sensitive*) ситуации, в которых проявляется устанавливаемый неравенствами Белла конфликт, встречаются так редко, что в 1965 году они еще не были реализованы.

Чтобы лучше оценить этот момент, заметим сначала, что неравенства Белла совместимы целиком со всей классической физикой, т.е. с классической (релятивистской) механикой и классической электродинамикой, которые могут быть интегрированы в формализм дополнительных параметров, подчиняющихся причинности Эйнштейна. Например, в классической механике параметрами λ могут служить начальные положения и скорости частиц, которыми задается последующая эволюция. Сходным образом, в классической электродинамике параметрами λ могут служить траектории зарядов, которые задают электромагнитные поля и их действие на измерительные приборы.

Более того, в обычно описываемых квантовой механикой ситуациях конфликт с неравенствами Белла возникает не часто. Более точно, при наблюдении за корреляцией между двумя отдельными подсистемами (которые могли взаимодействовать в прошлом), мы можем выделить два условия, необходимых для возможности появления конфликта с неравенствами Белла:

- Две отдельные подсистемы должны находиться в *запутанном (entangled)*, не факторизуемом состоянии, таком, как (1) (или в синглетном состоянии для двух частиц со спином $1/2$).
- Для каждой подсистемы должно быть возможным выбрать измеряемую величину из числа как минимум двух некоммутирующих переменных (таких, как измерения поляризации вдоль направлений \mathbf{a} и \mathbf{a}' , параллельных или перпендикулярных).

Даже в этом случае, как мы видели, конфликт имеет место только для правильно выбранных измеряемых величин (наборов ориентаций). В то же время, как показано на рис. 5, имеется много наборов ориентаций, для которых предсказания квантовой механики не нарушают неравенства Белла.

В 1965 году еще не было экспериментально показано, что неравенства Белла могут не выполняться. Хотя эти неравенства были выведены из весьма обоснованных предположений, можно было допустить возможность того, что нарушение неравенств Белла указывает на ситуацию, где квантовая механика несправедлива. Следовало придумать *решающий (sensitive) эксперимент, т.е.* эксперимент, в котором предсказания квантовой механики для реальной ситуации нарушали бы неравенства Белла. Эксперимент должен был, далее, помочь сделать ясный выбор между квантовой механикой и теориями с дополнительным параметром, для которых выполняется условие локальности Белла.

7.3. Генерация пар фотонов в ЭПР-состоянии

Как указано в работе С.Н.С.Н.⁸, пары фотонов, испускаемых в подходящих каскадах излучения атомов, являются хорошими кандидатами для соответствующих тестов. Рассмотрим, например, атомный каскад $J = 0 \rightarrow J = 1 \rightarrow J = 0$ (рис. 6). Предположим, что мы с помощью спектральных волновых фильтров и коллиматоров отобрали две плоские волны с частотами ν_1 и ν_2 , распространяющиеся в противоположных направлениях вдоль оси z (рис 7).

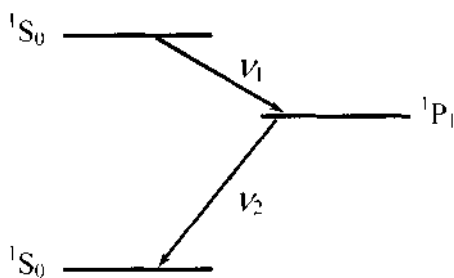


Рисунок 6 – Каскад, излучающий пары фотонов с коррелированной поляризацией.

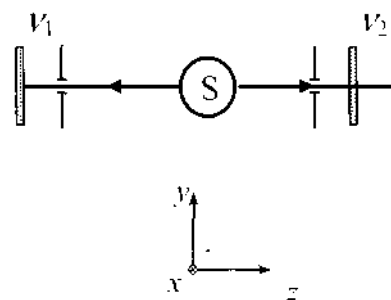


Рисунок 7 – Идеальная конфигурация (бесконечно малые фиксированные углы).

Легко показать, опираясь на сохранение четности и углового момента, что поляризационная часть вектора состояния, описывающего пару (ν_1, ν_2) , может быть представлена в виде:

$$\Psi(\nu_1, \nu_2) = \frac{1}{\sqrt{2}} [|R, R\rangle + |L, L\rangle] \quad (29)$$

где $|R\rangle$ и $|L\rangle$ - состояния с круговой поляризацией. Выражая $|R\rangle$ и $|L\rangle$ через линейно поляризованный базис, мы получим состояние (1)

$$|\Psi(v_1, v_2)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \{|x, x\rangle + |y, y\rangle\}$$

Для этого запутанного ЭПР-состояния можно выполнить решающий (sensitive) эксперимент.

7.4. Реалистический эксперимент

Реальный эксперимент отличается от идеального определенными моментами. Например, свет должен быть сфокусирован в пределах конечных углов $2u$, насколько можно больших (рис. 8). В этой ситуации, как можно показать¹⁵, диапазон изменения корреляционной функции уменьшается, поскольку (6) заменяется на:

$$E_{QM}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = F(u) \cdot \cos 2(\mathbf{a}, \mathbf{b}) \quad (30)$$

где $F(u) < 1$. На рис. 9 изображена $F(u)$ для каскада $J = 0 \rightarrow J = 1 \rightarrow J = 0$. К счастью, без значительного ущерба можно использовать большие углы. Для $u = 32^\circ$ (в наших экспериментах) получается $F(u) = 0.984$.

Все экспериментальные отклонения от идеальности (дефекты поляризаторов, случайное двойное лучепреломление, и т.п.) подобным же образом приводят к уменьшению значений корреляционной функции $E(\mathbf{a}, \mathbf{b})$. Функция $S_{QM}(\theta)$ (рис. 5) умножается при этом на множитель, меньший 1, и конфликт с неравенствами Белла уменьшается или даже совсем исчезает. Следовательно, хороший эксперимент должен быть тщательно разработан, а каждый дополнительный эффект должен быть специально оценен. Все значимые параметры должны полностью контролироваться, поскольку какой-либо неучтенный эффект может аналогичным образом уменьшить упомянутый конфликт. Например, сверхтонкая структура может существенно уменьшить $F(u)$, так что следует использовать только однородный изотопный состав¹⁵.

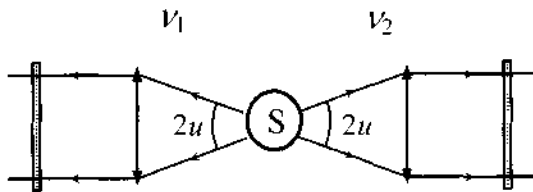


Рисунок 8 – Реалистическая конфигурация с конечным фиксированным углом.

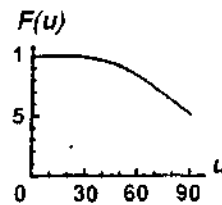


Рисунок 9 – Понижающий множитель для каскада $J = 0 \rightarrow J = 1 \rightarrow J = 0$.

7.5. Условия синхронизации

Как мы видели в главе 6, условие локальности Белла может рассматриваться как следствие причинности по Эйнштейну, если эксперимент удовлетворяет требованиям, сформулированным в виде двух пунктов:

- i. Разнесенные в пространстве измерения над двумя подсистемами должны быть разделены пространственно-подобным интервалом.
- ii. Выбор измеряемой величины для каждой из двух отдельных подсистем должен осуществляться случайным образом и также должен разделяться пространственно-подобным интервалом.

Второе условие, очевидно, выполнить гораздо труднее.

8. ПЕРВОЕ ПОКОЛЕНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТОВ

Статья С.Н.С.Н.⁸, опубликованная в 1969, показала возможность осуществления реальных чувствительных экспериментов с коррелированными фотонами, генерируемых в процессе определенных атомных каскадов. К экспериментам приступили две группы, одна в Беркли, другая в Гарварде. После получения ими противоречащих один другому результатов был проведен третий эксперимент в College Station (Техас). Все три эксперимента проводились по упрощенной схеме, отличной от идеальной, поскольку использовались одноканальные поляризаторы.

8.1. Эксперименты с одноканальным поляризатором

В этой упрощенной экспериментальной схеме используются поляризаторы, пропускающие свет, поляризованный параллельно **a** (или **b**), но не пропускающий свет в ортогональном направлении. По сравнению со схемой рис. 1 в данном случае можно зарегистрировать только результат +, а измерения совпадений позволяют установить только числа $N_{++}(\mathbf{a}, \mathbf{b})$ между + каналами. Чтобы восполнить отсутствие результатов -, выполнялись дополнительные операции по исключению одного или обоих поляризаторов («ориентация» исключенного поляризатора обозначается через ∞). Мы можем тогда записать соотношения между *измеренными* числами совпадений $N_{++}(\mathbf{a}, \mathbf{b})$, $N_{++}(\mathbf{a}, \infty)$, $N_{++}(\infty, \mathbf{b})$ и теми, которые не были измерены:

$$\begin{aligned} N_{++}(\infty, \infty) &= N_{++}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) + N_{+-}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) + N_{-+}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) + N_{--}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) \\ N_{++}(\mathbf{a}, \infty) &= N_{++}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) + N_{+-}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) \\ N_{++}(\infty, \mathbf{b}) &= N_{++}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) + N_{-+}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) \end{aligned} \quad (31)$$

Путем подстановки коэффициента поляризационной корреляции в выражение (28) и в неравенства (21) можно исключить все числа, которые не измерялись, и получить новые неравенства В.С.Н.С.Н.

$$-1 \leq S' \leq 0 \quad (32)$$

где величина S'

$$S' = \frac{N(\mathbf{a}, \mathbf{b}) - N(\mathbf{a}, \mathbf{b}') + N(\mathbf{a}', \mathbf{b}) + N(\mathbf{a}', \mathbf{b}') - N(\mathbf{a}', \infty) - N(\infty, \mathbf{b})}{N(\infty, \infty)} \quad (33)$$

представлена в виде функции только *измеренных* чисел совпадений (мы опустили очевидные нижние индексы ++ в этом выражении).

Для наборов ориентаций, показанных на рис. 4, предсказания квантовой механики нарушают неравенства Белла (32):

$$\begin{aligned} S'_{QM}^{Max} &= \frac{\sqrt{2}-1}{2} \quad \text{при} \quad \theta = \pi/8 \\ S'_{QM}^{Min} &= \frac{-\sqrt{2}-1}{2} \quad \text{при} \quad \theta = 3\pi/8 \end{aligned} \quad (34)$$

Следовательно, возможно выполнить чувствительную проверку также и для одноканальных поляризаторов.

Заметим, однако, что такой вывод неравенств Белла (32) подразумевает *одно дополнительное допущение*. Поскольку эффективность измерений невелика (вследствие небольшого угла собирания и низкой эффективности фотоумножителей), вероятности, входящие в выражение для $E(\mathbf{a}, \mathbf{b})$, должны быть переопределены на множестве пар, которые подлежат регистрации с помощью исключенных поляризаторов. Эта процедура допустима только на основании разумной гипотезы относительно детекторов. Гипотеза С.Н.С.Н.⁸ гласит, что «для пар фотонов, выходящих из поляризаторов, вероятность их совместной регистрации не зависит от ориентаций поляризаторов» (или их исключения). Clauser и Horne¹¹ выдвинули другое допущение, приводящее к тем же неравенствам. Статус этих допущений обстоятельно обсуждается в¹⁶.

8.2. Результаты

В эксперименте в Беркли¹⁷ Clauser и Freedman создали источник, в котором атомы кальция возбуждались ультрафиолетовым излучением до очень нестабильных (lying) состояний. Вследствие этого атом должен распасться, и, наряду с различными иными путями выхода из возбужденного состояния, имеется некоторая вероятность излучения пары, содержащей зеленый и фиолетовый скоррелированные фотоны ($4p^2\ ^1S_0 \rightarrow 4s4p\ ^1P_1 \rightarrow 4s^2\ ^1S_0$ каскад излучения). Поскольку сигнал был слабым, и имели место ложные каскады, то для получения значимого результата в эксперименте измерения продолжались более 200 часов. Результаты оказались в согласии с квантовой механикой, и было зафиксировано нарушение релевантных неравенств Белла (32) (на величину 5 стандартных отклонений).

В это же самое время в Гарварде Holt и Pipkin¹⁸ получили результат, расходящийся с квантовой механикой, но удовлетворяющий неравенствам Белла. Их источник основывался на каскаде $9^1P_1 \rightarrow 7^3P_1 \rightarrow 6^3P_0$ для ртути (изотоп 200), возбуждаемой электронной бомбардировкой. Накопление данных продолжалось 150 часов. Clauser затем повторил их эксперимент, но со ртутью 202. Он получил согласие с квантовой механикой и существенное нарушение неравенств Белла¹⁹.

В 1976 году в Хьюстоне Fry и Thompson²⁰ изготовили гораздо более совершенный источник коррелированных фотонов, испускаемых в процессе каскада $7^3S_1 \rightarrow 6^3P_1 \rightarrow 6^3S_0$ для ртути 200. Это каскад типа $J = 1 \rightarrow J = 1 \rightarrow J = 0$, заведомо не такого подходящего, как $J = 0 \rightarrow J = 1 \rightarrow J = 0$, но зато можно избирательно возбуждать верхний уровень каскада, используя перестраиваемый лазер непрерывного излучения с одиночной линией (очень редкий в то время прибор). Сигнал имел амплитуду на несколько порядков больше, чем в предшествующих экспериментах, что позволило накопить значимые данные в течение всего лишь 80 минут. Их результат блестяще совпал с предсказаниями квантовой механики, и они установили отклонение от неравенств Белла (32), действительных для эксперимента с одноканальными поляризаторами, на 4 стандартных отклонения.

9. ЭКСПЕРИМЕНТЫ В ИНСТИТУТЕ Д'ОРСЭЙ (1980 – 1082)

9.1. Источник

С самого начала проекта нашей целью было использование более сложных схем¹³, так что мы приложили много усилий для разработки высоко эффективного, стабильного и хорошо управляемого источника запутанных фотонов. Это было достигнуто (рис. 10) за счет двухфотонного селективного возбуждения²¹ каскада $4p^2\ ^1S_0 \rightarrow 4s4p\ ^1P_1 \rightarrow 4s^2\ ^1S_0$ для кальция, уже использовавшегося Clauser и Freedman. Этот каскад очень подходит для экспериментов с подсчетом совпадений, поскольку время жизни τ для промежуточного уровня очень короткое (5 нс). Если удастся выявить скорость возбуждения около $1/\tau$, то оптимальное отношение сигнала к шуму при измерении совпадений для этого каскада можно считать установленным.

Нам удалось достигнуть этого оптимального соотношения при использовании лазера с ионами криптона ($\lambda_K = 406$ нм) и перестраиваемого лазера на органических соединениях ($\lambda_D = 581$ нм), настроенного на резонанс с двухфотонным процессом. Оба лазера работали в одномодовом режиме. Они фокусировались на пучке атомов кальция (лазерные лучи имели толщину около 50 мкм). Два контура обратной связи обеспечивали требуемую стабильность источника (лучше чем 0.5 % за несколько часов): первый контур регулировал длину волны перестраиваемого лазера с целью обеспечения максимума флуоресцирующего сигнала; второй контур регулировал угол между поляризациями лазеров и компенсировал все флуктуации отношения интенсивности каскада. При мощности в несколько десятков мВт на каждом лазере интенсивность каскада составила около $N = 4 \times 10^7$ с⁻¹. Более высокая интенсивность не привела бы к значительному улучшению отношения сигнал-шум при подсчете совпадений, поскольку интенсивность случайных совпадений растет пропорционально N^2 , в то время как интенсивность истинных совпадений – пропорционально N . При данной интенсивности каскада интенсивность совпадений с параллельными поляризаторами составляла около 10^2 с⁻¹, т.е. на несколько порядков амплитуды больше, чем в первых экспериментах. Статистическая точность в 1% могла достигаться при этом в каждом отдельном сеансе продолжительностью 100 с.

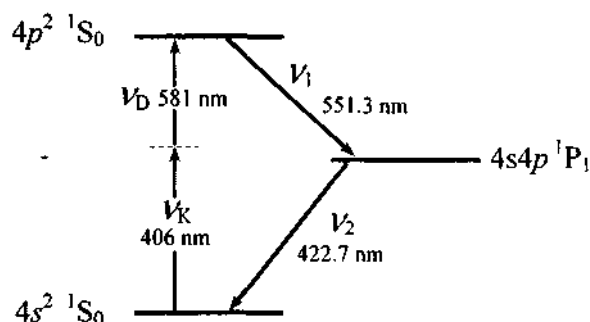


Рисунок 10 – Двухфотонное селективное возбуждение лазера с $4p^2\ ^1S_0$ – состоянием кальция с ионами криптона и перестраиваемого лазера на органических соединениях. Из этого состояния радиоактивный распад атома может приводить только к генерации пары запутанных фотонов (ν_1, ν_2).

9.2. Детектирование – подсчет совпадений

Флуоресцентное излучение собиралось двумя широкоапертурными асферическими линзами ($u = 32^\circ$, как указано на рис. 8), за которыми в каждом плече были установлены интерференционный фильтр (соответственно на 551.3 нм и 422.7 нм), направляющая оптическая система, поляризатор и трубка фотоумножителя. Фотоумножители подключались к электронным счетчикам совпадений, которые содержали преобразователь длительности в амплитуду и многоканальный анализатор, подсчитывающий спектр временной задержки при двухфотонном детектировании (рис. 11). Этот спектр вначале содержит плоский участок, обусловленный случайными совпадениями (между фотонами, излученными разными атомами). Истинные совпадения (между фотонами, излученными одним и тем же атомом) отображаются в виде пика при нулевой задержке, спадающего по экспоненте с постоянной времени $\tau_r = 5$ нс (время жизни промежуточного состояния каскада). Таким образом, измеренный сигнал совпадения соответствует длительности пика.

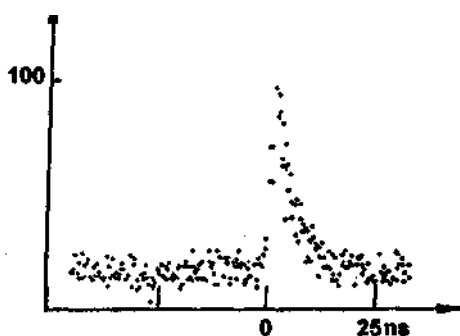


Рисунок 11 – Спектр временной задержки. Число зарегистрированных пар как функция задержки между моментами регистрации двух фотонов. Плоский участок отвечает случайным совпадениям между некоррелированными фотонами, излученными разными атомами, и пропорционален квадрату (N^2) интенсивности каскада. Пик, пропорциональный N , отвечает коррелированным фотонам и дает измеренную интенсивность совпадений.

В дополнение к этому стандартная схема совпадений с 19 нс окном совпадений контролировала интенсивность совпадений относительно нулевой задержки, в то время как канал с задержкой совпадений отслеживал интенсивность случайных совпадений. Поэтому было возможно проверять факт равенства интенсивности истинных совпадений, полученной вычитанием, измеренному значению сигнала на пике спектра временной задержки,

Во втором и третьем экспериментах мы использовали счетверенную систему контроля совпадений, предусматривающую счетверенный многоканальный анализатор и и четыре схемы двойных совпадений. Данные автоматически собирались и обрабатывались компьютером.

9.3. Эксперименты с одноканальными поляризаторами²²

Наш первый эксперимент был осуществлен с одноканальным комплектом плоских поляризаторов, изготовленных из десятка оптических плоских пластин с углом Брюстера, обеспечивающим очень высокую инвариантность относительно вращения. Для полностью поляризованного света максимум и минимум пропускания составлял 0.975 ± 0.005 и 0.030 ± 0.005 соответственно.

Благодаря нашему высоко эффективному источнику, позволявшему нам добиться замечательной статистической точности за время сеанса в 100 с, мы могли осуществлять различные статистические проверки, равно как и физические тесты, например, в

отношении вращательной инвариантности сигналов (для всех этих измерений требовалось поддерживать долговременную стабильность источника на уровне 0.5%).

Была выполнена прямая проверка выполнения неравенств Белла для одноканальных поляризаторов (32). Мы нашли для величины S' (уравнение 33)

$$S'_{\text{exp}} = 0.126 \pm 0.014 \quad (35)$$

что нарушает неравенства (32) на 9 стандартных отклонений, но находится в хорошем согласии с предсказаниями квантовой механики с учетом эффективности наших поляризаторов и апертурных углов линз:

$$S'_{QM} = 0.118 \pm 0.005 \quad (36)$$

Погрешность теоретического значения S'_{QM} учитывает погрешность при определении эффективности поляризаторов.

Согласие между экспериментальными данными и предсказаниями квантовой механики было проверено во всем 360° - диапазоне ориентаций (рис. 12).

Мы повторили эти измерения с поляризаторами, удаленными на 6.5 м от источника. При таком расстоянии (четыре длины когерентности волнового пакета, связанного со временем жизни τ_r) детектируемые события были разделены пространственно-подобным интервалом, так что, следовательно, выполнялось первое временное условие из раздела 7.5. При этом не было отмечено изменения экспериментальных результатов, и неравенства Белла нарушались в той же самой количественной мере.

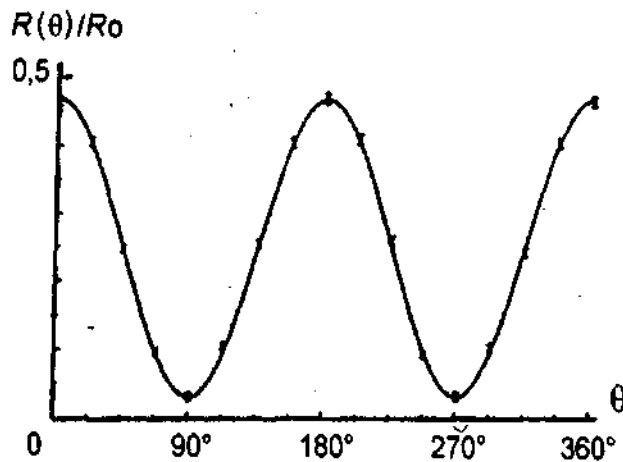


Рисунок 12 – Эксперимент с одноканальными поляризаторами. Нормализованная интенсивность совпадений как функция относительной ориентации поляризаторов. Указана погрешность величиной ± 1 стандартное отклонение. Сплошная кривая – не результат сглаживания экспериментальных данных, а предсказание квантовой механики для данного эксперимента.

9.4. Эксперименты с двухканальными поляризаторами^{23, 24, 25}

При работе с одноканальными поляризаторами измерения поляризации являются принципиально неполными. При излучении пары фотонов отсутствие срабатывания в одном из фотоумножителей не дает возможности узнать, «было ли оно просто пропущено» детектором или было заблокировано поляризатором (только последний случай соответствует –результату при измерении). Вот почему пришлось прибегать ко

вспомогательным экспериментам и косвенным обоснованиям на основе дополнительных допущений, чтобы проверить неравенства Белла.

При использовании двухканальных поляризаторов мы смогли осуществить эксперимент, гораздо лучше соответствующий идеальной схеме рис. 1. Наши поляризаторы представляли собой поляризующие кубы с диэлектрическими слоями, пропускающими одну поляризацию и отражающие ортогональную к ней (подобный эксперимент с двухканальными поляризаторами из кальцита рассматривался в университете Catania²⁶). Такой поляризующий расщепитель и два соответствующих фотоумножителя были укреплены на вращающейся монтажной подставке. Данное устройство (поляриметр) дает + и – результаты при измерении линейной поляризации. Это – оптический аналог фильтра Штерна – Герлаха для частиц со спином 1/2.

Для поляриметров I и II с ориентациями **a** и **b** и счетверенной системой подсчета совпадений мы могли измерять в одном сеансе четыре интенсивности совпадений $N_{\pm\pm}(\mathbf{a},\mathbf{b})$ и непосредственно определять коэффициент поляризационной корреляции $E(\mathbf{a},\mathbf{b})$, подставляя эти числа в уравнение (28). Далее было достаточно повторить то же самое измерение при подходящей (sensitive) настройке в четырех направлениях, чтобы непосредственно проверить идеальные неравенства Белла (20).

Поскольку эта экспериментальная схема была гораздо ближе к идеальной схеме рис. 1, чем в предыдущих экспериментах с одноканальными поляризаторами, мы не нуждались в привлечении существенных дополнительных предположений относительно детекторов. Однако эффективность детектирования в каждом канале заметно ниже единицы, во-первых, из-за ограниченной величины угла собирания и, во-вторых, из-за собственной эффективности фотоумножителей. Защитники теорий со скрытыми переменными могли бы утверждать, что нет уверенности в том, что выборка, в которой получено -измерение, остается той же самой при изменении ориентации поляриметров. Чтобы иметь возможность логически сравнивать наши измерения по проверке неравенств Белла мы, следовательно, также нуждаемся в дополнительном допущении: мы должны предположить, что ансамбль фактически регистрируемых пар не зависит от ориентаций поляриметров. Это допущение весьма убедительно вследствие нашей симметричной схемы, где данные двух ортогональных выходных каналов поляризатора обрабатываются одинаковым образом (эффективность детектирования в обоих каналах поляриметра одинакова). Более того, мы экспериментально проверили, что сумма четырех интенсивностей совпадений $N_{\pm\pm}(\mathbf{a},\mathbf{b})$ остается постоянной при изменении ориентаций, хотя каждая из интенсивностей варьируется на 100%. Это показывает, что объем выборки пар не изменяется. Конечно, это не является строгим доказательством принятого нами допущения, но, по крайней мере, согласуется с ним. Заметим, что можно использовать еще более сильное допущение, «*допущение о хорошей представительности выборки (fair sampling assumption)*», согласно которому предполагается, что ансамбль детектируемых пар является представительным по отношению к ансамблю всех излученных пар. Вышеприведенное допущение является логическим следствием допущения о хорошей представительности выборки, которое является более сильным. С другой стороны, допущение о хорошей представительности выборки весьма правдоподобно и легко формулируется.

Эксперимент был выполнен при подходящей (sensitive) настройке в четырех направлениях в соответствии с рис. 4а, т.е. для максимально конфликтного предсказания. Было получено значение

$$S_{\text{exp}} = 2.697 \pm 0.015 \quad (37)$$

нарушающее неравенство (21) ($|S| \leq 2$) более чем на 40 стандартных отклонений! Заметим, что этот результат находится в точном соответствии с предсказаниями квантовой механики для эффективности наших поляризаторов и апертуры линз:

$$S_{QM} = 2.70 \pm 0.05 \quad (38)$$

Погрешность, указанная для S_{QM} , учитывает незначительную асимметрию между двумя каналами поляризатора ($\pm 1\%$). Влияние этой асимметрии было найдено расчетным путем и не может привести к изменению S_{QM} более чем на 2 %.

Мы также выполнили измерения поляризационного коэффициента корреляции $E(\mathbf{a}, \mathbf{b})$ в разных направлениях, чтобы непосредственно сравнить его с предсказаниями квантовой механики (рис. 13). Как видим, согласие полное.

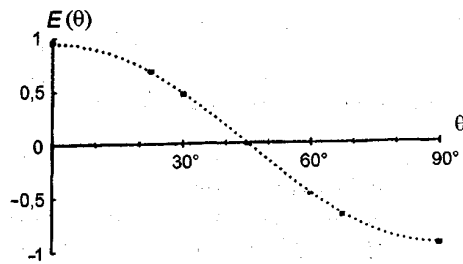


Рисунок 13 – Эксперимент с двухканальными поляризаторами. Поляризационная корреляция как функция относительного угла поляризаторов. Указана величина погрешности +2 стандартных отклонения. Пунктирная кривая – не результат сглаживания экспериментальных данных, а предсказание квантовой механики для данного эксперимента. В идеальном эксперименте кривая должна точно проходить через значения ± 1 .

Эти измерения могут быть представлены в разной форме, подчеркивая релевантность проверки неравенств Белла. На рис. 14 мы показываем поведение измеренной величины $S(\theta)$ в соответствии с ее определением в разделе 4.2. Нарушение неравенств Белла очевидно вблизи 22.5° (что соответствует результату (37)) и 67.5° , но можно также видеть, как уже подчеркивалось, что имеется широкий диапазон ситуаций, где нет конфликта с неравенствами Белла.

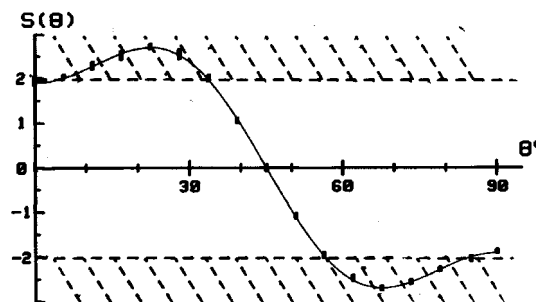


Рисунок 14 – Эксперимент с двухканальными поляризаторами. Величина $S(\theta)$, предназначенная для проверки неравенств Белла ($-2 < S < +2$), как функция относительного угла поляризаторов. Указана величина погрешности +2 стандартных отклонения. Пунктирная кривая – не результат сглаживания экспериментальных данных, а предсказание квантовой механики для данного эксперимента. В идеальном эксперименте кривая должна точно проходить через значения ± 2.828 .

9.5. Динамический эксперимент²⁷

Как подчеркивалось в разделах 6 и 7.5, идеальный тест неравенств Белла должен обеспечить возможность переключения в случайные моменты времени ориентации каждого поляризатора¹³, поскольку условие локальности должно стать следствием причинности по Эйнштейну. Мы сделали шаг в направлении к этому идеальному эксперименту, используя модифицированную схему, которая представлена на рис. 15.

В этой схеме¹³ каждый (одноканальный) поляризатор заменен установкой, обеспечивающей переключение устройства, за которой расположены два поляризатора с различными ориентациями: **a** и **a'** на стороне I, **b** и **b'** на стороне II. Оптический переключатель C_1 может быстро перенаправить падающий свет либо на поляризатор с ориентацией **a**, либо на поляризатор с ориентацией **a'**. Эта установка, таким образом, эквивалентна регулируемому поляризатору, переключаемому между двумя ориентациями **a** и **a'**. Подобная же установка имеется и с другой стороны, она эквивалентна поляризатору, переключаемому между ориентациями **b** и **b'**. В нашем эксперименте расстояние L двумя переключателями составляло 13 м, а значение L/c равнялось 43 нс.

Переключение света осуществлялось устройством, действие которого базируется на акусто-оптическом взаимодействии света со стоячей волной в воде. Угол падения (угол Брэгга) и акустическая мощность регулировались полным переключением между 0-й и 1-й зонами дифракции. Функция переключения определялась при этом выражением $\sin^2[(\pi/2)\cos \Omega_0 t]$, где акустическая частота $\Omega_0/2\pi$ равна примерно 25 МГц.

Изменение частоты эквивалентного регулируемого поляризатора осуществлялось через неравные интервалы 6.7 нс и 13.3 нс. Поскольку эти интервалы, как и задержка между испусканием двух фотонов пары (среднее значение $\tau_r = 5$ нс), были малы в сравнении с L/c (43 нс), то детектируемое событие с одной стороны и соответствующее изменение ориентации с другой стороны были разделены пространственно-подобным интервалом. Первое временное условие, очевидно, выполнялось. Второе временное условие в основном тоже соблюдалось, за исключением того обстоятельства, что переключение не было истинно случайным, а скорее квазипериодическим (мы обсудим этот пункт ниже).

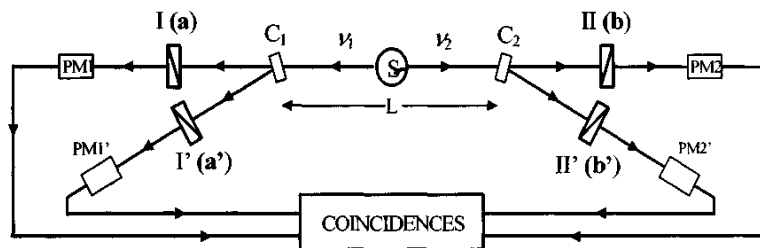


Рисунок 15 – Динамический эксперимент с оптическими переключателями (C_1 и C_2). Переключатель C_1 , за которым расположены два поляризатора с ориентациями **a** и **a'**, эквивалентен одному поляризатору, переключаемому между ориентациями **a** и **a'**. Переключение происходит примерно через каждые 10 нс. Такая же установка, управляемая независимо от первой, находится и с другой стороны. В нашем эксперименте расстояние L между переключателями было заведомо достаточным (13 м), чтобы время распространения сигнала между переключателями, отвечающее скорости света (43 нс), было значительно больше, чем пауза между двумя переключениями (около 10 нс) и задержка момента излучения одного фотона пары относительно момента излучения другого (в среднем 5 нс).

Эксперимент был далек от идеала в других отношениях. Во-первых, чтобы выровнять пучки фотонов по апертуре переключателей, мы уменьшили их размер в 3 раза, вызвав этим уменьшение по амплитуде на порядок интенсивности совпадений. Вследствие этого, для обеспечения значимой статистической достоверности пришлось сделать продолжительность накопления данных много большей, чем в предшествующих экспериментах, и мы столкнулись с проблемой дрейфа. Потребовалось усреднять различные измеряемые величины. Во-вторых, для не бесконечно малых пучков коммутация при переключениях оказывается неполной, поскольку угол падения не равняется в точности углу Брэгга для всех лучей. В нашем эксперименте минимум интенсивности света в каждом канале составлял 20%, так что не все фотоны подчинялись механизму переключения. В третьих, в этом эксперименте мы использовали одноканальные поляризаторы, что принуждало нас осуществлять его с помощью той же самой счетверенной системы совпадений, как и в статическом эксперименте раздела 9.4.

Наша проверка неравенств Белла включала суммарно 8000 с накопления данных с 4 поляризаторами с ориентациями, показанными на рис. 4.а. Суммарно 16000 с было посвящено измерениям с наполовину или полностью исключенными поляризаторами. Чтобы компенсировать влияние систематического дрейфа, накопление данных производилось с чередованием между различными конфигурациями каждые 400 с, после чего данные усреднялись. В конечном счете мы получили

$$S'_{\text{exp}} = 0.101 \pm 0.020$$

что превышает верхний предел неравенств Белла (32) на 5 стандартных отклонений и дает хорошее согласие с предсказаниями квантовой механики

$$S'_{QM} = 0.113 \pm 0.005 \quad (40)$$

Наши измерения интенсивности совпадений были выполнены для сравнения с квантовой механикой при различных значениях углов. Как показано на рис. 16, результаты хорошо согласуются с предсказаниями квантовой механики.

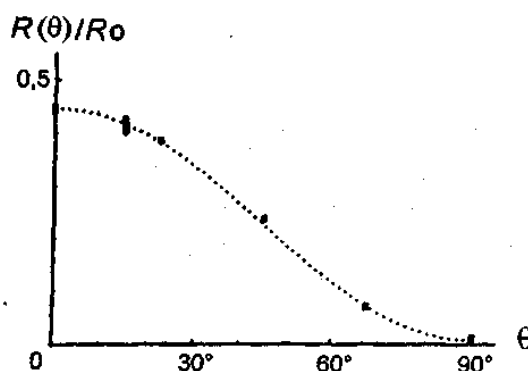


Рисунок 16 – Динамический эксперимент: средняя нормализованная интенсивность совпадений как функция относительной ориентации поляризаторов. Указана величина погрешности +1 стандартное отклонение. Пунктирная кривая – не результат сглаживания экспериментальных данных, а предсказание квантовой механики для данного эксперимента.

Согласно этим результатам, Теории с Дополнительными Параметрами, подчиняющиеся причинности по Эйнштейну, невозможны. Однако, как указывалось выше, наш эксперимент не был идеальным с некоторых точек зрения, и некоторые “дыры”, по мнению сурового защитника теорий со скрытыми параметрами, остаются незаделанными. Во-первых,

поскольку мы использовали одноканальные поляризаторы, эксперимент является значимым только в том случае, если признать справедливой сильную версию допущения о «хорошей представительности выборки». Обращаясь к более специфическому динамическому аспекту этого эксперимента, защитник теорий со скрытыми переменными может сказать, что переключение не было полным, и что только подвергшиеся переключению пары фотонов должны подчиняться неравенствам Белла. Но поскольку эти пары представляют большую часть общего числа, трудно поверить, что от нашего наблюдения укрылось бы значительное различие между нашими результатами и предсказаниями квантовой механики.

Наиболее важный пункт дискуссии состоит в том, что переключатели не действовали истинно случайным образом, поскольку акусто-оптические устройства управлялись периодическими генераторами. Заметим, однако, что два генератора с двух сторон функционировали совершенно некоррелированным образом, т.к. управлялись двумя разными радиочастотными генераторами с разными частотами (23.1 МГц и 24.2 МГц), с некоррелированным частотным дрейфом. Более того, действовал еще один рандомизирующий фактор – случайная задержка между двумя фотонами пары (экспоненциальное распределение с постоянной времени $\tau_r = 5$ нс момента излучения при распаде, как показано на рис. 11), распределенная в интервале, превышающем время между двумя последовательными переключениями.

В заключение скажем, что данный эксперимент, проведенный до 1998 года, был единственным, в котором осуществлялись быстрые изменения настроек анализаторов, и имел достаточное количество недостатков, оставляющих открытой возможность лазеек для моделей с дополнительными параметрами, удовлетворяющих причинности по Эйнштейну. Однако некоторые модели, о которых идет речь, были исключены нашими экспериментальными результатами, которые содержат не только измеренные значения S' (39), но также и спектр времени задержки без какой-либо случайной наблюдаемой компоненты на экспоненциальной кривой, и области хорошего согласия с квантовой механикой, как показано на рис. 15. Мы думаем, что эти данные должны учитываться защитниками теорий локальных скрытых переменных, пытающихся построить модель, совместимую с экспериментальными наблюдениями.

10. ТРЕТЬЕ ПОКОЛЕНИЕ: ЭКСПЕРИМЕНТЫ С ПАРАМИ ФОТОНОВ, ГЕНЕРИРУЕМЫМИ С ПОМОЩЬЮ ПАРАМЕТРИЧЕСКОГО Понижения Частоты

Как мы уже отмечали, кальциевый излучательный каскад, который мы использовали в наших экспериментах, возбуждался с оптимальной интенсивностью, за пределами которой не было достаточной возможности улучшить отношение сигнала к шуму. Поскольку время жизни промежуточного состояния было весьма коротким (5 нс), ситуация оказалась очень благоприятной для подсчета совпадений, и не было необходимости совершенствования источника, основанного на атомных излучательных каскадах²⁸.

В конце 80-х одновременно двумя группами^{29,30} были разработаны новые источники пар коррелированных фотонов. В этих источниках пара красных фотонов генерируется при помощи параметрического понижения частоты ультрафиолетового фотона. Благодаря условию подбора фазы в нелинейном кристалле, используемому в этом процессе, имеется сильная корреляция между направлениями излучения двух фотонов пары, так что при помощи пространственного разделения двумя диафрагмами, расположенными в прилегающих положениях можно в принципе быть уверенным в получении двух фотонов пары. Это контрастирует с использованием атомных излучательных каскадов, которые генерируют фотоны, лишь слабо коррелированные по направлению¹⁵: поскольку каждый фотон улавливается в пределах фиксированного угла Ω , малого сравнительно с 4π , вероятность обнаружить второй фотон пары после регистрации первого фотона имеет величину порядка $\Omega/4\pi$, так что объем выборки детектируемых пар сокращается в соответствии с этим множителем. Новая схема с фотонами, направление которых скоррелировано, позволяет избавиться от этого понижающего множителя, что влечет за собой важные практические и теоретические следствия. В практическом отношении это позволяет достичь повышения интенсивности совпадений при той же интенсивности каскада: в наиболее благоприятном случае³¹ интенсивность совпадений может улучшиться по амплитуде на порядок по сравнению с нашими лучшими экспериментами (раздел 9). Более того, такие высокие интенсивности совпадений могут быть получены с узкими пучками фотонов (с малым числом Френеля). Такие пучки легко могут быть адаптированы к малым оптическим компонентам или даже оптическим волокнам, что открывает много новых возможностей.

Эти новые источники могут генерировать пары фотонов, коррелированных по поляризации^{29,30,31,32}, в состояниях, аналогичных (1). Но они также могут генерировать запутанные состояния, обнаруживающие корреляции типа ЭПР и между иными, отличными от поляризации, наблюдаемыми величинами. В одном интересном случае³³ речь идет о парах фотонов, в которых каждый фотон испускается «в два различных момента времени». Здесь релевантной наблюдаемой является время излучения двух фотонов пары, а сопряженной наблюдаемой — энергия (длина волны). Были выполнены соответствующие эксперименты^{34,35,36}. Заметим, что эта схема, в которой поляризация не является релевантной наблюдаемой, представляет специальный интерес для экспериментов с оптическими волокнами, в которых управление поляризацией может быть решающим фактором. В другой интересной схеме в качестве наблюдаемых рассматриваются направления излучения³⁷: каждый фотон запутанной пары связывается с двумя различными направлениями излучения, жестко коррелированными с двумя направлениями излучения второго фотона. Эксперимент этого типа также был осуществлен³⁸.

Как подчеркивается в [37], все эти новые новые схемы могут рассматриваться в общих рамках «двухчастичной интерференции»: действительно, вероятности совместных измерений равны квадрату суммы двух амплитуд (каждая для двух фотонов) с относительной фазой, которая может контролироваться экспериментально. Хотя это и не

было отмечено авторами [37], исходная ЭПРБ-схема представляет собой наглядный пример такой ситуации. Например, для поляризации запутанного состояния раздела 2 состояние (1) может также быть представлено (см. уравнение 29) как суперпозиция состояния $|L, L\rangle$, где оба фотона имеют левую спиральность, и состояния $|R, R\rangle$ с двумя правыми спиральностями. Для каждого из этих двух состояний амплитуда вероятности быть зарегистрированными в некоторой паре выходных каналов за линейными поляризаторами (см. рис. 1) имела значение, равное умноженному на $1/\sqrt{2}$ фазовому фактору, который зависит от ориентации поляризаторов (рис. 1). Добавка к амплитудам, связанным с $|L, L\rangle$ и $|R, R\rangle$, таким образом, приводит к появлению интерференционного члена, ответственного за синусоидальные вариации совместных вероятностей (3) при изменении ориентаций¹⁴.

Эти новые источники и схемы привели к ряду проверок неравенств Белла, *все из которых подтвердили квантовую механику*. Были установлены очевидные нарушения неравенств Белла с учетом допущения о справедливости «гипотезы хорошей представительности выборки». Среди этих результатов заслуживает особого упоминания нарушение неравенств Белла на 100 стандартных отклонений всего лишь в течение нескольких минут³¹. Отметим также эксперимент³⁵, в котором явное нарушение неравенств Белла наблюдалось в одном плече прибора, удаленного на 4 км с помощью оптоволокну. Совсем недавно ЭПР-корреляции наблюдались у фотонов, распространяющихся по промышленному оптоволокну на несколько десятков километров³⁹.

Эти эксперименты третьего поколения должны в конечном счете привести к окончательному эксперименту, не оставляющему никаких «дыр». Во-первых, полная корреляция между направлениями излучения дает возможность «заткнуть дыру», связанную с низкой эффективностью детектирования, когда станут доступны детекторы фотонов с квантовой эффективностью, близкой к единице⁴⁰.

Второй класс фундаментальных усовершенствований связан с «динамическими экспериментами» (разделы 7.5 и 9.5). В идеальном случае¹³ нужны поляризаторы, у которых можно независимым образом изменять ориентацию в случайные моменты времени, причем автокорреляционная постоянная времени изменения ориентации должна быть меньше, чем отношение L/c (L – расстояние между поляризаторами). Наш третий эксперимент (раздел 9.5), который стал первой попыткой в этом направлении, принципиально был ограничен шириной пучков коррелированных фотонов: это вынуждало нас использовать устройства с небольшими электрооптическими размерами, обеспечивающими случайное переключение поляризации. В новых схемах, использующих оптоволокну, становится возможным работать с малыми интегральными электрооптическими устройствами. Более того, при использовании оптических волокон длина детекторов может достигать километров. При таком пространственном разделении (соответствующее время пролета – несколько микросекунд), временные условия оказываются менее жесткими, так что в этих временных рамках становится возможным осуществлять активные случайные операции по изменению ориентации поляризаторов⁴¹. Эксперимент этого типа недавно был выполнен группой Антона Цайлингера (Anton Zeilinger)⁴². С точки зрения соблюдения динамических условий можно утверждать, что данный эксперимент удовлетворяет всем критериям идеального⁴³.

11. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Сегодня мы имеем впечатляющее количество решающих экспериментов, в которых неравенства Белла явно были нарушены. Более того, эти результаты находятся в блестящем согласии с предсказаниями квантовой механики, учитывающими все известные особенности реального эксперимента. Каждая из остающихся “дырок” была отдельно “заштопана”^{40,42}, и хотя еще более близкие к идеалу схемы остаются пока желательными⁴⁴, является оправданным обсуждение следствий отказа от теорий с дополнительными параметрами, подчиняющихся причинности по Эйнштейну.

Можно заключить, что квантовая механика содержит в себе самую некоторую нелокальность, и что этот нелокальный характер подтвержден экспериментами⁴⁵. Очень важно, однако, отметить, что эта нелокальность имеет очень тонкую природу и, в частности, не может быть использована для сверхсветовой телеграфии. Действительно, несложно показать⁴⁶, что в схеме, где делается попытка использовать ЭПР-корреляции для передачи сообщения, необходимо послать дополнительную информацию (относительно ориентации поляризатора) по обычному каналу, в котором причинность, разумеется, не нарушается. Это – аналог схем телепортации⁴⁷, где квантовое состояние может быть телепортировано посредством нелокального процесса, но при этом также необходима передача классической информации по классическому каналу. На самом деле определенно существует еще нечто загадочное в точной сути нелокальности, что можно попытаться понять на основе анализа таких схем⁴⁸.

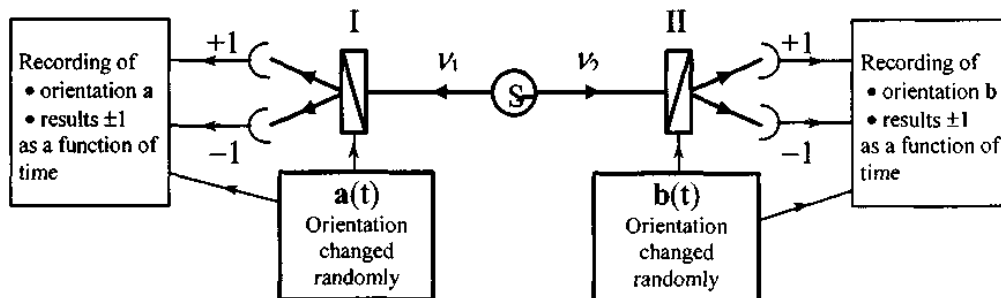


Рисунок 17. Идеальный динамический эксперимент. Каждый поляризатор случайным образом меняет ориентацию во время пролета фотонов между источником и поляризаторами. С каждой стороны производится как регистрация направления поляризации, так и результаты измерения поляризации как функции времени. После завершения сеанса измерений оба набора данных с обеих сторон объединяются, чтобы можно было определить величину корреляции как функции относительной ориентации в момент измерения.

Установив, что квантовая нелокальность не позволяет послать обычную информацию, можно прийти к выводу, что это не является реальной проблемой, и что все эти обсуждения и экспериментальные усилия не имеют большого смысла. Прежде чем рассеять это заблуждение, я предлагаю рассмотреть идеальный эксперимент, выполненный по схеме рис. 17. Здесь с каждой стороны в эксперименте по схеме рис. 1 с регулируемые поляризаторами, имеется система мониторинга, которая регистрирует детектируемые события в каналах + или – вместе с точной сопутствующей информацией. Мы также предполагаем, что ориентация каждого поляризатора изменяется в случайные моменты времени, и это также отслеживается системой мониторинга с соответствующей стороны. Эксперимент будет полностью завершен только тогда, когда два набора данных, собранных по отдельности на каждой стороне, окажутся объединены, чтобы можно было определить корреляцию. Тогда, рассматривая ранее собранные данные, отвечающие парным событиям,

разделенным в момент их реализации пространственно-подобным интервалом, можно на самом деле выявить, изменялась ли корреляция в тот истинный момент времени, когда менялась относительная ориентация поляризаторов.

Итак, разделяя точку зрения о делокализованном наблюдателе, которая определенно не годится, когда речь идет о прошлом, тем не менее следует знать, что в ЭПР-корреляциях проявляется нелокальное поведение. Запутывание (entanglement) безусловно является свойством, выходящим за рамки любого пространственно-временного описания по Эйнштейну: пара запутанных фотонов должна рассматриваться как единый глобальный объект, который нельзя рассматривать в виде составленного из разделенных в пространстве и времени отдельных объектов с хорошо определенными свойствами.

Уже много лет я привожу схему мысленного эксперимента на рис. 17 как полезного предмета обсуждения. Сейчас нам повезло, этот эксперимент выполнен в реальности: эксперимент Zeilinger и Weihs⁴², представленный на рис. 18, точно следует⁴³ схеме рис. 17. Еще раз подчеркну, что ЭПР-проблема из предмета теоретических обсуждений в качестве мысленного эксперимента стала объектом реальных экспериментов. Мы должны быть благодарны Джону Беллу за то, что он показал нам, как философские вопросы о природе реальности могут быть трансформированы в проблемы физики, где могут быть востребованы наивные экспериментаторы.

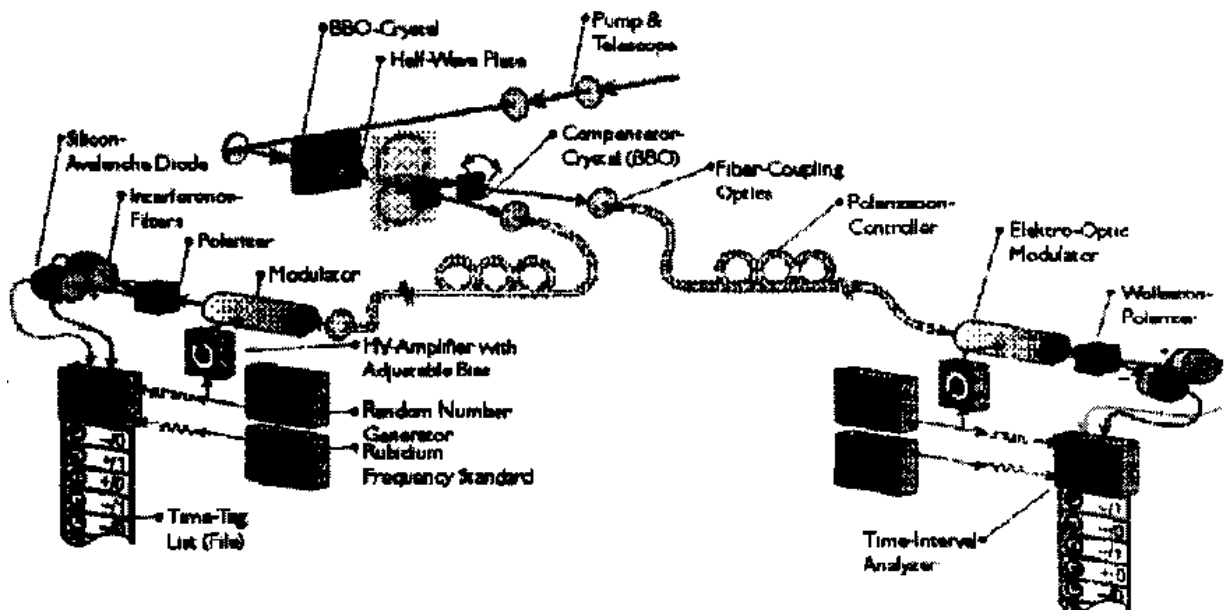


Рисунок 18. Динамический эксперимент Weihs и др. Данный эксперимент близко соответствует идеальной схеме рис. 17, поскольку обе стороны экспериментальной установки полностью независимы. Только после завершения сеанса измерений два набора данных сравниваются между собой с целью определения коэффициента корреляции. Отметим также, что ориентации поляризаторов изменяются случайным образом во время пролета фотонов от источника к поляризаторам.

БИБЛИОГРАФИЯ

¹ J. S. Bell, *On the Einstein-Podolsky-Rosen Paradox*, *Physics* 1, 195 (1964).

² A. Aspect, *Experimental tests of Bell's inequalities in atomic physics*, in *Atomic Physics 8, Proceedings of the Eighth International Conference on Atomic Physics*, edited by I. Lindgren, A. Rosen and S. Svanberg (1982).

³ A. Einstein, B. Podolsky and N. Rosen, *Can Quantum-Mechanical description of physical reality be considered complete ?* *Phys. Review* 47, 777 (1935).

See also Bohr's answer : N. Bohr, *Can Quantum-Mechanical description of physical reality be considered complete?* *Phys. Review* 48, 696 (1935).

- ⁴ D. Bohm, *Quantum Theory*, Prentice-Hall, Englewoods Cliffs (1951). Republished by Dover (1989).
- ⁵ D. Bohm and Y. Aharonov, *Discussion of Experimental Proof for the Paradox of Einstein, Rosen and Podolsky*, Phys. Rev. **108**, 1070 (1957).
- ⁶ *A. Einstein philosopher scientist*, P.A. Schilp ed. (Open court and Cambridge university press, 1949)
- ⁷ *Correspondance between A. Einstein and M. Born* (french translation : Seuil, Paris, 1972).
- ⁸ J.F. Clauser, M.A. Horne, A. Shimony and R.A. Holt, *Proposed experiment to test local hidden-variable theories*, Phys. Rev. Lett. **23**, 880 (1969).
- ⁹ B. d'Espagnat, *Use of inequalities for the experimental test of a general conception of the foundation of microphysics*, Phys. Rev. **D11**, 1424 (1975).
L. Hardy, *Quantum Mechanics, Local Realistic Theories, and Lorentz-Invariant Realistic Theories*, Phys. Rev. Lett. **68**, 2981 (1992).
- ¹⁰ J.S. Bell, *Introduction to the Hidden-Variable Question*, in : « Foundations of Quantum Mechanics », B. d'Espagnat ed., Academic, N.Y. (1972).
- ¹¹ J. F. Clauser and M. A. Horne, *Experimental consequences of objective local theories*, Phys. Rev. **D10**, 526 (1974).
- ¹² This conclusion is not shared by all authors. For instance, it has been argued that the stochastic theories of Bell¹⁰ or of Clauser and Horne¹¹ achieve no further generality, since they can be mimicked by a deterministic theory : A. Fine, *Hidden Variables, Joint Probability, and the Bell Inequalities*, Phys. Rev. Lett. **48**, 291 (1982)
- ¹³ A. Aspect, *Proposed Experiment to Test Separable Hidden-Variable Theories*, Phys. Lett. **54A**, 117 (1975).
A. Aspect, *Proposed Experiment to test the nonseparability of Quantum Mechanics*, Phys. Rev. **D14**, 1944 (1976).
- ¹⁴ A. Aspect, *Trois tests expérimentaux des inégalités de Bell par mesure de corrélation de polarisation de photons*, thèse d'Etat, Orsay (1983).
- ¹⁵ E.S. Fry, *Two-Photon Correlations in Atomic Transitions*, Phys. Rev. **A8**, 1219 (1973).
- ¹⁶ J.F. Clauser and A. Shimony, *Bell's Theorem : Experimental Tests and Implications*, Rep. Progr. Phys. **41**, 1881 (1978).
- ¹⁷ S.J. Freedman and J.F. Clauser, *Experimental test of local hidden-variable theories*, Phys. Rev. Lett. **28**, 938 (1972).
- ¹⁸ F.M. Pipkin, *Atomic Physics Tests of the Basics Concepts in Quantum Mechanics*, in : « Advances in Atomic and Molecular Physics », D.R. Bates and B. Bederson, ed., Academic (1978).
- ¹⁹ J.F. Clauser, *Experimental Investigation of a Polarization Correlation Anomaly*, Phys. Rev. Lett. **36**, 1223 (1976).
- ²⁰ E.S. Fry, and R.C. Thompson, *Experimental Test of Local Hidden-Variable Theories*, Phys. Rev. Lett. **37**, 465 (1976).

- ²¹ A. Aspect, C. Imbert, and G. Roger, *Absolute Measurement of an Atomic Cascade Rate Using a Two Photon Coincidence Technique. Application to the $4p^2^1S_0 - 4s4p^1P_1 - 4s^2^1S_0$ Cascade of Calcium excited by a Two Photon Absorption*, Opt. Comm. **34**, 46 (1980).
- ²² A. Aspect, P. Grangier and G. Roger, *Experimental Tests of Realistic Local Theories via Bell's Theorem*, Phys. Rev. Lett. **47**, 460 (1981).
- ²³ A. Aspect, P. Grangier and G. Roger, *Experimental Realization of Einstein-Podolsky-Rosen-Bohm Gedankenexperiment : A New Violation of Bell's Inequalities*, Phys. Rev. Lett. **49**, 91 (1982).
- ²⁴ P. Grangier, Thèse de troisième cycle, Orsay (1982).
- ²⁵ A. Aspect and P. Grangier, *About Resonant Scattering and Other Hypothetical Effects in the Orsay Atomic-Cascade Experiment Tests of Bell Inequalities: A Discussion and some New Experimental Data*, Lett. Nuovo Cimento **43**, 345 (1985).
- ²⁶ A. Garruccio, V. A. Rapisarda, Nuovo Cim. **65A**, 269 (1981).
- ²⁷ A. Aspect, J. Dalibard and G. Roger, *Experimental Test of Bell's Inequalities Using Variable Analyzers*, Phys. Rev. Lett. **49**, 1804 (1982).
- ²⁸ Note however the work of W. Perrie, A. J. Duncan, H. J. Beyer, and H. Kleinpoppen, *Polarization Correlation of the Two Photons Emitted by Metastable Atomic Deuterium : A test of Bell's Inequality*, Phys. Rev. Lett. **54**, 1790 (1985) and **54**, 2647 (E), in which the intermediate lifetime is much shorter. Unfortunately, for other experimental reasons, the statistical significance of the results was limited as a test of Bell's inequalities. This experiment was however a remarkable « tour de force » in atomic physics.
- ²⁹ Y. H. Shih and C. O. Alley, *New type of Einstein-Podolsky-Rosen-Bohm Experiment using pairs of light quanta produced by optical parametric down conversion*, Phys. rev. Lett. **61**, 2921 (1988).
- ³⁰ Z.Y. Ou and L. Mandel, *Violation of Bell's Inequality and Classical Probability in a Two-Photon Correlation Experiment*, Phys. Rev. Lett. **61**, 50 (1988).
- ³¹ P.G. Kwiat, K. Mattle, H. Weinfurter, and A. Zeilinger, *New High-Intensity Source of Polarization-Entangled Photon-Pairs*, Phys. Rev. Lett. **75**, 4337 (1995).
- Note that the reported violation of Bell's inequalities by 100 standard deviations relies on a stronger version of the « fair sampling hypothesis » than our second experiment (Section 9.4), since this experiment uses one channel polarizers and not two channel polarizers.
- ³² T.E. Kiess, Y.H. Shih, A.V. Sergienko, and C.O. Alley, *Einstein-Podolsky-Rosen-Bohm Experiment Using Pairs of Light Quanta Produced by Type-II Parametric Down-Conversion*, **71**, 3893 (1993).
- ³³ J.D. Franson, *Bell Inequality for Position and Time*, Phys. Rev. Lett. **62**, 2205 (1989).
- ³⁴ J. Brendel, E. Mohler, and W. Martienssen, *Experimental Test of Bell's Inequality for Energy and Time*, Europhys. Lett. **20**, 575.
- ³⁵ P.R. Tapster, J.G. Rarity, and P. C. M. Owens, *Violation of Bell's Inequality over 4 km of Optical Fiber*, Phys. Rev. Lett. **73**, 1923 (1994).
- ³⁶ W. Tittel, J. Brendel, T. Herzog, H. Zbinden and N. Gisin, *Non-local two-photon correlations using interferometers physically separated by 35 meters*, Europhys., Lett. **40**, 595 (1997).

- ³⁷ M.A. Horne, A. Shimony, A. Zeilinger, *Two-Particle Interferometry*, Phys. rev. Lett. **62**, 2209 (1989).
- ³⁸ J.G. Rarity and P.R. Tapster, *Experimental Violation of Bell's Inequality Based on Phase and Momentum*, Phys. Rev. Lett. **64**, 2495 (1990).
- ³⁹ W. Tittel, J. Brendel, H. Zbinden, and N. Gisin: *Violation of Bell inequalities by photons more than 10 km apart*, Phys. Rev. Lett. **81**, 3563 (1998).
- ⁴⁰ Note that a recent experiment bearing on two entangled ions has achieved large enough detection efficiencies to observe a violation of Bell's inequalities without any supplementary hypothesis on the detectors :
M. A. Rowe, D. Kielpinsky, V. Meyer, C. A. Sackett, W. M. Itano, and D. J. Wineland: *Experimental violation of a Bell's inequality with efficient detection*, Nature **409**, 791 (2001)
Note however that the two ions in the same trap are very close to each other, so that the detection events are not space like separated and it seems difficult to fulfill the timing conditions in experiments following this scheme.
- ⁴¹ The interest of an active rather than a passive switching of the polarizers is questioned in :
N. Gisin, and H. Zbinden : *Bell inequality and the locality loophole : active versus passive switches*, Phys. Lett. **A264**, 103 (1999).
- ⁴² G. Weihs, T. Jennewein, C. Simon, H. Weinfurter, and A. Zeilinger: *Violation of Bell's inequality under strict Einstein locality condition*, Phys. Rev. Lett. **81**, 5039 (1998).
- ⁴³ A. Aspect: *Bell's inequality test: more ideal than ever*, Nature **398**, 189 (1999).
- ⁴⁴ For a scheme that could be ideal, using entangled atoms, see the presentation of Ed Fry.
- ⁴⁵ J.S. Bell, *Atomic cascade Photons and Quantum-Mechanical Nonlocality*, Comments on Atom. Mol.Phys. **9**, 121 (1981).
- ⁴⁶ A. Aspect, *Expériences basées sur les inégalités de Bell*, J. Physique Colloque **C2**, 940 (1981).
- ⁴⁷ C. H. Bennet, G. Brassard, C. Crépeau, R. Josza, A. Peres, and W. K. Wootters, Phys. Rev. Lett. **70**, 1895 (1993).
D. Bouwmeester, J.-W. Pan, K. Mattle, M. Eibl, H. Weinfurter, and A. Zeilinger, *Experimental quantum teleportation*, Nature **390**, 575 (1997).
D. Boschi, S. Branca, F. De Martini, L. Hardy, and S. Popescu, *Experimental Realization of Teleporting an unknown pure Quantum State via Dual Classical and Einstein-Podolsky-Rosen Channels*, submitted to Phys. Rev. Lett. (1997).
A. Furusawa, J. L. Sorensen, S. L. Braunstein, C. A. Fuchs, H. J. Kimble, E. S. Polzik : *Unconditional quantum teleportation*, Science **282**, 706 (1998).
- ⁴⁸ S. Popescu, *Bell's inequalities versus teleportation: what is non-locality?* Phys. Rev. Lett. **72**, 797 (1994).