

АНАЛИЗ РАДИОТЕХНИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ

В СИСТЕМЕ MATLAB

Методические указания к выполнению лабораторных работ

1. ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 3

1.1. Содержание задания

Для заданного варианта исследуемого сигнала (сигналы 1-25) выполнить следующие пункты:

- 1) Составить дискретную модель (200, 256 и 512 точек дискретизации) сигнала $s(t)$ на одном периоде повторения (нормировка в границах от 0 до 1) и вычислить амплитудный и фазовый спектры Фурье для каждой модели, состоящие из 16 гармоник частоты повторения, построить соответствующие диаграммы. Вычислить и построить временные графики представления исходного сигнала суммой гармонических составляющих, определить среднеквадратические ошибки (СКО) σ_{200} , σ_{256} , σ_{512} такого представления, сравнить их между собой.
- 2) Изменить положение сигнала $s(t)$ на четверть периода, составив дискретную модель смещённого сигнала $s_{см}(t) = s(t - T/4)$ в 256 точках, вычислить амплитудные и фазовые спектры Фурье, состоящие из 16 гармоник частоты повторения, построить спектральные диаграммы и сравнить с диаграммами, полученными в п.1 для несмещённого сигнала. Вычислить и построить временные графики представления $s_{см}(t)$ суммой гармонических составляющих, определить СКО $\sigma_{256 см}$ представления смещённого сигнала и сравнить её с σ_{256} .
- 3) Составить дискретную модель (256 точек дискретизации) сигнала $s_{ш}(t)$, равного сумме исходного сигнала $s(t)$ и нормального белого шума $n(t)$ с СКО, равной σ_{256} . Вычислить 16 гармоник амплитудного и фазового спектра Фурье сигнала $s_{ш}(t)$, построить спектральные диаграммы и сравнить их со спектральными диаграммами, построенными в п.1. Вычислить и построить временные графики представления $s_{ш}(t)$ суммой гармонических составляющих, определить СКО $\sigma_{256 ш}$ и сравнить её с σ_{256} .
- 4) Выполнить пункты 1-3, используя в качестве базиса разложения полиномы Чёбышева. Сравнить спектральные диаграммы и временные графики, выяснить различия во влиянии изменения количества отсчётов исходного сигнала, его смещения и шума на спектры и ошибки.
- 5) Выполнить пункты 1-3, используя в качестве базиса разложения мультипликативный однородный базис. Сравнить спектральные диаграммы и временные графики, выяснить различия во влиянии изменения количества отсчётов исходного сигнала, его смещения и шума на спектры и ошибки.

- б) Выполнить пункты 1-3, используя в качестве базиса разложения функции Уолша. Сравнить спектральные диаграммы и временные графики, выяснить различия во влиянии изменения количества отсчётов исходного сигнала, его смещения и шума на спектры и ошибки.

2. ПРИМЕР ВЫПОЛНЕНИЯ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ № 3

Ниже приведён вариант выполнения основных пунктов лабораторной работы, полученный с использованием системы моделирования MATLAB. В качестве примера сигнала выбран один период «обрезанной косинусоиды» (Рис.1), приведённый к масштабу (0, 1).

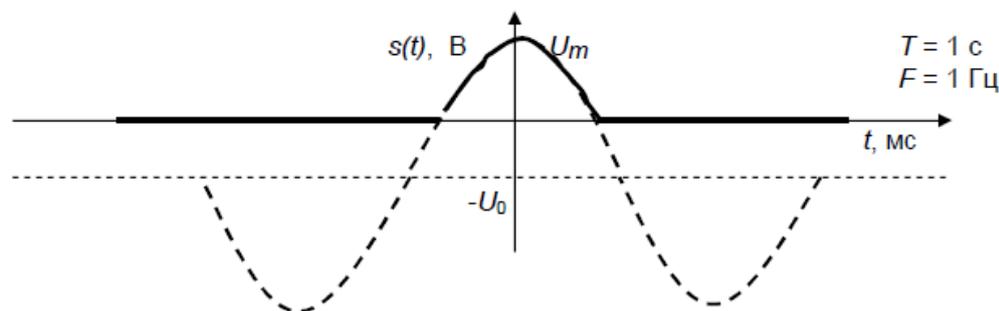


Рис. 1. Сигнал в виде «обрезанной косинусоиды»

2.1. Дискретная модель сигнала

Поскольку временной интервал задан в границах от 0 до 1, то аналитический вид исходного сигнала будет равен:

$$s(t) = \begin{cases} -U_0 + U_m \cos(2\pi(t - 0.5)), & |t - 0.5| < \pi/(2\pi); \\ 0, & |t - 0.5| > \pi/(2\pi) \end{cases} \quad (1)$$

где $U_0 = 1$ В; $U_m = 2$ В, и $\arccos(U_0/U_m) = \pi/3$. Период сигнала задан и равен $T = 1$.

Согласно выражению (1) записывается М-функция расчёта сигнала в заданном вектором t количестве равноотстоящих точек (Рис. 2).

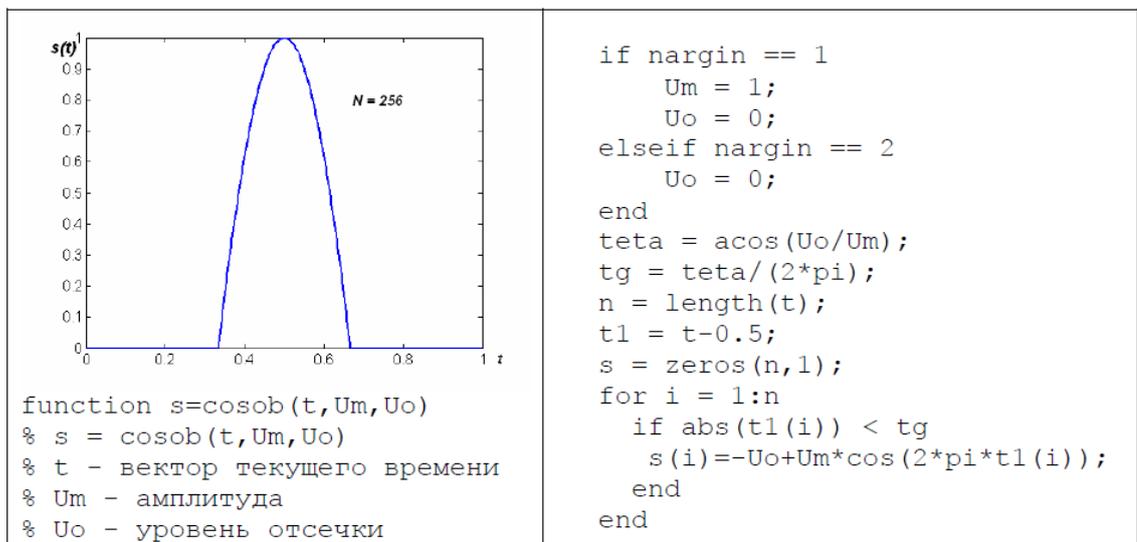


Рис. 2. График исходного сигнала и М-функция его дискретной модели

Задавая вектор t в виде $t_{256}=\text{linspace}(0,1,256)$; и обращаясь к М-функции $s_{256}=\text{cosob}(t_{256},2,1)$; , получим 256 равноотстоящих отсчётов исходного сигнала на интервале (0, 1). Система гармонических базисных функций в тех же временных точках интервала (0, 1) составляется по командам (16 гармоник и одна постоянная):

```

for k=1:17
    cs256(k,:) = cos((k-1)*2*pi*t256);
    sc256(k,:) = sin((k-1)*2*pi*t256);
end

```

Далее по одной из гармонических функций определяется множитель, равный элементу (шагу) интегрирования:

```

Mcs256=1/cs256(2,:)*cs256(2,:)' ;
Msc256=1/sc256(2,:)*sc256(2,:)' ;

```

Поскольку вектор отсчётов сигнала и базисная система определены, то с помощью матричного перемножения вычисляются косинусная и синусная составляющие спектра сигнала:

```

a256=cs256*s256*Mcs256;
b256=sc256*s256*Msc256;

```

а также его амплитудный и фазовый спектры:

```

A256=sqrt(a256.^2+b256.^2);
P256=atan(b256./a256);

```

которые выводятся в командное окно по команде $[A_{256}' ; P_{256}']$. На рис. 3 представлены амплитудный спектр сигнала при числе точек $N=512$ и отклонения от него при $N=256$ и $N=100$.

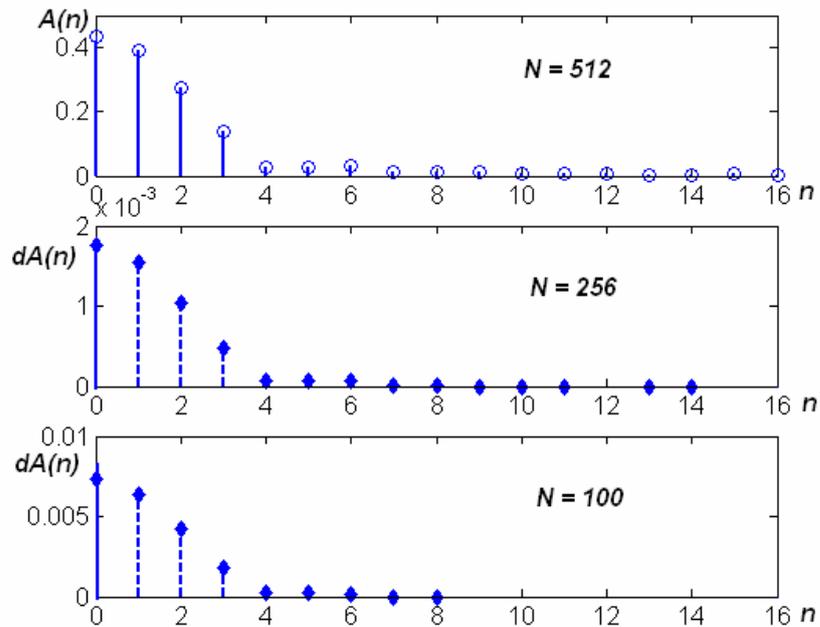


Рис.3. Амплитудный спектр и отклонения от него при меньшем числе точек

Более точно изменение спектральных составляющих при различном количестве точек дискретизации представлено в таблице:

N=100	0.4270	0.3831	0.2704	0.1355	0.0272	0.0272	0.0312	0.0098	0.0098
N=256	0.4325	0.3879	0.2735	0.1368	0.0274	0.0274	0.0313	0.0098	0.0098
N=512	0.4343	0.3895	0.2746	0.1373	0.0275	0.0275	0.0314	0.0098	0.0098
N = ∞	0.4361	0.3910	0.2757	0.1378	0.0276	-0.0276	-0.0315	-0.0098	0.0098

Перед вычислением сигнала, представленного суммой гармонических составляющих, необходимо уменьшить в два раза коэффициент a_0 (здесь $a_{256}(1)$):

$$a_{256}(1) = a_{256}(1) / 2;$$

а затем сложить матричные произведения спектров и базисных функций:

$$s_{256} = a_{256}' * c_{s_{256}} + b_{256}' * s_{c_{256}};$$

Вектор ошибки представления сигнала вычисляется следующим образом:

$$d_{s_{256}} = s_{256}(:) - s_{256}(:);$$

а величина СКО – по команде:

$$\sigma_{256} = \text{std}(d_{s_{256}})$$

Вычисление относительной ошибки:

$$O_{sh_{256}} = \sigma_{256} / \sqrt{\text{sum}(s_{256}.^2) / \text{length}(s_{256})}$$

СКО разложения сигнала по гармоническому базису уменьшаются обратно пропорционально количеству отсчётов сигнала:

sigma100	sigma200	sigma256	sigma512	
0.0091	0.0058	0.0057	0.0049	– абсолютная СКО,
2.2	1.4	1.4	1.2	– относительная СКО (%).

На представленных ниже временных графиках (Рис.4) для повышения наглядности ошибки разложения увеличены в 10 раз. Наибольшее отклонение наблюдается около точек резкого изменения величины сигнала.

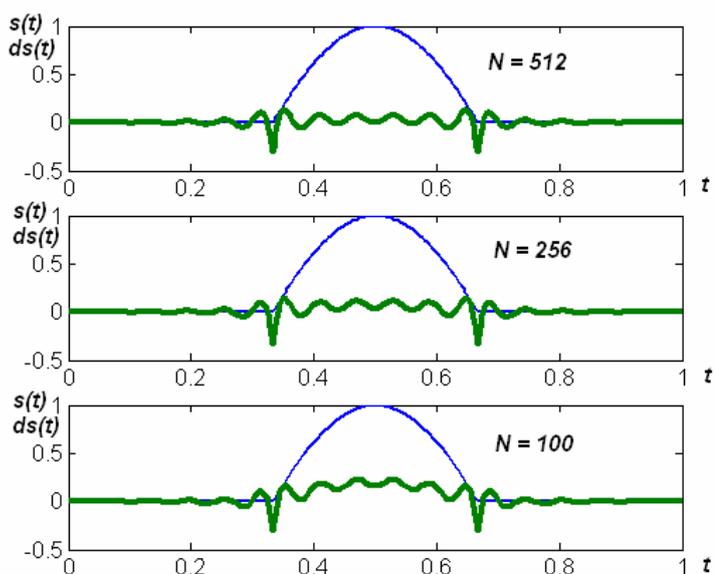


Рис.4. Временные зависимости ошибок гармонического представления

2.2. Дискретная модель смещённого сигнала $s_{см}(t)$

Так как смещение равно четверти периода, т.е. 0.25, то аналитическое выражение сигнала имеет вид:

$$s_{см}(t) = \begin{cases} -U_0 + U_m \cos(2\pi(t - 0.25)), & |t - 0.25| < \pi/(2\pi); \\ 0, & |t - 0.25| > \pi/(2\pi) \end{cases} \quad (2)$$

где $U_0=1$ В; $U_m=2$ В, и $\arccos(U_0/U_m)=\pi/3$. Период сигнала задан и равен $T=1$.

Согласно выражению (2) записывается М-функция $\text{cosobsm}(t, U_m, U_0, S_m)$ расчёта смещённого сигнала в заданном вектором t количестве равноотстоящих точек. Результаты расчёта спектральных составляющих:

		Амплитудный спектр							
Без см	0.4325	0.3879	0.2735	0.1368	0.0274	0.0274	0.0313	0.0098	0.0098
Со см.	0.4326	0.3910	0.2735	0.1378	0.0273	0.0276	0.0313	0.0098	0.0098
		Фазовый спектр							
Без см	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Со см.	0	-1.5708	0	1.5708	0	1.5708	0	1.5707	0

Сравнение спектров смещённого и исходного сигнала подтверждает теорему о сдвиге во временной области, согласно которой изменение положения сигнала влияет только на фазовый спектр смещённого сигнала. Величина фазового сдвига равна $\text{angle}(\exp(-j\pi/2)) \Rightarrow -\pi/2$, но из-за небольших вычислительных ошибок около точки разрыва фаза перескакивает от $-\pi/2$ к $+\pi/2$ и обратно. Поскольку спектры практически совпадают, то и ошибки представления сигнала суммой гармоник также одинаковы для смещённого и исходного сигналов (Рис. 5).

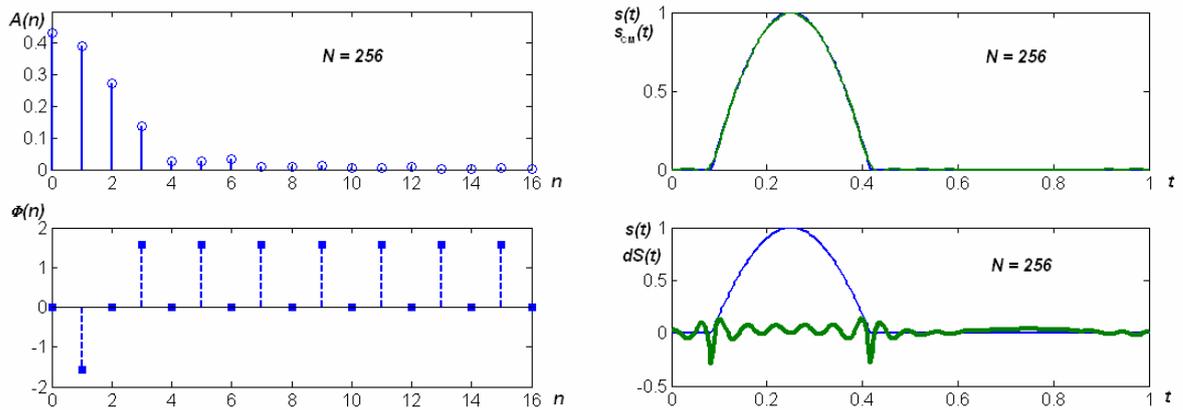


Рис.4. Спектральные диаграммы и временные зависимости для смещённого сигнала

2.3. Дискретная модель зашумлённого сигнала $s_m(t)$

Исходный сигнал на фоне аддитивного нормального белого шума определяется формулой:

$$s_m(t) = \begin{cases} -U_0 + U_m \cos(2\pi t) + \sigma n(t), & |t| < \pi/(2\pi); \\ \sigma n(t), & |t| > \pi/(2\pi) \end{cases} \quad (3)$$

Согласно выражению (3) записывается М-функция $\text{cosobsh}(t, U_m, U_0, \text{Sigma})$ расчёта зашумлённого сигнала в заданном вектором t количестве равноотстоящих точек. Шум моделируется с помощью функции $\text{randn}(\text{length}(t), 1)$, величина СКО задается дважды: сначала равной СКО представления сигнала суммой 16 гармоник, затем десятикратной её величиной, например,

```
[Ash10, Psh10, Ssh10]=Fourier(@cosobsh, 256, 16, 2, 1, 0.057);
```

где М-функция $\text{Fourier}(@\text{signal}, N_p, N_g, U_m, U_0, \text{sigma})$ вычисляет и строит амплитудный Ash10 и фазовый Psh10 спектры, а также гармоническое представление Ssh10 сигнала, представленного М-функцией signal , в N_p временных точках с использованием N_g гармоник. Входные параметры $U_m, U_0,$

sigma являются параметрами М-функции signal. Результаты расчёта спектральных составляющих:

Амплитудный спектр									
Исход	0.4325	0.3879	0.2735	0.1368	0.0274	0.0274	0.0313	0.0098	0.0098
$\sigma = \Delta$	0.4326	0.3882	0.2737	0.1361	0.0277	0.0275	0.0317	0.0101	0.0096
$\sigma = 10\Delta$	0.4333	0.3903	0.2748	0.1301	0.0309	0.0288	0.0353	0.0141	0.0084
Фазовый спектр									
Исход	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\sigma = \Delta$	0.0101	0.0096	0.0132	0.0055	0.0053	0.0076	0.0036	0.0671	0.0313
$\sigma = 10\Delta$	0	-0.0079	0.0127	0.0050	-0.0013	-0.0979	0.1344	0.4989	0.3650

Анализ таблицы выявляет отчётливое увеличение разброса («дрожание») спектральных коэффициентов с возрастанием их номера, особенно у фазового спектра. Представленные на рисунке 5 временные графики показывают резкое возрастание (в 10 раз) шумовой «дорожки» у исходного сигнала и существенное её сглаживание синтезированного гармонического сигнала. Таким образом, можно избавляться от высокочастотных шумов при учёте нескольких (два – три десятка) спектральных коэффициентов ряда Фурье.

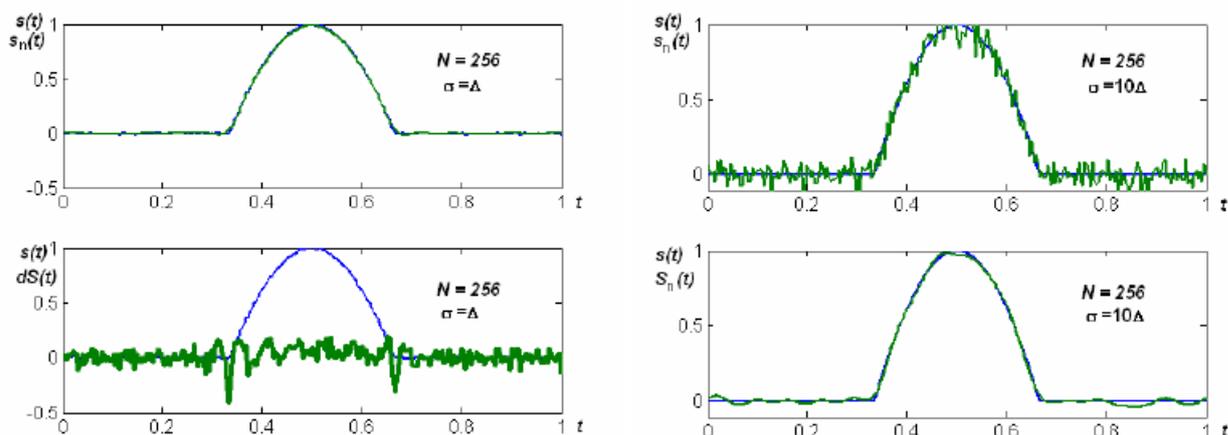


Рис.5. Временные зависимости сигнала с аддитивным нормальным шумом

Величина ошибок при увеличении sigma в 10 раз возросла с 0.0077 до 0.0549, что в относительном масштабе составляет 1.8 % и 13.1 % соответственно.

2.4. Представление сигналов в базисе Чёбышева

Дискретная модель сигнала $s(t)$ должна быть определена на интервале $(-1,1)$. Поскольку интервал задан в границах от -1 до 1, то аналитический вид исходного сигнала примет вид:

$$s(t) = \begin{cases} -U_0 + U_m \cos(2p t), & |t| < \pi/(2p); \\ 0, & |t| > \pi/(2p) \end{cases} \quad (4)$$

где $U_0=1$ В; $U_m=2$ В, и $\arccos(U_0/U_m) = \pi/3$. Период сигнала в этом случае равен $T=2$.

Согласно выражению (4) записывается М-функция $\text{cosinob}(t, U_m, T, U_0)$ расчёта сигнала в заданном вектором t количестве равноотстоящих точек (рисунок 6). Там же представлены спектральная диаграмма и временные зависимости синтезированной функции и ошибок разложения по чебышевскому базису.

Вычисления проводятся по функции $\text{Tchebysh}(fname, Np, Ng, varargin)$ с фактическими параметрами $[A, S, dS]=\text{Tchebysh}(@\text{cosinob}, 256, 16, 2, 2, 1)$; для исходного и смещённого вариантов

```
function [A, S, dS]=Tchebysh(fname, Np, Ng, varargin)
% [A, S, dS]=Tchebysh(fname, Np, Ng, Par)

t=linspace(-1, 1, Np);
s=feval(fname, t, varargin{:});
dt=t(8)-t(7);
ct=tchebort(Ng, t);
at=ct*s*dt; A=at;
x=sqrt(1-t.*t);
figure(1)
subplot(311)
stem(0:Ng, at)
for i=0:Ng
    tc(i+1, :)=tcheb(i, t);
end

tc1=tc(2:Ng+1, :);
at1=at(2:Ng+1, 1);
S=at1'*tc1;
S=S+at(1);
subplot(312)
plot(t, s, t, S)
dS=s(:)-S(:);
subplot(3, 1, 3)
plot(t, s, t, dS*10)
Err=std(dS)
OtnErr=Err/sqrt(sum(s.^2)/...
    length(s))
```

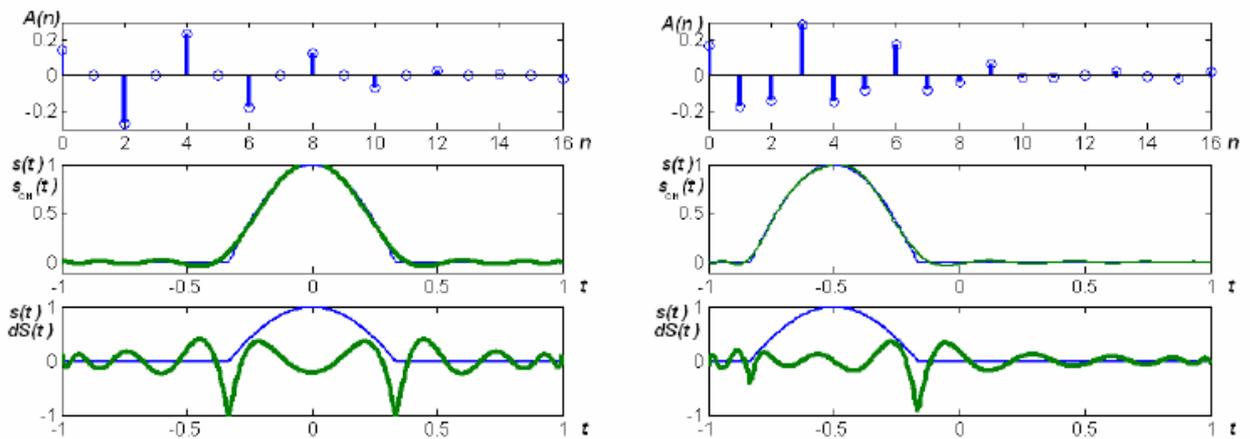


Рис.6. Спектр-диаграммы и временные зависимости сигнала в чебышевском базисе

Ошибки разложения в чебышевском базисе

N = 100 $\Delta = 0.0263 \rightarrow 6.4 \%$

N = 256 $\Delta = 0.0257 \rightarrow 6.2 \%$

N = 512 $\Delta = 0.0255 \rightarrow 6.1 \%$

Коэффициенты разложения в чебышевском базисе

N=100	0.1402	0.0000	-0.2681	-0.0000	0.2335	0.0000	-0.1830	-0.0000	0.1255
N=256	0.1403	0.0000	-0.2683	-0.0000	0.2336	0.0000	-0.1829	-0.0000	0.1253
N=512	0.1403	0.0000	-0.2683	-0.0000	0.2336	0.0000	-0.1829	0.0000	0.1253

Анализ результатов расчётов при различном числе точек дискретизации (N = 100, 256, 512) показывает, что ошибки разложения в чебышевском базисе больше в 3–5 раз, чем в гармоническом, и практически не зависят от количества этих точек.

Дискретная модель смещённого сигнала на интервале (-1,1) реализована в М-файле `cosinobtsm(2,2,1,-0.5)`. Величина смещения по-прежнему равна четверти периода.

Ошибки разложения в чебышевском базисе

N = 256 $\Delta = 0.0257 \rightarrow 6.2 \%$ – исходный сигнал,

N = 256 $\Delta = 0.0171 \rightarrow 4.1 \%$ – смещённый сигнал.

Коэффициенты разложения в чебышевском базисе

Исход.	0.1403	0.0000	-0.2683	-0.0000	0.2336	0.0000	-0.1829	-0.0000	0.1253
Смещ.	0.1657	-0.1712	-0.1397	0.2852	-0.1504	-0.0833	0.1753	-0.0852	-0.0371

Смещение исходного сигнала существенно меняет амплитудный спектр в чебышевском базисе, ошибки разложения стали меньше в 1.5 раза по сравнению с разложением исходного сигнала.

Дискретная модель суммы исходного сигнала и нормального белого шума на интервале (-1,1) реализована в М-файле `cosinobtsh(2,2,1,sigma)`. Величина (СКО шума) выбирается равной Δ_{256} и $10\Delta_{256}$. Спектры и графики показаны на рисунке 7.

Ошибки разложения в чебышевском базисе

N = 256 $\Delta_{256} = 0.0257 \rightarrow 6.2 \%$ – исходный сигнал,

N = 256 $\Delta_1 = 0.0258 \rightarrow 6.2 \%$ – исходный сигнал + слабый шум ($\sigma = \Delta_{256}$);

N = 256 $\Delta_2 = 0.0520 \rightarrow 10.1 \%$ – исходный сигнал + сильный шум ($\sigma = 10\Delta_{256}$).

Коэффициенты разложения в чебышевском базисе

Исход.	0.1403	0.0000	-0.2683	-0.0000	0.2336	0.0000	-0.1829	-0.0000	0.1253
$\sigma = \Delta_{256}$	0.1410	-0.0023	-0.2671	0.0001	0.2369	0.0005	-0.1812	-0.0004	0.1243
$\sigma = 10\Delta_{256}$	0.1473	-0.0232	-0.2568	0.0009	0.2672	0.0050	-0.1657	-0.0043	0.1146

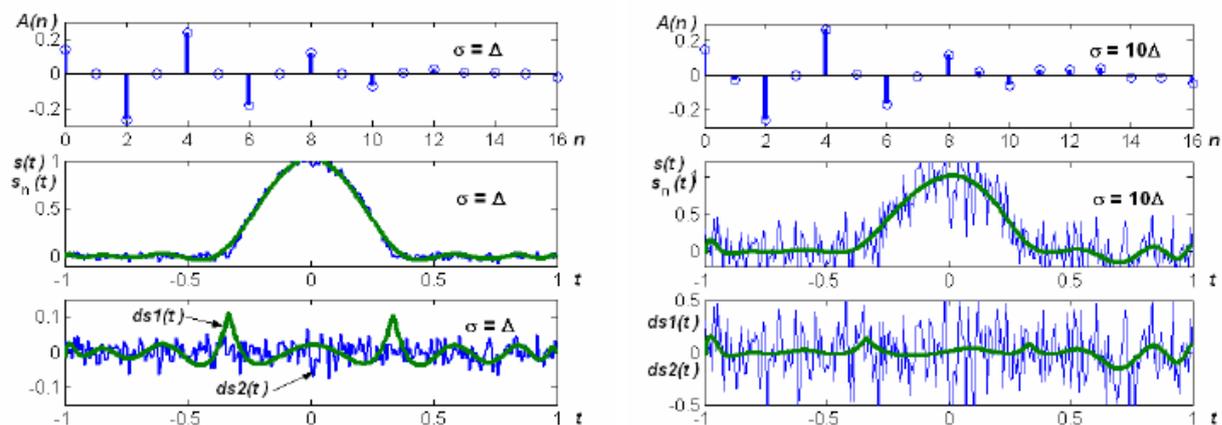


Рис.7. Спектр-диаграммы и временные зависимости сигналов в чебышевском базисе при различных уровнях шумовой составляющей

Аддитивный нормальный шум почти не изменяет спектральную диаграмму (отличия наблюдаются у высокочастотных составляющих) и несущественно влияет на уровень ошибок восстановления. Увеличение уровня шума в 10 раз приводит к возрастанию ошибок восстановления в 1.6 раза.

2.5. Представление сигналов в мультипликативном однородном базисе

Мультипликативный однородный базис (МОБ) по определению имеет интервал от 0 до 1. Дискретная модель исходного сигнала на этом интервале составлена ранее в М-функции `cosob(t, Um, Uo)`. При выборе количества временных отсчётов должно быть выполнено условие деления нацело их числа на число функций МОБ: $\text{length}(t)/N_g = \text{целое}$. Вычисления проводятся по М-функции `MOBas(fname, Np, Ng, varargin)`. Результаты показаны на рис. 8.

```
function [A,S,dS] = MOBas(fname, Np, Ng, varargin)
% [A, S, dS]=MOBas(fname, Np, Ng, Par)

t=linspace(0,1,Np);
s=feval(fname,t,varargin{:});
for i=1:Ng
    m(i,:)=mob(i,Ng,t);
end
A=m*s/(length(t)/Ng);
figure(1)
subplot(311)
stem(1:Ng,A)
S=A'*m;
subplot(312)
plot(t,s,t,S)
dS=S(:)-s(:);
subplot(3,1,3)
plot(t,s,t,dS)
Err=std(dS)
OtnErr=Err/sqrt(sum(s.^2)/length(s))
```

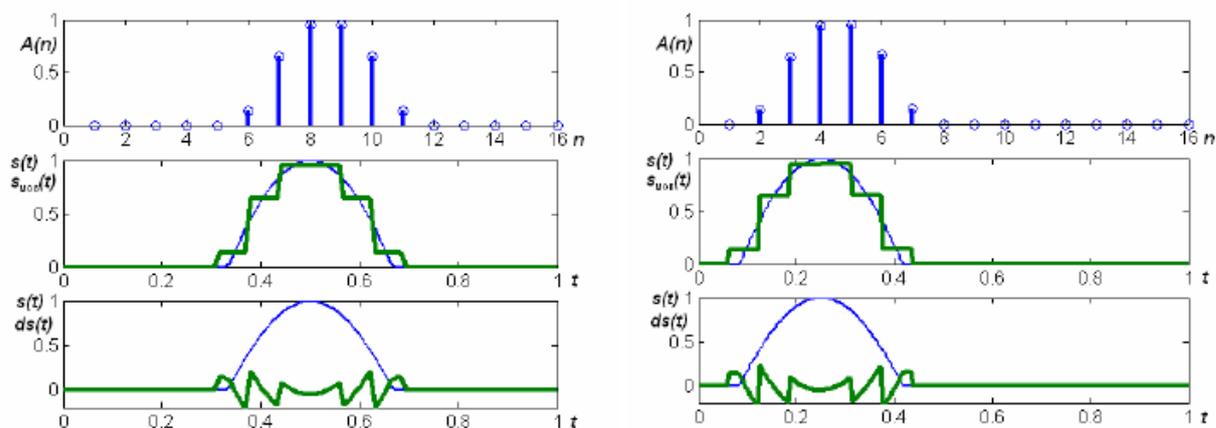


Рис.8. Спектр-диаграммы и временные зависимости сигнала в МОБ для исходного и смещённого вариантов

Ошибки разложения в МОБ

$N = 96 \quad \Delta = 0.0676 \rightarrow 16.3 \%$

$N = 256 \quad \Delta = 0.0685 \rightarrow 16.5 \%$

$N = 512 \quad \Delta = 0.0686 \rightarrow 16.5 \%$

Коэффициенты разложения в МОБ

$N=96$	0	0	0	0	0	0.1326	0.6455	0.9483	0.9483	0.6455	0.1326	0	0	0	0	0
$N=256$	0	0	0	0	0	0.1386	0.6497	0.9486	0.9486	0.6497	0.1386	0	0	0	0	0
$N=512$	0	0	0	0	0	0.1386	0.6497	0.9486	0.9486	0.6497	0.1386	0	0	0	0	0

Результаты расчётов при различном числе точек дискретизации ($N = 100, 256, 512$), как и следовало ожидать, практически не отличаются. Ошибки разложения в МОБ больше в 10 раз, чем в гармоническом и в 2.5 раза в чебышевском базисе.

Согласно выражению (2) записывается М-функция $\text{cosobsm}(t, U_m, U_o, S_m)$ расчёта смещённого сигнала. Величина смещения по-прежнему равна $T/4$.

Ошибки разложения в МОБ

$N = 256 \quad \Delta = 0.0685 \rightarrow 16.5 \%$ – исходный сигнал,

$N = 256 \quad \Delta = 0.0685 \rightarrow 16.5 \%$ – смещённый сигнал.

Коэффициенты разложения в МОБ

Исход.	0	0	0	0	0	0.1386	0.6497	0.9486	0.9486	0.6497	0.1386	0	0	0	0	0
Смещ.	0	0.1325	0.6428	0.9462	0.9510	0.6565	0.1453	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Смещение исходного сигнала в МОБ также смещает амплитудный спектр на соответствующую величину, ошибки разложения не изменились.

Дискретная модель суммы исходного сигнала и нормального белого шума на интервале $(0,1)$ реализована в М-файле $\text{cosobsh}(t, U_m, U_o, \text{Sigma})$. Величина sigma (СКО шума) выбирается равной Δ_{256} и $10\Delta_{256}$. Результаты расчётов показаны на рисунке 9.

Ошибки разложения в МОБ

$N = 256$ $\Delta_{256} = 0.0685 \rightarrow 16.5\%$ – исходный сигнал,
 $N = 256$ $\Delta_1 = 0.0701 \rightarrow 16.6\%$ – исходный сигнал + слабый шум ($\sigma = \Delta_{256}$);
 $N = 256$ $\Delta_2 = 0.1625 \rightarrow 20.1\%$ – исходный сигнал + сильный шум ($\sigma = 10\Delta_{256}$).

Коэффициенты разложения в МОБ

Исход.	0	0	0	0	0	0.1386	0.6497	0.9486	0.9486	0.6497	0.1386
$\sigma = \Delta_{256}$	0.021	-0.002	-0.005	-0.001	0.004	0.1437	0.6472	0.9716	0.9284	0.6739	0.1343
$\sigma = 10\Delta_{256}$	0.211	-0.015	-0.045	-0.006	0.039	0.1895	0.6247	1.1786	0.7460	0.8922	0.0957

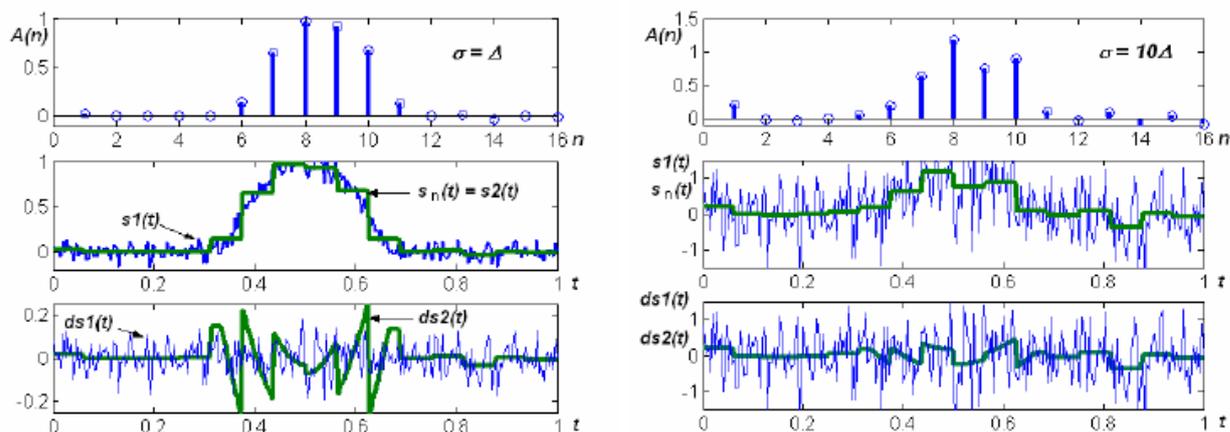


Рис.9. Спектр-диаграммы и временные зависимости сигналов МОБ при различных уровнях шумовой составляющей

Аддитивный нормальный шум существенно изменяет спектральную диаграмму (отличия наблюдаются у всех составляющих) и влияет на уровень ошибок восстановления. Увеличение уровня шума в 10 раз приводит к возрастанию ошибок восстановления в 1.3 раза.

2.6. Представление сигналов в базисе Уолша

Базис Уолша определён на интервале от 0 до 1. Дискретная модель исходного сигнала для этого интервала реализована и использовалась ранее в М-функции `cosob(t, Um, Uo)`. При выборе количества временных отсчётов должно быть выполнено условие деления нацело их числа на число функций Уолша, кратное степени двойки. Таким образом, количество временных отсчетов должно удовлетворять соотношению $\text{length}(t)/N_g = \text{целое}$, где $N_g = 2^M$. Вычисления проводятся по М-функции `walBas(fname, Np, Ng, varargin)` при различном числе отсчётов, их результаты представлены на рисунке 10.

```

function [A, S, dS]=WalBas(fname,Np,Ng,varargin)
% [A, S, dS]=WalBas(fname,Np,Ng,Par)

t=linspace(0,1,Np);
s=feval(fname,t,varargin{:});
for i=1:Ng+1
    w(i,:)=wal(i-1,t);
end
A=w*s/length(t);
figure(1)
subplot(311)
stem(0:Ng,A)
S=A'*w;
subplot(312)
plot(t,s,t,S)
s1=cosob(t,2,1);
dS=S(:)-s1(:);
dS1=s(:)-s1(:);
subplot(313)
plot(t,s1,t,dS)
Err=std(dS)
OtnErr=Err/sqrt(sum(s.^2)/length(s))

```

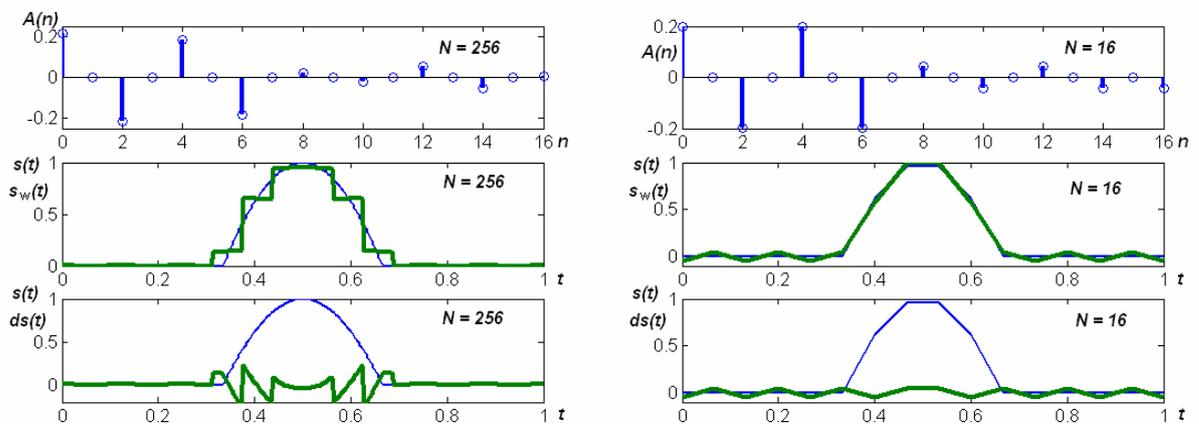


Рис.10. Спектр-диаграммы и временные зависимости сигнала в базисе Уолша

Ошибки разложения в базисе Уолша

N = 16	$\Delta = 0.0437 \rightarrow 10.9\%$
N = 96	$\Delta = 0.0685 \rightarrow 16.5\%$
N = 256	$\Delta = 0.0682 \rightarrow 16.5\%$
N = 512	$\Delta = 0.0682 \rightarrow 16.4\%$

Коэффициенты разложения в базисе Уолша

N= 16	0.1968	-0.0000	-0.1968	0.0000	0.1968	0.0000	-0.1968	-0.0000	0.0423
N= 96	0.2158	-0.0000	-0.2158	0.0000	0.1826	-0.0000	-0.1826	0.0000	0.0213
N=256	0.2171	0.0000	-0.2171	-0.0000	0.1825	0.0000	-0.1825	-0.0000	0.0200
N=512	0.2176	-0.0000	-0.2176	0.0000	0.1824	-0.0000	-0.1824	0.0000	0.0196

Результаты расчётов при числе точек дискретизации более 16 (N = 96, 256, 512) практически не отличаются. Совпадение числа точек дискретизации и числа гармоник обеспечивает наименьшую ошибку при этом количестве базовых функций Уолша. Ошибки разложения в Уолша больше в 8–10 раз, чем в гармоническом и в 1.5–2.5 раза в чебышевском базисе и чуть меньше ошибок в МОБ.

Согласно выражению (2) записывается М-функция $\text{cosobsm}(t, U_m, U_0, S_m)$ расчёта смещённого сигнала в заданном вектором количестве

равноотстоящих точек. Величина смещения по-прежнему равна четверти периода.

Ошибки разложения в базисе Уолша

$N = 16 \quad \Delta = 0.0685 \rightarrow 16.5\%$ – исходный сигнал,
 $N = 16 \quad \Delta = 0.0011 \rightarrow 0.3\%$ – смещённый сигнал,
 $N = 256 \quad \Delta = 0.0682 \rightarrow 16.4\%$ – смещённый сигнал.

Коэффициенты разложения в базисе Уолша

Исх(16)	0.1968	-0.0000	-0.1968	0.0000	0.1968	0.0000	-0.1968	-0.0000	0.0423
Исх(256)	0.2171	0.0000	-0.2171	-0.0000	0.1825	0.0000	-0.1825	-0.0000	0.0200
Смещ.	0.2171	0.2171	-0.0020	-0.0020	-0.1824	-0.1824	0.0004	0.0004	0.0200

Смещение исходного сигнала в базисе Уолша существенно изменяет амплитудный спектр, уменьшаются также ошибки разложения при числе отсчётов, равном числу функций базиса Уолша (рисунок 11).

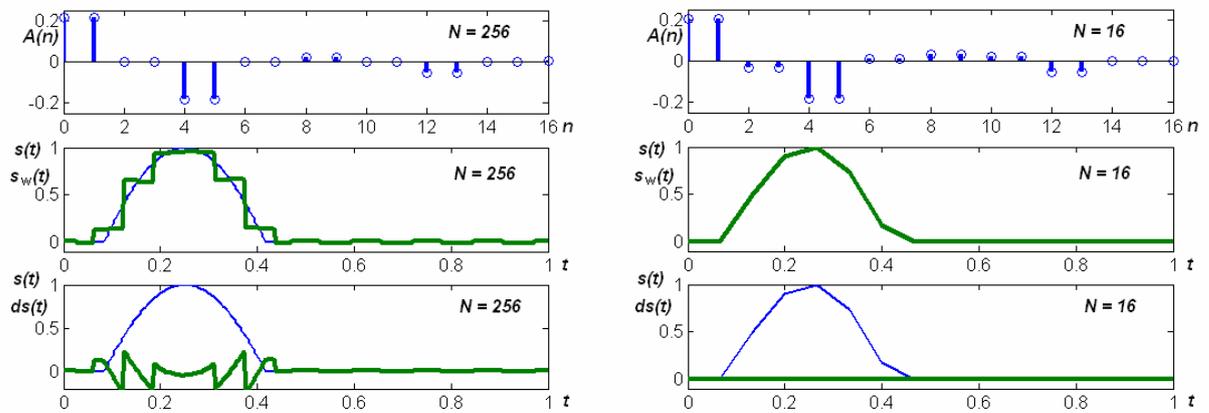


Рис.11. Спектр-диаграммы и временные зависимости сигнала в базисе Уолша для смещённого сигнала

Дискретная модель суммы исходного сигнала и нормального белого шума на интервале (0,1) реализована в М-файле `cosobsh(t, Um, Uo, Sigma)`. Величина `sigma` (СКО шума) выбирается равной Δ_{256} и $10\Delta_{256}$ (рисунок 12)

Ошибки разложения в базисе Уолша

$N = 256 \quad \Delta_{256} = 0.0685 \rightarrow 16.5\%$ – исходный сигнал,
 $N = 256 \quad \Delta_1 = 0.0698 \rightarrow 16.6\%$ – исходный сигнал + слабый шум ($\sigma = \Delta_{256}$);
 $N = 256 \quad \Delta_2 = 0.1632 \rightarrow 20.3\%$ – исходный сигнал + сильный шум ($\sigma = 10\Delta_{256}$).

Коэффициенты разложения в базисе Уолша

Исход.	0.2171	0.0000	-0.2171	-0.0000	0.1825	0.0000	-0.1825	-0.0000	0.0200
$\sigma = \Delta_{256}$	0.2176	0.0050	-0.2199	0.0009	0.1867	0.0003	-0.1811	0.0003	0.0225
$\sigma = 10\Delta_{256}$	0.2220	0.0496	-0.2445	0.0086	0.2248	0.0026	-0.1688	0.0025	0.0444

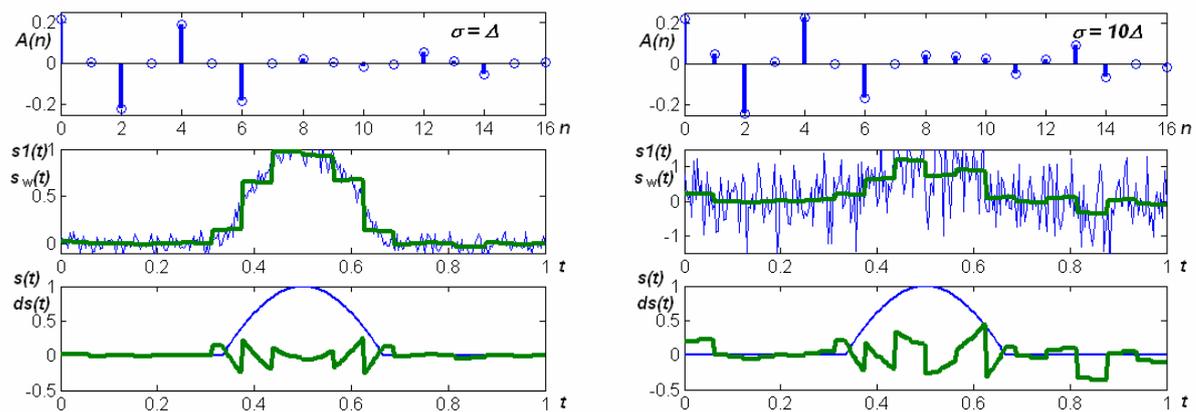


Рис.12. Спектр-диаграммы и временные зависимости сигналов в базисе Уолша при различных уровнях шумовой составляющей

Аддитивный нормальный шум несущественно изменяет спектральную диаграмму (основные отличия наблюдаются у высокочастотных составляющих) и влияет на уровень ошибок восстановления. Увеличение уровня шума в 10 раз приводит к возрастанию ошибок восстановления в 1.3 раза.