

В.И. Арнольд

Антинаучная революция в математике *

От редколлегии Бюллетеня «В Защите науки»

Владимир Игоревич Арнольд ([12.06.1937](#) - [3.06.2010](#)) - знаменитый математик, академик РАН, наиболее цитируемый (22660 ссылок на 2009 г.) российский ученый. Ещё студентом МГУ решил 13-ую проблему Гильберта; особенно известны его работы по теории катастроф. Работал в МГУ, Математическом Институте РАН, а в последние годы - в основном в университете Париж-Дофин. Автор ряда блестящих эссе по общим проблемам математики и ее преподавания в школах и вузах. Две статьи В.И. Арнольда опубликованы в нашем Бюллетене (№5 и №6).

От редакции "Вестника РАН":

Изменение представлений о природе на закате тысячелетия - это тема сессии Папской академии наук, проходившей в октябре 1998 г. в Ватикане. На ней обсуждались и такие вопросы: нужно ли учить детей складывать дроби? сменится ли век расцвета науки веком невежества и обскурантизма? не пора ли реабилитировать Джордано Бруно? является ли дискриминация российских ученых политически корректной? Ниже публикуется статья, в основу которой положен доклад, прочитанный на этой сессии президентом Московского математического общества и вице-президентом Международного математического союза академиком В.И. Арнольдом, а также его ответы на вопросы анкеты Европейского математического общества об изменениях в науке стран Восточной Европы за последние 10 лет.

Начну с примера математической теории, которую легко объяснить нематематикам; затем обсужу причины отвращения, испытываемого обществом по отношению к математике, а закончу несколькими замечаниями о специфических проблемах российской математики.

МАТЕМАТИКА И ПЕРЕДЕЛ МИРА

Рассмотрим первую цифру числа, выражающего площадь страны. Эта цифра может быть единицей, двойкой..., девяткой. Оказывается, распределение государств мира по первой цифре их площади крайне неравномерно. Страны, первая цифра площади которых равна единице, составляют примерно 30% общего их числа, а количество стран, первая цифра площади которых равна девяти, примерно в 6 раз меньше; доля стран, имеющих промежуточную между единицей и девяткой первую цифру площади, постепенно уменьшается. Данное распределение не зависит от единиц площади: ее можно измерять в квадратных километрах, в квадратных милях или в квадратных дюймах - результат получается таким же.

Неравномерное распределение первых цифр наблюдается и во многих других случаях. Например, первые цифры численности населения стран мира демонстрируют такую же закономерность. Она была открыта в 1881 г. С. Ньюкомом и в соответствии с принципом эпонимики названа эмпирическим законом Ф. Бенфорда. Вклад математики в объяснение этих довольно таинственных эмпирических закономерностей состоит в разработке идей эргодической теории динамических систем.

*) ВЕСТНИК РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК, том 69, N 6, с.553-558, 1999.

В последовательности первых цифр степеней двойки:

1,2,4,8,1,3,6,1,2,5,1,2,4...

единицы составляют примерно 30%, плотность девяток - в 6 раз меньше. Эти математические факты строго доказываются в эргодической теории динамических систем.

Рассмотрим поворот окружности на угол, несоизмеримый с 2π . Повторяя этот поворот, мы получим из исходной точки последовательность точек окружности, называемую орбитой исходной точки под действием динамической системы, заданной поворотом окружности. Эта последовательность точек равномерно распределена вдоль окружности: движущаяся точка проводит в каждой области время, пропорциональное мере этой области (согласно теореме Г. Вейля, предшественнице эргодической теоремы Дж. Биркгофа).

Приложение теоремы о равномерном распределении к повороту на угол $2\pi\log 2$, несоизмеримый с 2π , доставляет странное распределение первых цифр чисел 2^n . Действительно, первая цифра числа зависит только от положения дробной доли его (десятичного) логарифма на окружности дробных частей. Длина дуги $(0, \log 2)$, соответствующей первой цифре, равной единице, составляет около 30% длины (1) всей этой окружности.

Заметим, что дробные доли чисел, составляющих геометрическую прогрессию (вроде 2^n), образуют орбиту соответствующей динамической системы (поворота окружности на соответствующий угол). Эта орбита равномерно распределена вдоль окружности, исключая лишь случай поворота на угол, соизмеримый с 2π (что соответствует геометрической прогрессии, знаменатель которой равен рациональному кратному 10). Поэтому мы получаем одно и то же таинственное неравномерное распределение первых цифр для любой типичной геометрической прогрессии.

Этот математический результат объясняет распределение первых цифр численности населения стран мира. В соответствии с законом Мальтуса численность населения одной и той же страны в разные годы образует геометрическую прогрессию. Следовательно, первые цифры этих численностей подчиняются таинственному неравномерному закону распределения, так что примерно 30% из них - единицы.

Согласно эргодическому принципу, статистику временной эволюции численности населения одной страны можно заменить пространственным средним - средним по всем странам, рассматриваемым в один и тот же момент времени. Следовательно, распределение первых цифр численности населения стран мира должно быть таким же, как распределение первых цифр степеней двойки.

Чтобы получить распределение площадей, надо фиксировать какую-либо модель передела мира. В простейшей модели каждая страна с вероятностью 50% делится (за некоторую единицу времени) на две страны равной площади и с вероятностью 50% объединяется с другой страной такой же площади. Для этой сверхупрощенной модели можно строго доказать, что через несколько единиц времени устанавливается все то же таинственное распределение первых цифр чисел, выражающих площади.

Предположительно такая же теорема справедлива для широкого класса модифицированных моделей. Например, можно заменить 50% другой вероятностью распада страны, можно сделать части неравными, можно даже учесть географическое положение стран (допуская объединение лишь с соседями). Компьютерные эксперименты с модифицированными моделями были выполнены в 1997 г. М.В. Хесиной в Торонто и Ф. Аикарди в Триесте. После небольшого числа итераций наблюдалось таинственное распределение первых цифр чисел, выражающих площади стран. Однако соответствующие предельные теоремы пока не доказаны.

АНТИНАУЧНАЯ РЕВОЛЮЦИЯ

Расцвет математики в уходящем столетии сменяется тенденцией подавления науки и научного образования обществом и правительствами большинства стран мира. Ситуация сходна с историей эллинистической культуры, разрушенной римлянами, которых интересовал лишь конечный результат, полезный для военного дела, мореплавания и архитектуры. Американизация общества в большинстве стран, которую мы наблюдаем сейчас, может привести к такому же уничтожению науки и культуры современного человечества. Приведу один пример.

Лиз - студентка, изучающая историю искусств в Гарварде. На уроке французского языка ее спросили, была ли она во Франции

- "Да",

в Париже

- "Да",

видела ли собор Парижской богородицы

- "Да",

понравился ли он ей

- "Нет!"

"Почему?" - спросил преподаватель. "Он такой старый", - ответила Лиз.

Математика сейчас, как и два тысячелетия назад, - первый кандидат на уничтожение. Компьютерная революция позволяет заменить образованных рабов невежественными. Правительства всех стран начали исключать математические науки из программ средней школы.

Руководство биологического факультета университета в Геттингене обратилось к математикам с просьбой прочесть студентам курс теории чисел. Математики, сперва озадаченные этим предложением, обнаружили, что под теорией чисел биологи понимали сложение простых дробей. Многие геттингенские студенты предпочитают складывать числители с числителями и знаменатели со знаменателями, подобно американским студентам: $1/3 + 1/2 = 2/5$.

Российское правительство пытается довести преподавание математики в средних школах до американских стандартов. Проект состоит в том, чтобы вдвое уменьшить число часов, отводимое на математику, а высвободившиеся часы использовать для обучения мальчиков коневодству, а девочек - макраме. Французское министерство образования, науки и технологии предполагает втрое сократить школьные учебники математики. Конгресс США пытается запретить калифорнийским учителям сообщать школьникам, что Земля круглая и что вода может превращаться в пар, математикам хотели бы запретить учить школьников делить 111 на 3 без компьютера.

Учитывая взрывной рост всевозможных псевдонаук (вроде астрологии) во многих странах, в грядущем столетии вполне вероятно наступление новой эры обскурантизма, подобной средневековью. Нынешний расцвет науки может смениться необратимым спадом, подобным тому, который произошел с живописью в период после итальянского Возрождения.

К несчастью, я не могу отрицать виновности математического сообщества в современном неприятии математики общественным сознанием.

Человеческий мозг состоит из двух полушарий - левого и правого. Левое ответственно за языки, последовательности силлогизмов, интриги и т.п. Правое полушарие управляет пространственной ориентацией, эмоциями и всем нужным для реальной жизни. Типичный пример гипертрофии левого полушария - шахматист Лужин из "Защиты Лужина" В. Набокова. Эта болезнь - а это действительно болезнь - составляет силу лиц с гипертрофированным левым полушарием. Обычно она сопровождается недоразвитием правого полушария и соответствующим комплексом неполноценности.

В середине XX столетия обладавшая большим влиянием мафия "левополушарных математиков" сумела исключить геометрию из математического образования (сперва во Франции, а потом и в других странах), заменив всю содержательную сторону этой дисциплины тренировкой в формальном манипулировании абстрактными понятиями. Вся геометрия и, следовательно, вся связь математики с реальным миром и с другими науками была исключена из математического образования.

Определим умножение натуральных чисел с помощью правила умножения "столбиком". Коммутативность умножения ($ab = ba$) становится тогда трудной теоремой, которую, однако, можно строго доказать, выведя ее из этого определения. Заставляя несчастных школьников учить подобные доказательства, "левополушарные преступники" создали современное резко отрицательное отношение общества и правительств к математике.

Коммутативность умножения можно понять, только пересчитывая по рядам и шеренгам выстроенную роту солдат или же вычисляя двумя способами площадь прямоугольника. Все попытки избежать этого вмешательства реального мира в математику - сектантство, которое восстанавливает против себя любого разумного человека и вызывает у него отвращение к этой науке, к умножению и к любым доказательствам. Подобное "абстрактное" описание математики непригодно ни для обучения, ни для каких-либо практических приложений.

Несмотря на это, "левополушарные больные" сумели вырастить целые поколения математиков, которые не понимают никакого другого подхода к математике и способны лишь учить таким же образом следующие поколения. Отвращение к математике со стороны министров, подвергшихся в школе унижительному опыту подобного обучения, - здоровая и законная реакция. К сожалению, это их отвращение распространяется на всю математику без исключений и может убить ее целиком.

Особенно опасна тенденция изгнания всех доказательств из школьного обучения. Роль доказательств в математике подобна роли орфографии или даже каллиграфии в поэзии. Тот, кто не научился искусству доказательства в школе, не способен отличить правильное рассуждение от неправильного. Такими людьми могут легко манипулировать безответственные политики. Результатом могут стать массовый гипноз и социальные потрясения.

Л. Толстой писал, что сила правительства основана на невежестве народа, что правительство знает об этом и потому будет всегда бороться против просвещения. Думаю, однако, что полное разрушение математики и математического образования было бы такой же ошибкой, как преследование Галилея.

Один французский издатель (организовавший публикацию "абстрактной чепухи" и тем способствовавший нынешнему несчастью) пригласил меня недавно, чтобы обсудить ситуацию. Он представил мне свою молодую помощницу как окончившую Сорбонну по философии. Желая быть галантным, я тут же сказал, что, по моему опыту, философы - самые невежественные люди на свете. Я процитировал в доказательство фразу одного французского философа XIX в., которую прочел в "Словаре глупости":

"Римская католическая церковь совершила ошибку, когда она сожгла Галилея".

"Что же тут глупого, - обиделась помощница. - Я тоже считаю, что это была ошибка - сжечь его".

Видя мою реакцию, она поправилась: "Конечно, я имела в виду Тихо Браге".

Рассказывая эту историю за обедом в трех кембриджских колледжах, я обнаружил, что Джордано Бруно (памятник которому стоит в Риме на Кампо де Фиоре) известен лишь русским. Между прочим, Бруно до сих пор не реабилитирован (в отличие от Галилея, отчасти реабилитированного в 1992 г.).

РОССИЯ КАК ЗАПОВЕДНИК НАУКИ

До сих пор уничтожение культуры, науки и образования (в частности, математики и математического образования) в России идет медленнее, чем в более цивилизованных странах .

Нынешняя позорная дискриминация российских (а равно индийских, китайских и т.д.) ученых западным научным сообществом наносит мировой науке очевидный ущерб. До падения коммунизма нас не пускали за границу коммунисты. Теперь дверь закрыта с другой стороны системой бесполезных "виз", без которых обходились в XIX столетии , а сейчас их не требуют от американцев и других "истинно белых".

В столетней давности энциклопедическом словаре Брокгауза и Ефрона требование визы определяется как способ одной страны показать другой нежелательность всех ее граждан как таковых.

Английское консульство в Париже недавно выдало мне список требований для получения визы, необходимой для поездки в Кембридж и Оксфорд на несколько дней. Среди дюжины других документов они затребовали от меня копию британского паспорта приглашающего меня британского гражданина и сведения о религии священнослужителя, выдавшего мне свидетельство о браке.

Сто лет назад математики могли ездить из одной страны в другую без виз и унижений в консульствах. Сейчас это доступно только родившимся в некоторых привилегированных странах. Русские, африканцы и азиаты, среди прочих, нежелательны. Евроамериканская идея прав человека - это идея прав евроамериканского человека.

Недавно возник новый вид работорговли. Мои друзья - биологи, химики, физики - рассказывали мне, что американские и европейские университеты приглашают российских исследователей, платят им гроши (превосходящие, однако, российские профессорские зарплаты, которые в июле 1998 г. были порядка сотни долларов в месяц, а сейчас, вероятно, раза в три-четыре меньше, при почти одинаковых ценах на продовольствие в Москве и, например, в Париже). Эти русские рабы трудятся изо всех сил, но публикации подписывают не они, а сотрудники приглашающей лаборатории. Технология присвоения результатов российских математиков иная, но итог такой же: эти результаты по большей части приписываются западным эпигонам.

На последнем Международном математическом конгрессе в Берлине в августе 1998 г. не было ни одного русского пленарного докладчика. Некоторые доклады, присланные из России, не были включены в труды конгресса потому, что авторы не сумели перевести деньги организаторам конгресса. Такой дискриминации не было даже в худшие времена холодной войны.

Думаю, однако, что, несмотря на эти дискриминационные меры, Россия в конце концов достигнет уровня Европы и даже Америки, так что знание школьной математики и истории Джордано Бруно придет в нашей стране в соответствие с евроамериканскими стандартами.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Ответы академика В.И. Арнольда на вопросы анкеты Европейского математического общества об изменениях в Восточной Европе за последние 10 лет.

1. Ощущаете ли вы влияние изменений политической ситуации в вашей стране за последние 10 лет на науку и на математику?

Положение математиков и вообще ученых в России и других странах, ранее входивших в СССР, изменилось кардинально. В СССР жалование математика было достаточным для жизни и даже завидным. Теперь в России оно примерно в 100 раз меньше, чем жалование математика того же уровня в США.

Тот факт, что мы все еще имеем активно работающих математиков, отчасти объясняется традиционным для российской интеллигенции идеализмом (с точки зрения

большинства наших западных коллег, просто глупостью), отчасти же - большой помощью, оказанной западным математическим сообществом (в частности, Математическим обществом Франции, Американским математическим обществом, Международным математическим союзом, Фондом Сороса).

Интересно отметить, что независимая оценка профессионализма примерно 6 тыс. математиков бывшего СССР, проведенная, с одной стороны, Американским математическим обществом совместно с Фондом Сороса, а с другой стороны - Российским фондом фундаментальных исследований, дала практически совпадающие выводы примерно в 80% случаев (в то время как в других науках корреляция оказалась минимальной). Мы можем гордиться большей объективностью математического научного сообщества по сравнению с ситуацией в других науках: критерии, применяемые Российским фондом фундаментальных исследований, являются (покамест?) научными и недискриминационными.

2. Как вы расцениваете роль "утечки умов" для развития математики: как естественное, прискорбное или положительное явление?

"Утечка мозгов" в сегодняшней ситуации - неизбежное зло: ее сдерживают только препятствия, воздвигнутые Западом. Если эта ситуация сохранится, то будущее российской математической школы будет, скорее всего, сходным с судьбой великой немецкой математической школы Ф. Клейна и Д. Гильберта или с судьбой итальянской школы алгебраической геометрии.

П.Л. Чебышев, проводивший много времени за границей, находился в дружеских личных отношениях с рядом иностранных математиков, но никогда не обсуждал с ними математические вопросы (из опасения за оригинальность собственных исследований).

Значение российской математической школы для мировой математики всегда определялось оригинальностью российских исследований и их независимостью от западной моды. Чувство, что занимаешься областью, которая станет модной через 20 лет, чрезвычайно стимулирует. К сожалению, этот период теперь начал сокращаться, чему в немалой степени способствует и "утечка мозгов".

3. Каковы первоочередные проблемы при любой попытке поддержать математические традиции в вашей стране?

Затраты маркизы де Помпадур на науку и культуру составляли около полутора процентов ее затрат на наряды и косметику, и этого хватило для того, чтобы создать век Просвещения, Энциклопедию и т.п. В России нет маркизы де Помпадур и угроза наступления века невежества кажется совершенно реальной. Я написал об этом подробнее в статье "Математическая безграмотность губительнее костров инквизиции", опубликованной в "Известиях" 16 января 1998 г. (английский перевод в "Newsletter" Лондонского математического общества, № 259, апрель 1998 г.).

4. Какой может быть роль Европейского математического общества и других международных математических организаций в деле поддержания математической культуры в вашей стране?

Конечно, даже относительно скромная помощь библиотекам и фондам, предоставление стипендий и приглашения на полставки были бы чрезвычайно полезны.

Работая в Париже часть года, я могу приглашать ежегодно несколько человек на деньги своего личного гранта Университетского института Франции. Сделать это было бы гораздо труднее, если бы я воспользовался возможностями, предоставляемыми университетами или Национальным центром научных исследований Франции, и совершенно невозможно в рамках европейской системы (которую во французских газетах за это называли "нацистской"), сколько бы лет я ни платил французские налоги, поскольку я не рожден во Франции.

Международные математические организации должны были бы остановить позорную дискриминацию российских (а равно и других незападных - украинских, китайских, индийских и т.д.) ученых или должны были бы хотя бы протестовать против

такой дискриминации. Думаю, что большинство моих западных коллег просто не в состоянии представить себе степень унижения, через которую мы должны пройти в их консульствах и полицейских учреждениях, чтобы побывать на их конференциях, школах и т.п.

Мне кажется, западная (французская?) идея прав человека - эта идея прав западного (французского?) человека. Обсуждение этнического происхождения кандидата в качестве мотива для голосования "за" или "против" него было (и, надеюсь, останется) невозможным в Российской академии наук: даже в самые мрачные годы наши антисемиты должны были придумывать "научные" доводы. Члены Французской академии наук возражали против избрания кандидата на том основании, что он "француз только по паспорту".

Участвуя во многих международных комитетах, отбирающих приглашенных докладчиков на конгрессы и конференции или профессоров и заведующих кафедрами в университетах, я привык, что мои западные коллеги постоянно пользуются ненаучными аргументами для исключения из конкурса российских кандидатов (мотивируя это тем, что иначе русским досталось бы слишком много мест).

На Международном математическом конгрессе в Киото в 1990 г. было четыре российских приглашенных докладчика, в Цюрихе в 1994 г. - три. В 1998 г. в Берлине не было ни одного пленарного доклада, сделанного российским математиком (в этих подсчетах я не обращаю внимание на сегодняшнее место работы математика, считая, скажем, Ю.И. Манина и М.Л. Концевича россиянами). Не думаю, чтобы научный вес нашей математической школы мог упасть так быстро. Я объясняю результат дискриминацией того же рода, что я наблюдал в различных комитетах, в которых состою.

Недавно я направил в "Заметки Американского математического общества" письмо "Является ли дискриминация российских математиков политически корректной?". Редакция удалила опасное заглавие вместе с моей теорией, объясняющей дискриминацию первооткрывателей, воспроизведенной ниже:

"...имеется социологическая причина, по которой американское общество всегда поддерживает, скорее, рекламно-деловую активность, чем изобретения: обществу нужнее способствовать быстрому распространению идей, чем их созданию. Типична здесь история создания телефона (скорее всего, неизвестная читателю). Верховный суд США признал, что Белл использовал изобретение А. Меуччи, но только тогда, когда его приоритет уже не мог более иметь для изобретателя какого-либо практического значения".

Исключение дискриминации "незападных" ученых на правительственном уровне, вероятно, выходит за рамки возможностей математического сообщества. Однако стараться сделать националистические аргументы морально неприемлемыми во всех процедурах отбора математиков кажется мне разумной задачей.

P.S. Последние годы я замечаю некоторые признаки улучшения. Во время моей первой семестровой поездки во Францию я тратил больше времени на стояние в очередях в префектуре полиции, чем на чтение всех трех моих курсов лекций в Университете Париж-Дофин и в Высшей нормальной школе. Последний год я уже избавлен от необходимости испрашивать разрешение префектуры на каждое пересечение французской границы. Более того, я могу теперь свободно передвигаться почти что в пределах всего Третьего рейха.