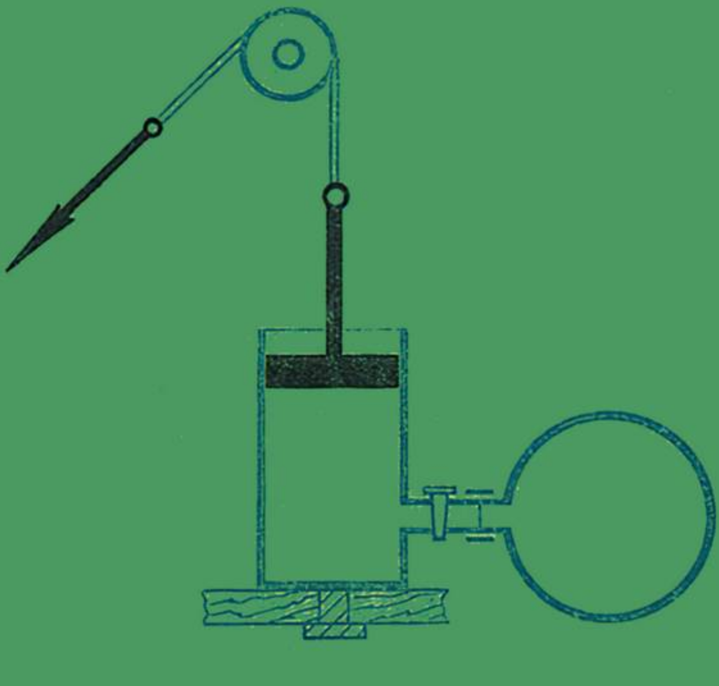
С.Е. Каменецкий
В.П. Орехов

МЕТОДИКА РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ПО ФИЗИКЕ В СРЕДНЕЙ ШКОЛЕ



С. Е. Каменецкий
В. П. Орехов

МЕТОДИКА РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ПО ФИЗИКЕ В СРЕДНЕЙ ШКОЛЕ

КНИГА ДЛЯ УЧИТЕЛЯ

Издание третье, переработанное

МОСКВА
«ПРОСВЕЩЕНИЕ»
1987

ББК 74.265.1
К18

Рецензент учитель физики средней школы № 625 Москвы *Ф. А. Вульфсон*

Каменецкий С. Е., Орехов В. П.

К18 Методика решения задач по физике в средней школе: Кн. для учителя.— 3-е изд., перераб.— М.: Просвещение, 1987.— 336 с.: ил.

В книге изложены общие приемы и методы решения основных типовых физических задач на I и II ступенях обучения физике в средней школе в соответствии с действующей программой, стабильными учебниками и задачниками Большое внимание уделено экспериментальным задачам и задачам с политехническим содержанием Приведен подробный анализ условий задач и даны подробные решения задач по всем темам школьного курса физики

$К \frac{4306010000—387}{103 (03) —87}$ 160—87

ББК 74.265.1
53

ПРЕДИСЛОВИЕ

Образовательное, политехническое и воспитательное значение задач в курсе физики средней школы трудно переоценить. Без их решения курс физики не может быть усвоен. В большинстве школ решению физических задач уделяется значительное внимание. Тем не менее многие учащиеся постоянно испытывают затруднения в решении задач. Это объясняется не только сложностью данного вида занятий для учащихся, но и недостатками в подборе и методике решения задач по школьному курсу физики.

Сознавая важность задач для изучения физики, многие учителя действуют по принципу: чем больше задач, особенно повышенной сложности, тем лучше. В большинстве случаев это приводит к прямо противоположным результатам: создает перегрузку учащихся, порождает неверие в свои силы, отталкивает от предмета. Поэтому вопросы методики решения задач по физике в средней школе приобретают особое значение. При этом должны быть в полной мере использованы достижения советской педагогики в области развивающего и проблемного обучения, формирования физических понятий, применения технических средств обучения, научно-исследовательских и творческих заданий и т. д.

В пособии поставлена цель — ознакомить учителя с наиболее общими приемами и методами решения типовых задач, которые формируют физическое мышление учащихся, дают им соответствующие практические умения и навыки, сберегают время. Настоящее пособие и призвано помочь учителю в организации занятий по решению физических задач и формированию у учащихся умений и навыков применять физические знания на практике.

В пособие включены задачи средней сложности. Остальные задачи повышенной сложности разбираются специально для учителя, с тем, чтобы обратить его внимание на те или иные «тонкости» или трудности в их решении, а также помочь организовать индивидуальную работу с учащимися. Такие задачи, необязательные для учащихся, отмечены звездочкой (*).

Всего в книге рассмотрено более 700 задач, значительную часть которых составили авторы. Эти задачи могут быть взяты за основу при работе с учащимися.

В настоящее, третье издание книги по сравнению с предыдущим внесены значительные изменения: сокращено общее число задач, но полнее описано их решение; больше внимания уделено общим методам и приемам решения типовых физических задач; описаны необходимые при решении задач межпредметные связи физики и математики; добавлен раздел о технических средствах обучения и применении вычислительной техники при решении задач; должное внимание уделено экспериментальным задачам и задачам политехнического содержания.

При пользовании пособием нужно иметь в виду следующее.

Нумерация задач сквозная. Буква «э» после номера задачи означает, что задача является экспериментальной. Стоящие в скобках примечания вида (№ 75, 105) означают ссылку на соответствующие задачи пособия. Стоящая в квадратных скобках цифра, например [18], означает ссылку на литературный источник в соответствии со списком литературы, приведенным в конце пособия.

Отдельные разделы пособия написали:

С. Е. Каменецкий: главы 2 (§ 6—8); 11—13; 26—30; 32—34; 37—40.

В. П. Орехов: Предисловие, главы 1 (§ 1—3); 2 (§ 5); 3—10; 14—25; 31; 35—36; список литературы.

Л. В. Ишкова: глава 1 (§ 4).

О. С. Флуерану составил задачи: № 631, 633—634, 691—694, 699, 708, 722—723, 730, 737.

Большую помощь в подготовке пособия своими советами оказали В. А. Балаш, С. Я. Шамаш, Д. И. Пеннер, Р. Б. Ткачук, А. З. Синяков, Ф. А. Вульфсон, которым авторы выражают искреннюю благодарность.

Часть I

ОБЩИЕ ВОПРОСЫ МЕТОДИКИ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ В КУРСЕ ФИЗИКИ СРЕДНЕЙ ШКОЛЫ

Глава 1. ПСИХОЛОГО-ПЕДАГОГИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МЕТОДИКИ РЕШЕНИЯ ФИЗИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

§ 1. Задачи как средство обучения и воспитания учащихся на занятиях по физике

Физической задачей в учебной практике обычно называют небольшую проблему, которая в общем случае решается с помощью логических умозаключений, математических действий и эксперимента на основе законов и методов физики. По существу, на занятиях по физике каждый вопрос, возникший в связи с изучением учебного материала, является для учащихся задачей. Активное целенаправленное мышление всегда есть решение задач в широком понимании этого слова.

Решение физических задач — одно из важнейших средств развития мыслительных, творческих способностей учащихся. Часто на уроках проблемные ситуации создаются с помощью задач, а этим активизируется мыслительная деятельность учащихся.

Ценность задач определяется прежде всего той физической информацией, которую они содержат. Поэтому особого внимания заслуживают задачи, в которых описываются классические фундаментальные опыты и открытия, заложившие основу современной физики, а также задачи, показывающие присущие физике методы исследования. Примерами могут служить задачи об опытах Штерна (№ 408), О. Герике (№ 115), А. Ф. Иоффе (№ 539) и др.

Некоторое понятие об основном физическом методе исследования явлений природы — эксперименте, основу которого составляют измерения и математические исследования функциональной зависимости между физическими величинами, целесообразно дать учащимся с помощью экспериментальных задач. Например, уже в VI классе могут быть решены следующие задачи:

1 (э). Проградуируйте пружину и выразите формулой зависимость ее удлинения от приложенной силы.

2 (э). Используя модель гидравлического пресса (рис. 1), установите связь между изменением высот поршней и их площадями.

Задачи с историческим содержанием позволяют показать борьбу идей, возникавшие перед учеными трудности и пути их преодо-

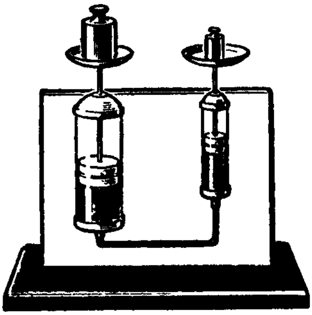


Рис. 1

ления. «Ничто так не способствует общему развитию и формированию детского сознания, как знакомство с историей человеческих усилий в области науки, отраженной в жизнеописаниях великих ученых прошлого и в постепенной эволюции идей»,— писал П. Ланжевен. Примерами могут служить задачи об опытах по определению скорости света, изучению строения атома и т. д.

3. На рисунке 2 приведена схема опыта, с помощью которого Галилей пытался измерить скорость света. Открыв заслонку фонаря, определяли время, через которое свет, отраженный зеркалом, установленным на расстоянии s от наблюдателя, должен к нему возвратиться. Приняв $s = 1{,}5$ км, покажите расчетами главную техническую трудность такого эксперимента и предложите пути ее устранения.

Расчеты покажут, что для измерения огромной скорости света необходимо было измерить очень малый промежуток времени $t = \frac{2s}{c} = 1 \cdot 10^{-5}$ с. Постановка такого правильного по идее опыта практически невозможна. Эта задача была решена Физо и Майкельсоном.

Решение задач — важное средство политехнического обучения и профессиональной ориентации учащихся. Задачи содержат важные сведения о многих отраслях современного производства, массовых профессиях, поисках и находках рационализаторов и изобретателей. При подготовке к урокам желательно использовать пособия по решению задач и для профессионально-технических училищ.

Примером могут служить задачи:

4. На рисунке 3 представлена схема автомата для полива полей. Действие автомата основано на зависимости электропроводности почвы от влажности. Объясните работу автомата.

При решении этой задачи имеется возможность выяснить вопрос о возрастании электропроводности почвы с повышением

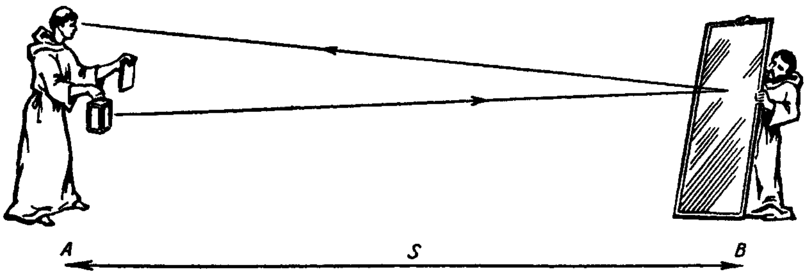


Рис. 2

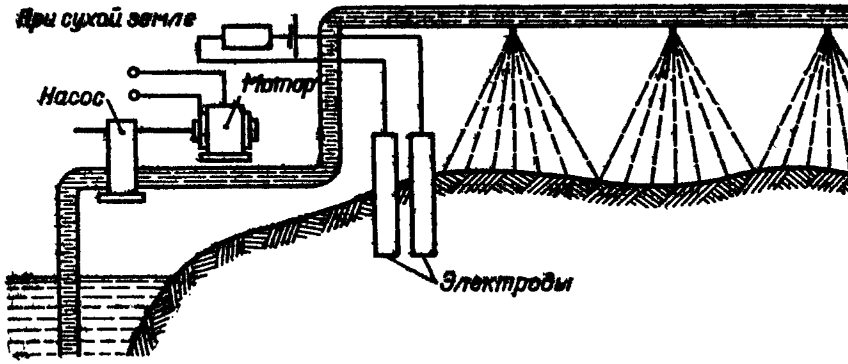


Рис. 3

влажности и применении электромагнитных реле в сельскохозяйственном производстве.

5. Один из проектов международной телевизионной связи предусматривает применение для этой цели спутника Земли. На какую высоту над экватором нужно запустить спутник на восток, чтобы с Земли он казался неподвижным? Какое минимальное количество таких спутников нужно запустить, чтобы любая точка экватора «просматривалась» хотя бы одним спутником?

Весьма полезно составление физических задач политехнического содержания на базе местного производства. Значительный интерес для связи физики с живой природой, особенно в сельской школе, представляют задачи с биофизическим содержанием.

6. Почему жара в местах с влажным климатом переносится труднее, чем в областях с сухим климатом?

7. Тела некоторых живых организмов (например, личинка комара) невидимы в воде, но их глаза хорошо заметны в виде черных точек. На основе законов оптики объясните: почему само живое существо не видно в воде? В чем причина непрозрачности его глаз? Останется ли такой живой организм невидимым, если его поместить в воздушную среду?

Наряду с задачами производственного и естественнонаучного содержания большое значение для связи обучения с жизнью имеют задачи о физических явлениях в быту. Они помогают видеть физику «вокруг нас», воспитывают у учащихся наблюдательность. Примерами таких задач могут быть следующие:

8. Познакомьтесь с передачей движения в велосипеде и объясните с точки зрения золотого правила механики целесообразность применения в нем простых механизмов.

9. Рассчитайте стоимость электроэнергии, которая потребляется вашей стиральной машиной, холодильником или телевизором за 3 ч работы.

10. Какой минимальной высоты должно быть установлено зеркало, чтобы в нем можно было видеть себя в полный рост? Как его надо расположить?

В целях политехнического обучения задачи важны также как средство формирования ряда практических умений и навыков. В процессе решения задач учащиеся приобретают умения и навыки применять свои знания для анализа различных физических явлений в природе, технике и быту; выполнять чертежи, рисунки, графики; производить расчеты; пользоваться справочной литературой; употреблять при решении экспериментальных задач приборы и инструменты и т. д. Особенно полезны в этом отношении задачи, для решения которых используется трудовой и жизненный опыт учащихся, наблюдения, выполняемые ими во время экскурсий, при работе в школьных мастерских, на производственной практике.

Решение задач имеет и большое воспитательное значение. С помощью задач можно ознакомить учащихся с возникновением новых прогрессивных идей, обратить их внимание на достижения советской науки и техники. Интересны в этом отношении задачи с данными о полетах советских космических кораблей, о гигантских электростанциях, о новых технических изобретениях и т. д. Решение задач — нелегкий труд, требующий большого напряжения сил, он может нести с собой и творческую радость успехов, любовь к предмету, и горечь разочарований, неверие в свои силы, потерю интереса к физике. Решение задач — чуткий барометр, по которому учитель может постоянно следить за успехами и настроением учеников и эффективностью своей учебно-воспитательной работы.

§ 2. Методика решения физической задачи

Методика решения задачи зависит от многих условий: от ее содержания, подготовки учащихся, поставленных перед ними целей и т. д. Тем не менее существует ряд общих для большинства задач положений, которые следует иметь в виду при их решении.

Количество задач в курсе физики средней школы весьма велико. В VI—X классах учащиеся должны усвоить около 170 основных формул. Поскольку в каждую формулу входит не менее трех величин, то, очевидно, только на основные физические закономерности школьники должны решить сотни задач.

Главное условие успешного решения задач — знание учащимися физических закономерностей, правильное понимание физических величин, а также способов и единиц их измерения. К обязательным условиям относится и математическая подготовка учеников. Затем на первый план выступает обучение как некоторым общим, так и специальным приемам решения задач определенных типов. Идеальным было бы создание для них алгоритмов решения, т. е. точных предписаний, предусматривающих выполнение элементарных операций, безошибочно приводящих к искомому результату. Однако многие задачи нерационально решать, а иногда и просто нельзя решить алгоритмическим путем. В одних случаях для решения задачи вообще не имеется алгоритма, в других он оказывается очень сложным и громоздким и предполагает перебор громадного числа возможных вариантов. Для большинства физических задач можно указать лишь некоторые общие способы и правила подхода к решению, которые в методической литературе иногда преувеличенно называют алгоритмами, хотя скорее это «памятки» или «предписания» алгоритмического типа.

Некоторые общие способы решения задач описаны, например, в рекомендациях о порядке выполнения действий на второй закон Ньютона (§ 53), на составление уравнения теплового баланса (§ 33) и др.

Систематическое применение общих правил и предписаний при решении типовых задач формирует у школьников навыки умственной работы, освобождает силы для выполнения более сложной творческой деятельности: Задачи нужно решать в определенной системе в соответствии с логикой изучаемого материала при максимальном внимании к общим фундаментальным закономерностям и фактам. Без этого каждая задача будет восприниматься как нечто новое и перенос умений решения одних задач на решение других будет затруднен. Однако усвоение готовых и общих положений еще недостаточно для успешного решения всего многообразия физических задач.

Решение задачи — это активный познавательный процесс, большую роль в котором играют наблюдения физических явлений и эксперимент. Наблюдения и эксперимент позволяют создать соответствующие образы и представления, уточнить условия задачи, получить недостающие данные, установить зависимость между величинами и т. д. Той же цели служат рисунки, чертежи и графики.

Решение задачи как мыслительный процесс — это процесс анализа и синтеза.

Формулировка задачи имеет большое значение. Она, как правило, должна быть ясной и лаконичной. Основные и существенные данные ее должны выступать на первый план, не заслоняясь побочными обстоятельствами.

Анализ условия задачи позволяет представить общую картину описанного в ней явления, при этом устанавливается, какие данные или обстоятельства важны и какие несущественны для рассматриваемой ситуации. Для того чтобы познать явление, установить ту или иную физическую закономерность, нередко необходимо его упростить, абстрагироваться от реальных условий, где явление никогда не существует в «чистом» виде. Например, в задачах по механике часто не учитывают трение, в задачах по геометрической оптике — толщину «тонких» линз и т. д. Одни упрощения оговариваются в условии задачи с самого начала, другие приходится делать по мере ее решения. Таким образом условие задачи уточняется, задача получает иную формулировку.

Анализируя задачу, необходимо определить, какие правила, формулы или закономерности следует применить в данной конкретной ситуации. А это составляет главную трудность для учащихся. При анализе задачи должно выделяться и то общее, что относит ее к тому или иному типу, и то особенное, что составляет ее характерную черту. Успешное усвоение общих правил и предписаний возможно только в процессе активной деятельности учащихся, особенно при решении проблемных и творческих задач.

Большое значение для формирования у учащихся навыков решения задач имеют единые требования к технике оформления записей, усвоение приемов рациональных вычислений и т. д. Большинство задач нужно стараться решать в общем виде, а уже затем производить числовые расчеты. Это экономит время, так как промежуточные числовые вычисления могут оказаться лишними, а также облегчает проверку решения и его анализ.

Числовые значения величин целесообразно подставлять в формулы с наименованиями. Это обязывает следить, чтобы все единицы величин были взяты в одной системе. На первой ступени обучения перевод физических данных задачи в одну систему единиц выполняют арифметически, а затем постепенно школьников приучают пользоваться общим правилом, когда наименования величин подставляют в конечную формулу и производят алгебраические преобразования.

Следующий этап — выполнение вычислений. На них нередко тратят много времени. Происходит это главным образом из-за неумения применять математические знания на практике. Поэтому при решении задач на первый план нужно выдвигать физическую сторону вопроса, а затем искать пути и средства рациональных математических вычислений, в частности, нужно приучать учащихся пользоваться справочными таблицами и микрокалькуляторами.

С правилами приближенных вычислений учащиеся знакомятся на уроках математики до изучения физики. Однако применяют их главным образом на занятиях по физике. Необходимые сведения учитель найдет в книге В. П. Демковича и Н. Я. Прайсмана «Приближенные вычисления в школьном курсе физики» (М.: Просвещение, 1983).

В заключение проводят проверку и анализ решения. Сначала проверяют порядок полученной величины (с помощью прикидки), производя более грубое, чем это положено правилами действий с приближенными числами, округление чисел и комбинируя действия с ними таким образом, чтобы облегчить выполнение математических операций в уме. Такую проверку ответов должен постоянно делать учитель, приучая к этому и учащихся, которые нередко ошибаются в «запятых», не имея навыков приближенных подсчетов. В простейших случаях подсчеты делают устно, а в более сложных используют краткие вспомогательные записи или микрокалькулятор.

Для проверки и анализа ответа важно логически оценить его правдоподобность, в том числе с помощью метода размерностей. Полезно и целесообразно в ряде задач использовать эксперимент или решить одну и ту же задачу несколькими способами.

Рассмотрим задачу, данные для которой взяты из опыта.

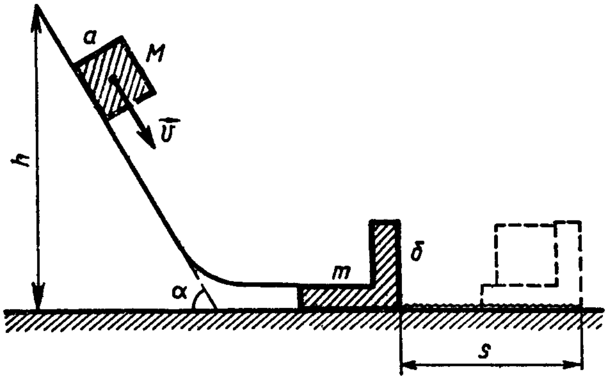


Рис. 4

11. По наклонной плоскости с высоты $h = 40$ см соскальзывает брусок *а* массой $M = 0{,}120$ кг (рис. 4) и попадает на брусок *б* массой $m = 0{,}072$ кг, лежащий на горизонтальной доске. Впереди бруска на небольшом расстоянии от него находится шероховатая бумага. На какое расстояние переместятся бруски по бумаге при коэффициенте трения $\mu = 0{,}37$? Трением бруска *а* о наклонную плоскость и бруска *б* о горизонтальную доску во время его соударения с бруском *а* пренебрегите.

Решение задачи начинают с внимательного ее прочтения и изучения условия. После этого полезно попросить одного из учеников повторить условие. Это приучает учащихся внимательно слушать и вдумываться в содержание задачи. Здесь, по существу, уже начинается переформулирование задачи и первый этап ее решения. Полезно по условию задачи собрать и продемонстрировать соответствующую установку, которую в начале решения используют для создания необходимых представлений, а в конце — для оценки полученного ответа.

Выяснив значение новых терминов и непонятных выражений, пишут слово «Решение», а данные задачи записывают традиционно (в столбец) в том порядке, как они встречаются в условии. Ниже («на всякий случай») оставляют несколько строк для табличных данных и делают соответствующий чертеж. Пользуясь чертежом (см. рис. 4), анализируют условие задачи.

Начальное состояние объектов задано положением брусков *а* и *б*, а конечное — их совместным положением после перемещения вправо на расстояние *s* по шероховатой бумаге.

Анализируем условие взаимодействия объектов, обращая особое внимание на различного рода допущения, которые неизбежны почти в каждой задаче. В данном случае говорится, что после соударения бруски движутся вместе. Этим конкретизируется условие задачи и облегчается ее решение.

При прочих равных условиях сила трения на наклонной плоскости меньше, чем на горизонтальной. При большом угле наклона сила реакции наклонной плоскости значительно меньше веса тела

(mg), поэтому сила трения невелика и ею в первом приближении можно пренебречь. Поскольку доска гладкая, а время соударения брусков невелико, то по условию задачи пренебрегают также и силой трения бруска *б* о горизонтальную доску на ее небольшом участке. Наоборот, сила трения бруска *б* о шероховатую бумагу велика, и ею пренебречь нельзя. За нулевой уровень потенциальной энергии примем горизонтальную плоскость. Ряд других допущений будет введен нами дополнительно в ходе решения задачи.

Сначала описанное в задаче явление обстоятельно рассматривают с качественной стороны (поспешное применение формул без должного анализа условий — типичная ошибка многих учащихся). Большинство задач решают аналитико-синтетическим методом. Но при этом все же нужно приучать учащихся начинать решение «с конца», т. е. с анализа связей, в которые входит искомая величина.

Весь описанный в задаче процесс включает в себя три явления.

1) Движение бруска *а* без трения по наклонной плоскости, подчиненное закону сохранения энергии

$$Mgh = \frac{Mv_1^2}{2}. \qquad (1)$$

Допустим, что скорость бруска *а* перед соударением равна его скорости в нижней точке, т. е. пренебрежем изменением скорости бруска *а* на горизонтальном участке траектории. (Заметим, что горизонтальный участок указан не случайно: см. № 365.)

2) Соударение брусков, подчиняющееся закону сохранения импульса

$$M\vec{v}_1 = (M + m)\vec{v}_2, \qquad (2)$$

или в проекции на направление движения

$$Mv_1 = (M + m)v_2.$$

Допустим, что время соударения брусков столь мало, что их смещением за это время можно пренебречь.

3) Движение брусков по бумаге, при котором за счет уменьшения кинетической энергии совершается работа A сил трения

$$A = E_2 - E_1. \qquad (3)$$

По условию задачи конечная кинетическая энергия брусков $E_2 = 0$. С другой стороны, по законам динамики $A = F_{тр}s\cos\alpha$. В данном случае $\alpha = 180°$, тогда $A = -F_{тр}s$. Следовательно, $F_{тр}s = E_1 \Rightarrow s = \frac{E_1}{F_{тр}}$. Остается найти значение E_1 и $F_{тр}$.

Кинетическая энергия E_1 — это энергия двужущихся совместно брусков массой m и M, поэтому

$$E_1 = \frac{(m + M)v_2^2}{2}.$$

Из формулы (3) следует, что $v_2 = \frac{Mv_1}{M+m}$, а из формулы (1) $v_1 = \sqrt{2gh}$.

По законам трения модуль силы трения $F_{тр} = \mu N = \mu g (M + m)$. Решив систему уравнений, найдем

$$s = \frac{M^2 h}{\mu (M+m)^2}.$$

Подставив числовые данные, получим

$$s = \frac{0{,}120^2 \text{ кг}^2 \cdot 0{,}40 \text{ м}}{0{,}37(0{,}120 \text{ кг} + 0{,}072 \text{ кг})^2} \approx 0{,}42 \text{ м}.$$

Выполним последовательно все действия с учетом правил приближенных вычислений:

1) $0{,}120 \cdot 0{,}120 = 0{,}0144$,
2) $0{,}0144 \cdot 0{,}40 = 0{,}00576$,
3) $0{,}072 + 0{,}120 = 0{,}192$,
4) $0{,}192 \cdot 0{,}192 \approx 0{,}0369$,
5) $0{,}0369 \cdot 0{,}37 \approx 0{,}0137$,
6) $0{,}00576 : 0{,}0137 \approx 0{,}42$.

Громоздкие вычисления, подобные приведенным выше, значительно облегчаются, и на них тратится незначительное время, если пользоваться микрокалькулятором. Однако во всех случаях следует приучать учащихся к анализу и проверке порядка полученной величины с помощью прикидки, например:

1) $0{,}12 \cdot 0{,}12 \approx 0{,}01$,
2) $0{,}40 : 0{,}37 \approx 1$,
3) $0{,}01 \cdot 1 = 0{,}01$,
4) $0{,}120 + 0{,}072 \approx 0{,}2$,
5) $0{,}2 \cdot 0{,}2 = 0{,}04$,
6) $0{,}01 : 0{,}04 \approx \frac{1}{4} \approx 0{,}3$.

Расчеты подтверждают порядок найденного в задаче расстояния.

При некотором навыке точность приближенной проверки числового результата может быть значительно повышена. Для этого следует, например, округлять один сомножитель с «избытком», а другой с «недостатком»; одновременно брать с «избытком» («недостатком») числитель или знаменатель дроби и т. д.

Возможен также учет поправок приближенного ответа. В данном случае главную погрешность вносит округление $0{,}12 \cdot 0{,}12 \approx 0{,}01$ (точный результат 0,0144). Следовательно, окончательный ответ уменьшен примерно в 1,4 раза, поэтому более точное его значение равно примерно 40.

Далее можно провести действия над обозначениями единиц. Ответ получится в метрах, что служит необходимым (хотя недостаточным) критерием правильности решения задачи.

Задачу можно проверить экспериментально. Скатывая брусок *a* с высоты $h = 40$ см, найдем, что он перемещается примерно на такое расстояние, которое подтверждается расчетами.

Различие между экспериментальными и расчетными данными объясняется неучтенными потерями энергии при трении бруска a о наклонную плоскость, сопротивлением воздуха и т. д.

Особо следует отметить важность логической проверки решения задачи, правдоподобность ее ответа. Такая проверка основывается на знании реальных, часто встречающихся в жизни значений физических величин (силы тока в осветительных электролампах, ЭДС гальванических элементов, скорости транспортных средств и т. п.), на знании примерного значения важнейших физических констант, представления о масштабах тех или иных физических явлений и т. д. Например, если бы в рассмотренной выше задаче мы получили значение $s = 42$ км, то этот ответ при критическом отношении к нему представился явно неправдоподобным.

С целью проверки ответа нужно широко использовать приближенные решения или «прикидки», основанные на учете только важнейших зависимостей. Поясним существо этого метода более подробно на следующей задаче.

12. Камень падает с отвесной скалы, и через время $t = 6$ с наверху слышится его стук о землю. Определите высоту скалы h, приняв, что скорость звука $v = 330$ м/с и ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2.

Из условия задачи ясно, что скорость распространения звука значительно больше скорости падения камня. Для того чтобы примерно оценить значение высоты h, в первом приближении пренебрегаем временем распространения звука и считаем, что камень падал 6 с. Тогда

$$h_1 = \frac{gt^2}{2} = \frac{10\ \text{м/с}^2 (6\ \text{с})^2}{2} = 180\ \text{м}.$$

Если нужно более точное значение, то в ответ можно внести поправку, учитывая и время распространения звука t_2:

$$t_2 = \frac{h_1}{v} = \frac{180\ \text{м/с}}{330\ \text{м/с}} \approx 0{,}55\ \text{с} \approx 0{,}5\ \text{с}.$$

Следовательно, более точное значение времени падения камня $t_1 = 6\ \text{с} - 0{,}5\ \text{с} = 5{,}5\ \text{с}$, а более точное значение высоты скалы

$$h_2 = \frac{10\ \text{м/с}^2 (5{,}5\ \text{с})^2}{2} \approx 150\ \text{м}.$$

В данном случае второе приближение дает значение h с точностью до двух значащих цифр. Решение задачи с помощью системы трех уравнений: $h = \frac{gt_1^2}{2}$; $h = vt_2$; $t = t_1 + t_2 = 6$ с дает то же значение $h = 150$ м.

Приближенное решение, или «прикидка», имеет и большое самостоятельное значение. Оно позволяет быстро ориентироваться в производственных условиях, формирует логическое мышление, позволяет увидеть в явлениях главное, существенное.

§ 3. Использование наглядных пособий и технических средств обучения при решении физических задач

Наглядные пособия. Помимо физических опытов, при решении некоторых задач необходим показ объектов, а также изображений предметов или явлений, схем, чертежей, таблиц и другого иллюстративного материала.

Традиционно рисунки, схемы и графики включались в условие физических задач как пояснение к тексту или как основной объект исследования (например, схемы электрических цепей). В целях связи обучения с жизнью, профессиональной ориентации учащихся и формирования у них практических умений и навыков этому виду наглядности при решении физических задач в настоящее время уделяется значительно больше внимания. Примером служат дидактические материалы, в том числе дидактические карточки, содержащие рисунки физических приборов и установок для опытов, а также изображения технических приборов, механизмов и машин. Используя иллюстрации, ученики отвечают на вопросы и производят расчеты физических величин. Одновременно они упражняются в определении цены делений шкал измерительных приборов, снимают показания, изучают паспортные данные, например допустимую силу тока и сопротивление реостатов, пределы измерения напряжения и внутреннее сопротивление вольтметров и т. д. Широкое распространение такого рода задач, основанных на иллюстрациях, позволило выделить их в отдельную группу, названную «наглядными задачами». Учащиеся решают такие задачи, используя карточки или таблицы [41]. Аналогична по исполнению «Физика в рисунках» [18], призванная с помощью красочно выполненных рисунков показать физические явления в природе и технике, научить учащихся искать их и «видеть везде, всегда и во всем». Данный подход должен найти свое продолжение в домашних опытах и наблюдениях учащихся.

Чтобы дидактические наглядные пособия «работали» при изучении физики, и в частности решении задач, необходимо соблюдать ряд условий.

1) Рекомендуется на демонстрационном столе выставлять хорошо видимую установку, соответствующую той, которая изображена на дидактических карточках.

2) Дидактические карточки должны использоваться систематически, чтобы учащиеся хорошо усвоили приемы работы с ними. В противном случае положительный эффект не окупится временем, затраченным на освоение непривычно оформленного материала физической задачи. Выполнение этого требования облегчается большой информативной емкостью карточек, позволяющей на их основе рассмотреть много вопросов, притом в разных клас-

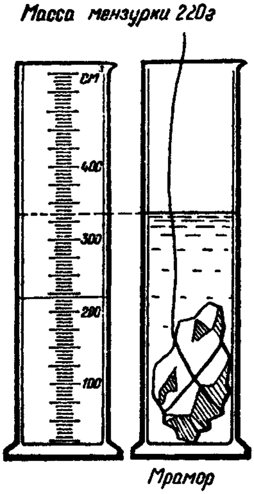


Рис. 5

сах: например, карточка, показанная на рисунке 5, может быть использована в VI, VII, IX классах при решении 15 различных задач по гидростатике, механике и теплоте. Разумеется, в каждом отдельном случае основное условие или ситуация, заданная рисунком, дополняется новыми вопросами.

Но и чрезмерное употребление карточек нежелательно, потому что оно будет идти в ущерб другим формам и методам изучения материала. В целях активизации и разнообразия познавательной деятельности учащихся, а также экономии времени для контроля знаний, умений и навыков полезно на основе карточек проводить программированные упражнения.

3) Работы с дидактическими карточками, предназначенными для индивидуальной работы учащихся, следует сочетать с использованием аналогичных демонстрационных плакатов и схем. Особенно это необходимо в начале занятий в целях инструктажа и в конце — для анализа полученных результатов и опроса учащихся.

Технические средства обучения. Изготовление демонстрационных плакатов, используемых при решении задач, трудоемко. Поэтому в тех же целях целесообразно широко использовать эпипроекцию разного по тематике иллюстративного материала (дидактических карточек, цветных картинок, рисунков из учебников и другой литературы). Проецирование удобно осуществлять на небольшой экран, натянутый на фанеру, на котором можно проводить вспомогательные линии цветными мелками.

Упражнения и задачи учащимся можно задавать на основе диафильмов [10]. Чаще всего это качественные задачи-вопросы, которые позволяют использовать рисунки и фотоснимки с техническим и производственным содержанием. Такие задания в ряде случаев сочетаются со схематическими рисунками учащихся, а, если необходимо, то и с расчетами.

Технические средства обучения целесообразно использовать следующим образом.

1) Проецируют на экран условие задачи, в том числе заранее подготовленной на прозрачной пленке. Это значительно экономит время и облегчает труд учителя.

2) Демонстрируют шкалы измерительных приборов с целью определения их цены деления. Такие шкалы (мензурок, динамометров, вольтметров и др.) желательно изготовить с подвижными частями, используя наложение изображений двух пленок или передвижные указатели (стрелки, рейтеры и т. д.).

3) Анализируют решения задач. По указанию учителя отдель-

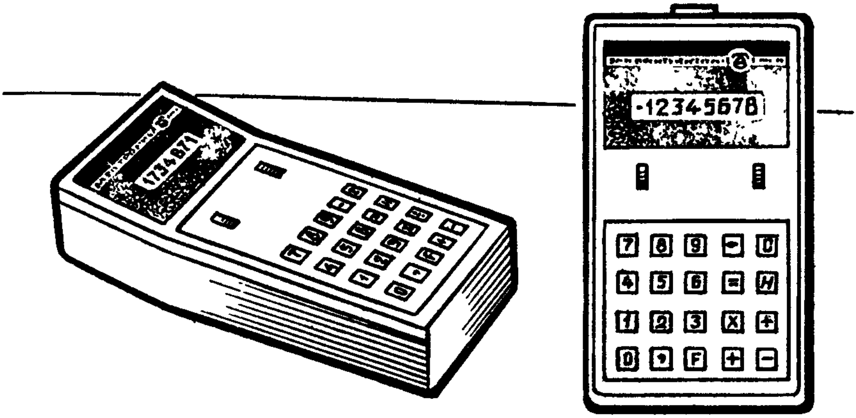


Рис. 6

ные учащиеся переносят полученные ими (в том числе дома) решения на прозрачную пленку, содержание которой и обсуждается на уроке. Это также экономит время и активизирует работу класса.

Микрокалькуляторы. Первоначально с микрокалькуляторами учащиеся знакомятся на уроках математики. При этом, как показывает опыт, при соответствующей методике применения микрокалькуляторов математические, в том числе и вычислительные, знания, умения и навыки учащихся поднимаются на новую, более высокую ступень даже в начальных классах. Таким образом, при использовании микрокалькуляторов на уроках физики следует широко опираться на межпредметные связи с математикой. Будем исходить из того, что первоначальные навыки работы с микрокалькуляторами ученики получают на уроках математики и задача учителя физики заключается в их использовании, закреплении и практическом применении с учетом специфики своего предмета.

На уроках физики микрокалькулятор оказывается необходимым начиная с VIII и особенно IX класса, когда при решении задач приходится выполнять громоздкие расчеты и находить числовые значения элементарных функций.

При дальнейшем изложении материала будем иметь в виду микрокалькуляторы инженерного типа (рис. 6).

На занятиях по физике при решении задач приходится вычислять значения преимущественно таких функций: 1) $y = \sqrt{x}$; 2) $y = \frac{1}{x}$; 3) $y = a^x$; 4) $y = \sin x$; $y = \cos x$; $y = \operatorname{tg} x$. Каждая клавиша микрокалькулятора имеет два функциональных значения. Для вычисления функции микрокалькулятор настраивается на второй режим работы нажатием клавиши $\boxed{F}$, а уже затем клавиши соответствующей функции.

Чтобы облегчить работу школьников с микрокалькуляторами на первых уроках и выработать прочные вычислительные навыки, полезно в кабинете вывесить следующую ниже таблицу с программой для нахождения указанных функций. Заметим, что порядок первых трех операций одинаков для всех указанных функций: сначала вводится аргумент, затем нажимается клавиша $\boxed{F}$, а потом клавиша с указанием функции. Нажатие клавиши $\boxed{=}$ нужно только для функции x^y:

№ п/п	Выражение	Программа	Примеры	Ответы
1	$\frac{1}{a}$	$a\ \boxed{F}\ \boxed{1/x}$	$\frac{1}{3,5}$; $3,51\ \boxed{F}\ \boxed{1/x}$	0,285
2	$\sqrt{a}$	$a\ \boxed{F}\ \boxed{\sqrt{\ }}$	$\sqrt{24,5}$; $24,5\ \boxed{F}\ \boxed{\sqrt{\ }}$	4,95
3	a^b	$a\ \boxed{F}\ \boxed{x^y}\ b\ \boxed{=}$	а) $\sqrt[3]{126} = 126^{1/3}$;	
			$126\ \boxed{F}\ \boxed{x^y}\ 0,333\ \boxed{=}$	5,01
			б) 198^3; $198\ \boxed{F}\ \boxed{x^y}\ 3\ \boxed{=}$	$7,76 \cdot 10^6$
4	$\sin\alpha$	$\alpha\ \boxed{F}\ \boxed{\sin}$	$\sin 35,4°$; $35,4\ \boxed{F}\ \boxed{\sin}$	0,579
5	$\cos\alpha$	$\alpha\ \boxed{F}\ \boxed{\cos}$	$\cos 58,2°$; $58,2\ \boxed{F}\ \boxed{\cos}$	0,527
6	$\mathrm{tg}\,\alpha$	$\alpha\ \boxed{F}\ \boxed{\mathrm{tg}}$	$\mathrm{tg}\ 48°$; $48\ \boxed{F}\ \boxed{\mathrm{tg}}$	1,11

Заданные значения рассмотренных аргументов считаются приближенными, при этом они подобраны так, чтобы можно было оценить результат прикидкой. Для функции $y = a^x$ числа a и x должны быть целыми или заданы десятичными дробями. Практически эта программа при решении задач используется для извлечения кубических корней и возведения в степень.

§ 4. Межпредметные связи физики и математики в системе решения физических задач

Успешно решать физические задачи без использования математических знаний невозможно. Подавляющее большинство физических задач требует вычислений, составления и решения уравнений, анализа функциональных зависимостей между физическими величинами и т. д. Поэтому физические задачи — прекрасное средство обучения учащихся взаимосвязи физики и математики.

При решении физических задач в школе необходимы следующие основные математические знания:

VI к л а с с: буквенная символика; выражения с переменной; простейшие функциональные зависимости (прямая и обратная пропорциональность); симметрия; параллельность и перпендикулярность прямых; проценты; приближенные значения чисел (с недостатком и с избытком); обыкновенные и десятичные дроби; множества (точек); стандартный вид записи числа.

VII к л а с с: линейные уравнения, их системы; неравенства; оценка результатов измерений и вычислений по «методу границ»; координатные прямые и плоскости; решение прямоугольных треугольников; действия над числами, записанными в стандартном виде.

VIII к л а с с: квадратичная функция; квадратные уравнения; векторы, операции над ними; система координат на плоскости и в пространстве; радианная мера углов; тригонометрические функции; графическое решение уравнений, систем уравнений; арифметические прогрессии.

IX к л а с с: производная; элементы комбинаторики; статистические представления (случайные процессы, средние величины); показательная функция; простейшие дифференциальные уравнения.

X к л а с с: логарифмическая функция; дифференциальные уравнения вида $x'' = -ax$; тригонометрические уравнения (простейшие); интеграл; математическая теория колебаний; представления о поле (линии поля, поток вектора, эквипотенциальные поверхности); осциллографирование (анализ колебаний по осциллограммам).

Изучение большинства перечисленных понятий предусматривается школьными программами по математике. Однако практическое использование этих понятий при решении задач по физике вызывает определенные трудности и в первую очередь там, где не проводят целенаправленную, систематическую работу по формированию у учащихся общих для физики и математики понятий. Сложность заключается в согласовании терминологии, символики, методов построения, чтении графиков; в разноречивой трактовке отдельных сторон общих для физики и математики понятий функции и т. д.; в некоторых отклонениях от адекватного отражения в физике стержневых математических идей и т. д.

Рассмотрим пути, помогающие учителю физики преодолеть эти сложности в процессе решения физических задач.

Приближенные вычисления. С погрешностями школьники впервые знакомятся на уроках математики в VII—VIII классах. При восстановлении и закреплении навыков приближенных вычислений в процессе решения физических задач наиболее важными оказываются следующие правила:

1) граница погрешности суммы или разности не может быть меньше границы погрешности наименее точного из слагаемых,

т. е. в окончательном результате суммы или разности приближенных чисел не имеет смысла оставлять больше десятичных знаков, чем в наименее точном слагаемом;

2) граница относительной погрешности произведения и частного не может быть меньше границы относительной погрешности наименее точного исходного данного, т. е. не имеет смысла оставлять при умножении и делении приближенных чисел значащих цифр больше, чем в исходном данном с наименьшим числом верных значащих цифр. Рассмотрим пример.

13. Размеры алюминиевого прямоугольного бруска в результате измерений оказались равными: длина $l = 4{,}3$ см $\pm 0{,}1$ см, ширина $b = 2{,}4$ см $\pm 0{,}1$ см, толщина $h = 1{,}1$ см $\pm 0{,}1$ см, а масса бруска при взвешивании $m = 30{,}81$ г $\pm 0{,}01$ г. Найдите по этим данным плотность алюминия.

Решение. $\rho = \frac{m}{V}$; $V = lbh$. Из четырех данных в условии задачи (l, b, h, m) одно содержит четыре значащих цифры (m) и три (l, b, h) — по две значащих цифры. Сохранив в окончательном результате лишь две значащие цифры и округлив по правилу каждый промежуточный результат до трех цифр, получим $\rho = 2{,}7 \cdot 10^3$ кг/м^3.

При отыскании приближенных значений физических величин в процессе решения задач нередко оценка результата осуществляется «методом границ», известным учащимся из курса математики VII класса. Зная границы значений одной физической величины, можно оценить значение другой, функционально связанной с первой. Приведем пример.

14. Можно ли включить в электрическую цепь прибор, имеющий сопротивление 44 Ом $\pm$ 0,5 Ом, чтобы при напряжении 215 В $\pm$ 15 В сила тока не превышала 6 А?

Решение. Силу тока находим по закону Ома для участка цепи: $I = \frac{U}{R}$. Оценим величину $\frac{1}{R}$. Так как значение сопротивления находится в интервале $43{,}5 \leqslant R \leqslant 44{,}5$, то

$$\frac{1}{44{,}5} \leqslant \frac{1}{R} \leqslant \frac{1}{43{,}5}. \qquad (1)$$

Границы значения напряжения из условия задачи:

$$200 \leqslant U \leqslant 230. \qquad (2)$$

Перемножив почленно неравенства (1) и (2), получим:

$$\frac{200}{44{,}5} \leqslant \frac{U}{R} \leqslant \frac{230}{43{,}5},$$

откуда $4 \leqslant I \leqslant 6$. Абсолютная погрешность $\Delta I = \frac{6\,\text{А} - 4\,\text{А}}{2} = 1$ А. Прибор можно включить в сеть.

Функция. Применительно к физике особый интерес представляет такое отношение между элементами двух множеств, которое можно назвать взаимно однозначным соответствием, когда двум различным элементам одного множества ставятся в соответствие два различных их образа в другом. Именно такое соответствие лежит в основе математической интерпретации большого числа физических законов. Необходимо у школьников сформировать правильное представление о понятиях «переменная», «параметр», «аргумент», «функция»:

переменная — это величина, которая может принимать множество значений (дискретное или непрерывное, конечное или бесконечное);

аргумент — переменная, изменение которой влечет за собой изменение другой переменной — функции;

параметр — величина, значение которой в условиях данной физической задачи меняться не может.

Например, сопротивление R линейного металлического проводника длиной l и площадью поперечного сечения S находится по формуле $R = \rho \frac{l}{S}$, где ρ — удельное сопротивление проводника, постоянная при данных условиях величина, т. е. параметр. Если же, например, фиксируется длина l, то величины ρ и l — параметры, а S — аргумент.

Одновременно необходимо показать учащимся, что рассмотренные ситуации имеют реальное физическое обеспечение (например, продемонстрировать рассмотренные функциональные зависимости опытным путем).

При решении физических задач учащимся чаще всего приходится иметь дело со следующими математическими моделями:

1) линейной функцией вида $y = ax$ (например, зависимостью между путем s и временем t при равномерном движении: $s = vt$);

2) линейной функцией вида $y = ax + b$ (например, зависимостью между скоростью и временем при равноускоренном движении $v = v_0 + at$);

3) квадратичной функцией вида $y = ax^2$ (например, зависимостью между кинетической энергией материальной точки E_k и ее скоростью v при постоянной массе: $E_k = \frac{mv^2}{2}$);

4) квадратичной функцией вида $y = ax^2 + bx$ (например, зависимостью между перемещением s и временем t при равноускоренном движении: $s = v_0t + \frac{at^2}{2}$);

5) обратной пропорциональностью вида $y = \frac{a}{x}$ (например, между давлением и объемом газа в изотермическом процессе: $p = \frac{C}{V}$);

6) тригонометрическими функциями вида $y = \sin x$; $y = \cos x$; $y = \mathrm{tg} x$; $y = a\cos bt$; $y = a\sin bt$.

Исходя из содержания задач, решаемых в школьном курсе физики, можно выделить пункты, на основе которых возможен контроль за успешностью переноса учащимися математических представлений о функции в физические ситуации:

1) представление о переменной, аргументе, параметре, функции с анализом конкретных физических ситуаций;

2) абстрагирование от физической формулы к математической модели и наоборот;

3) представление об области определения и изменения функции;

4) знание различных способов задания функции;

5) графическая интерпретация функциональных зависимостей между физическими величинами;

6) анализ причинно-следственных связей между физическими явлениями при рассмотрении функциональных зависимостей.

Последний из названных пунктов несет особенно важную методологическую нагрузку. Дело в том, что содержание физических законов включает в себя (в отличие от абстрактных математических ситуаций) не только идею соответствия, но и причинно-следственные связи между физическими явлениями. При решении физических задач необходимо четко разделить причину явления и его следствия; подмена одного другим приводит к грубым ошибкам.

Как показывает практика, учащиеся испытывают затруднения при самостоятельном графическом изображении функции в физике. Учителю физики необходимо уделять больше внимания формированию у учеников навыков работы с графиками, поскольку пространственный образ физического графика имеет определенные особенности. Например, в VIII классе школьникам бывает трудно понять, почему путь равномерного прямолинейного движения материальной точки изображается на графике скорости площадью трапеции; почему скорость этого движения на графике пути численно равна тангенсу угла наклона графика и т. д.

При построении графиков в процессе решения физических задач следует обращать внимание на то, что в роли аргумента выступает физическая величина, множество значений которой всегда положительны. То же относится к множеству значений физической величины, выступающей в роли функции, поэтому в физике, как правило, отсутствует симметрия графиков как относительно начала координат, так и относительно координатных осей.

При решении экспериментальных физических задач и их графической интерпретации необходимо научить ребят рационально выбирать масштаб. Часто порядок физической величины, выступающей в роли аргумента, и функции значительно отличны друг от друга. При этом на разных координатных осях следует пользоваться разными масштабами.

Векторы. В математике (см.: Погорелов А. В. Геометрия — 6—10) вектором называется направленный отрезок. При этом само понятие вектора вводится на примере физических величин —

скорости и силы. Это облегчает формирование соответствующих понятий о векторах и их применение на уроках физики. При решении физических задач необходимо знать правила действия с векторами: изображение векторов в виде направленных отрезков; умение «откладывать» вектор от заданной точки в заданном направлении; геометрическое сложение и вычитание векторов; умножение вектора на скаляр; осуществление перехода «вектор — скаляр» (отыскание проекций векторов на координатной оси, выбор знака проекции). Важно подчеркнуть, что физические величины сами длины не имеют, а изображаются направленными отрезками только после выбора масштаба изображения. Складывать и вычитать можно лишь однородные векторные величины. При умножении векторной величины на скалярную получается векторная величина (как в математике при умножении вектора на скаляр), но иной физической природы, чем первая. Например, при умножении вектора скорости $\vec{v}$ (размерность LT^{-1}) на скалярную величину (массу m) получается векторная величина $\vec{p}$ — импульс материальной точки (размерность MLT^{-1}).

При решении физических задач там, где приходится иметь дело с векторами, целесообразно использовать терминологию, с которой учащиеся знакомятся на уроках математики: коллинеарные векторы (параллельные), компланарные (лежащие в одной плоскости) векторы; приращение вектора и др.

Производную и интеграл используют при анализе колебаний математического и пружинного маятников, электромагнитных колебаний в контуре и т. д. Учащиеся имеют возможность убедиться в определенной общности названных процессов, поскольку описываются они одним и тем же уравнением вида $x'' = kx$.

Знание понятия производной позволяет количественно оценить скорость изменения физических величин (скорость перемещения материальной точки $v = s'$; ускорение движения $a = v'$; сила тока $I = q'$, ЭДС индукции $e = -\phi'$ и т. д.).

В ряде задач производная может быть использована для исследования функциональной зависимости между физическими величинами. При этом необходимо помнить, что значение аргумента, при котором производная функции обращается в нуль или не существует, называют критическим. Если при переходе через критическое значение аргумента производная функции меняет знак с «плюса» на «минус», то имеет место максимум функции, а при изменении знака с «минуса» на «плюс» — минимум функции.

Для отыскания наименьшего и наибольшего значений дифференцируемой на данном промежутке функции следует найти ее значения при критических значениях аргумента и на концах данного промежутка, из полученных значений выбрать наименьшее и наибольшее.

При решении задач иногда бывает необходимо найти приращение некоторой физической величины (функции) при изменении другой физической величины (аргумента) в некоторых заданных пределах. В процессе обобщающего повторения (особенно в математических классах) такие задачи могут быть решены с применением интегрирования.

Глава 2. МЕТОДИКА РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ РАЗНЫХ ТИПОВ

§ 5. Классификация задач

Задачи по физике классифицируют по многим признакам: по содержанию, назначению, глубине исследования вопроса, способам решения, способам задания условия, степени трудности и т. д.

По содержанию задачи следует разделить прежде всего в зависимости от их физического материала. Различают задачи по механике, молекулярной физике, электродинамике и т. д. Такое деление условно в том отношении, что нередко в условии задачи используются сведения из нескольких разделов физики.

Различают задачи с абстрактным и конкретным содержанием. Достоинство абстрактных задач состоит в том, что в них выделяется и подчеркивается физическая сущность, выяснению которой не мешают несущественные детали. Достоинство конкретных задач — большая наглядность и связь с жизнью.

Задачи, содержащие материал о технике, промышленном и сельскохозяйственном производстве, транспорте и связи, называют задачами с политехническим содержанием. Содержание политехнических задач должно быть тесно связано с изучаемым программным материалом. Рассматриваемый технический объект или явление, как правило, должны иметь широкое применение в народном хозяйстве. В задаче должны быть использованы реальные данные о машинах, процессах и т. д. и поставлены вопросы, которые действительно встречаются на практике. Технические задачи не только по содержанию, но и по форме должны возможно ближе подходить к условиям, встречающимся в жизни, где в задачах «ничего не дано», а необходимые данные приходится находить по схемам, чертежам, брать из справочной литературы или из опытов.

Ряд задач содержит сведения исторического характера: данные о классических физических опытах, открытиях, изобретениях или даже исторических легендах. Такие задачи называют задачами с историческим содержанием.

Широкое распространение получили занимательные задачи. Отличительная их черта — использование необычных, парадоксальных или занимательных фактов или явлений. Их решение оживляет урок, повышает интерес к физике. В зависимости от характера и методов исследований вопросов различают качественные и вычислительные задачи. Качественными называют задачи, при решении которых устанавливают только качественную зависимость между физическими величинами. Как правило, вычисления при решении таких задач не производят. Иногда этот вид задач в методической литературе называют по-другому: задачи-вопросы, логические задачи, качественные вопросы и др.

Количественными называют задачи, при решении которых устанавливают количественную зависимость между искомыми величинами, а ответ получают в виде формулы или определенного числа.

По способу решения различают устные, экспериментальные, вычислительные и графические задачи. Деление это условно в том отношении, что при решении большинства задач применяют несколько способов.

§ 6. Качественные задачи

Качественные задачи обычно используют как средство закрепления изученного материала. Во многих темах школьного курса физики качественные задачи являются основными. Очень полезны такого типа задачи при опросе, так как они дают возможность за короткое время выяснить усвоение физической сущности рассматриваемого вопроса. Успешное решение школьниками качественных задач показывает осознанность их знаний, отсутствие формализма в усвоении материала. Такие задачи весьма разнообразны по тематике, содержанию и сложности.

Решают качественные задачи, строя логические умозаключения, основанные на физических законах, с помощью индукции и дедукции. При решении этих задач анализ и синтез связаны так тесно между собой, что их иногда разделить нельзя, т. е. возможен только аналитико-синтетический способ рассуждений.

Схема решения качественных задач примерно следующая:

чтение условия задачи, выяснение всех терминов в ее условии;

анализ условия задачи, выяснение физических явлений, построение (если это требуется) схемы или чертежа;

построение аналитико-синтетической цепи рассуждений;

анализ полученного ответа с точки зрения его физического смысла, соответствия условию и реальности.

Иллюстрируя методику решения качественных задач, разделим их на две основные группы:

а) Простые качественные задачи (их называют задачами-вопросами), решение которых обычно основывается на одном физическом законе; цепь умозаключений здесь сравнительно проста.

б) Сложные качественные задачи, представляющие как бы совокупность или комбинацию нескольких простых задач. Решая их, приходится строить более сложные цепи умозаключений, анализировать несколько физических закономерностей.

Начнем с рассмотрения задач-вопросов. Ниже приводятся несколько таких задач:

15. Почему, споткнувшись, человек падает вперед?

16. На каком явлении основано освобождение одежды от пыли при встряхивании?

17. Какие способы насадки топора на топорище возможны? На каком явлении они основаны?

Во всех трех задачах имеет место явление инерции, поэтому в построении цепи умозаключений при решении этих задач опираются на физический закон, описывающий данные явления. В рассматриваемых случаях это первый закон Ньютона — закон инерции, формулировку которого ученики должны повторить в процессе решения задач.

Применяя закон инерции, заключают, что споткнувшийся человек (№ 15) падает вперед потому, что его ноги, задержанные каким-либо препятствием, останавливаются, а другие части тела *по инерции* продолжают движение вперед. Подобным образом дают ответы и на вопросы других задач (№ 16, 17).

В задачах-вопросах могут использоваться и различные зависимости, выражаемые физическими формулами. Приведем пример такой задачи.

18. Каким приемом человек может быстро удвоить давление, производимое им на пол?

Вначале проводят анализ физической сущности происходящего. В задаче спрашивается о давлении, а давление p определяется отношением модуля силы давления F к площади S, на которую эта сила действует: $p = \frac{F}{S}$. Значит, давление зависит как от силы давления F, так и от площади S.

Поэтому, во-первых, давление возрастет в два раза, если в два раза увеличить силу давления при той же площади. Этого можно достигнуть, взяв в руки дополнительный груз, равный весу человека. Но есть и вторая возможность увеличить давление — уменьшить площадь опоры в два раза. Для этого человеку достаточно встать на одну ногу и несколько изменить свое положение, чтобы не нарушилось равновесие.

Рассмотрим более сложные качественные задачи, для решения которых необходима уже целая цепочка рассуждений.

19. Как будут изменяться показания приборов в цепи (рис. 7) при передвижении ползунка реостата влево? вправо?

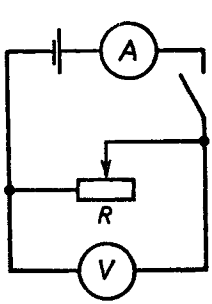


Рис. 7

Проведем сначала анализ условия задачи. В электрическую цепь включен амперметр, который показывает силу тока в цепи, и вольтметр, показывающий напряжение на реостате. При перемещении ползунка реостата влево сопротивление уменьшается, а при перемещении вправо увеличивается. Важно, что цепь замкнутая и есть источник тока.

Теперь можно ответить на вопрос: «Как будет меняться напряжение на реостате?»

Для решения задачи, казалось бы, следует применить закон Ома для участка цепи. Но с помощью этого закона ответить на вопрос задачи не удастся. Действительно, $U = IR$, но если R, например, увеличивается, то I уменьшается. Что же происходит с произведением IR, сказать при этом нельзя. У нас полная цепь с источником тока, и надо применять закон Ома для полной цепи:

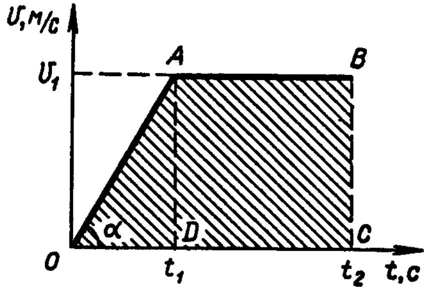


Рис. 8

$I = \frac{\mathscr{E}}{R + r}$, который можно записать в виде $IR + Ir = \mathscr{E}$. При этом необходимо учитывать, что $IR = U$ — напряжение на реостате, а электродвижущая сила источника тока $\mathscr{E}$ и внутреннее сопротивление этого источника тока r постоянны.

Теперь рассуждаем так: при перемещении ползунка реостата влево его сопротивление R уменьшается, а сила тока в цепи возрастает; показания амперметра при этом увеличиваются. Одновременно возрастает и падение напряжения на внутреннем сопротивлении элемента — Ir, а падение напряжения на реостате U уменьшается, так как $U + Ir = \text{const}$. Показания вольтметра поэтому должны уменьшаться.

Аналогично находим показания вольтметра при перемещении ползунка реостата вправо. При этом сопротивление R возрастает, поэтому сила тока I уменьшается, а напряжение U увеличивается. В этом случае показания амперметра уменьшатся, а вольтметра увеличатся. Правильность полученного решения легко проверить экспериментально. В этом случае рассматриваемая задача будет уже качественной экспериментальной.

Качественными могут быть также и графические задачи, в которых объектом исследования являются графики зависимости физических величин. В одних случаях эти графики заданы условием задачи, в других — их надо построить по данным задачи.

Качественные графические задачи заключаются в основном в «чтении» и построении несложных графиков. Работу с графиками можно постепенно усложнять, предлагая учащимся находить и количественные зависимости между величинами, вплоть до составления формул. Если по этим формулам будут проводиться расчеты, то эти задачи будут уже вычислительными. Для примера рассмотрим следующую задачу.

20. По графику (рис. 8) опишите движение тела, определите время, путь и ускорение на отдельных участках пути.

Анализируя данный график, учащиеся должны, во-первых, установить: какова зависимость скорости движения тела от времени? Начальная скорость тела $v_0 = 0$. К моменту времени $t = t_1$ тело приобрело скорость v_1. От момента времени $t = 0$ до момента $t = t_1$ скорость увеличивалась. На графике дана линейная зависимость скорости v от времени t, следовательно, тело двигалось в этот промежуток времени равноускоренно. В промежутке времени от t_1 до t_2 скорость тела не изменялась, т. е. на участке AB тело двигалось равномерно.

Найдем теперь ускорение движения тела. Для промежутка времени $0 - t_1$ скорость тела равна $v_1 = a_1 t_1$, отсюда $a_1 = \frac{v_1}{t_1}$. Для промежутка времени от t_1 до t_2 ускорение тела равно нулю ($a_2 = 0$).

Путь s, пройденный телом при равноускоренном движении за время t_1, численно равен площади треугольника OAD.

Если бы с помощью данного графика можно было определить значения v_1, t_1, t_2, то, вычисляя ускорение a_1 и путь s, мы решали бы вычислительную задачу. Но основная сущность интересующего нас вопроса хорошо уясняется и на качественном уровне. Вычисления здесь не сложны.

§ 7. Вычислительные задачи

Под вычислительными понимают задачи, в которых результат решения получают с помощью вычислений и математических операций. Такие задачи можно решать различными путями.

В настоящее время в школе используют координатный метод. Его применяют чаще при решении задач по механике и во многих комбинированных задачах, где векторные уравнения записывают в виде проекций на выбранные оси координат. Известен так называемый алгоритмический способ решения задач, когда решение проводят в указанной последовательности действий, специально разработанной для данного типа задач. Но этот способ в школе широкого применения не получил, так как нужна разработка и запоминание большого числа алгоритмов.

В настоящее время нельзя свести все способы решения физических задач к ограниченному числу; их разнообразие не дает возможности этого сделать.

Есть попытки разработать обобщенный подход к решению физических задач, который был бы применим ко всем видам задач, указывал бы путь их решения. Но это очень трудная проблема и пока попытки ее решения свелись либо к перечислению этапов решения задач (анализ условия задачи, запись данных, чертеж по данным задачи и т. п.), либо к решению вопроса, как поступать на первом этапе решения задач, т. е. к анализу условия физической задачи, что очень важно, но не является методом решения. С различными методами (путями) решения физических задач учащихся следует знакомить в процессе решения конкретных задач.

Кроме методов решения физических задач, в основе которых лежат физические закономерности, различают способы решения в зависимости от математических операций, которые применяют в процессе решения. Различают алгебраический, геометрический, тригонометрический и графический способы.

Начнем с рассмотрения решения физических задач *алгебраическим способом*. Решая физические задачи этим способом, используют формулы, составляют и решают алгебраические уравнения. Наиболее простой случай применения алгебраического способа — решение задач по готовой формуле. В более сложных задачах окончательную зависимость, с помощью которой вычисляют искомую величину, определяют, используя несколько формул или систему уравнений.

Рассмотрим пример решения простой задачи алгебраическим методом (по готовой формуле).

21. Определите сопротивление медного провода длиной 1 км и сечением 10 мм².

Анализируя условие задачи, выясняем, что провод медный (из таблицы находят значение удельного сопротивления меди — $\rho_{меди} = 0{,}017$ Ом·мм²/м), его длина $l = 1000$ м, а площадь поперечного сечения $S = 10$ мм².

Необходимо записать формулу для определения сопротивления медного провода: $R = \rho \frac{l}{S}$.

Подставляя числовые данные, получаем:

$$R = 0{,}017\ \text{Ом}\cdot\text{мм}^2/\text{м}\cdot\frac{1000\ \text{м}}{10\text{м}^2} = 1{,}7\ \text{Ом}.$$

Эта задача может быть весьма просто решена с помощью цепочки логических вопросов, которые помогают вникнуть в сущность рассматриваемого вопроса.

При этом рассуждают так:

1) Какое сопротивление имеет медный провод длиной 1 м при сечении 1 мм²? (Из таблицы находим $\rho = 0{,}017$ Ом·мм²/м. Значит, ответ на первый вопрос — 0,017 Ом.)

2) Каково сопротивление медного провода длиной 1000 м при сечении 1 мм²? (В 1000 раз больше, т. е. 17 Ом.)

3) Каково сопротивление медного провода длиной 1000 м при сечении 10 мм²? (При увеличении площади поперечного сечения провода в 10 раз сопротивление уменьшается в 10 раз, т. е. $R = \frac{17\ \text{Ом}}{10} = 1{,}7$ Ом.)

Это решение кратко можно записать так:

$$1\ \text{м} — 1\ \text{мм}^2 — 0{,}017\ \text{Ом},$$
$$1000\ \text{м} — 1\ \text{мм}^2 — 0{,}017\ \text{Ом}\cdot 1000 = 17\ \text{Ом},$$
$$1000\ \text{м} — 10\ \text{мм}^2 — \frac{17}{10}\ \text{Ом} = 1{,}7\ \text{Ом}.$$

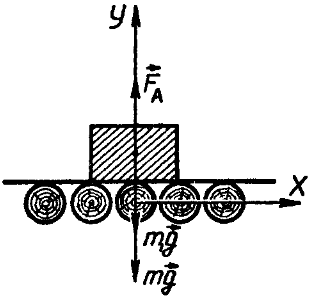


Рис. 9

В качестве примера рассмотрим задачу, в которой не просто используют формулу, а составляют и решают уравнение.

22. Какой максимальный груз может выдержать в пресной воде плот, связанный из 25 сосновых бревен? Объем каждого бревна составляет в среднем 0,8 м^3.

Сначала анализируем условие задачи. Плот состоит из n бревен ($n = 25$), объем каждого бревна V ($V = 0{,}8$ м^3). Так как плот (без груза) плавает в воде, то на него действует архимедова сила $\vec{F}_A$, направленная вертикально вверх. Для вычисления ее, кроме объема плота, надо знать еще плотность воды ($\rho_в = 1000$ кг/м^3). На плот действует еще сила тяжести $m\vec{g}$, для вычисления которой необходимо знать плотность дерева ($\rho_д = 500$ кг/м^3; $\rho_в$ и $\rho_д$ находят из таблицы).

На плот кладут дополнительный груз, на который действует сила тяжести $m_1\vec{g}$. По условию задачи этот дополнительный груз максимальным будет тогда, когда будет максимальна архимедова сила, т. е. бревна полностью погрузятся в воду.

Эту задачу можно решить и координатным методом.

Введем систему координат. Делаем чертеж (рис. 9). Архимедова сила $\vec{F}_A$ направлена вертикально вверх, а силы $m\vec{g}$ и $m_1\vec{g}$ — вертикально вниз. Ось координат y проведем через центр груза и одного бревна, а ось x по поверхности воды.

Запишем условие равновесия в этом случае:

$$\vec{F}_A + m\vec{g} + m_1\vec{g} = 0.$$

Это векторное уравнение. Спроецируем все вектора на выбранную ось y. Сумма всех проекций векторов на эту ось равна нулю:

$$F_A - mg - m_1g = 0.$$

Проекции всех векторов на ось x равны нулю. Находим искомую величину m_1g:

$$m_1g = F_A - mg.$$

Легко найти F_A и mg:

$$F_A = \rho_в gVn; \; mg = \rho_д Vng.$$

Окончательно запишем:

$$m_1g = Vng\,(\rho_в - \rho_д).$$

Подставляя числовые данные, получим:

$$m_1g = 0{,}8\ \text{м}^3 \cdot 25 \cdot 9{,}8\ \text{м/с}^2\ (1000\ \text{кг/м}^3 - 500\ \text{кг/м}^3) = \\ = 9{,}8 \cdot 10^4\ \text{кг}\cdot\text{м/с}^2,$$

т. е. $m_1g = 9{,}8 \cdot 10^4$ Н.

Но архимедову силу в школьном курсе физики изучают в VI классе, где нет возможности решать данную (и аналогичные) задачу алгебраическим и координатным методом, как описано выше. Учитывая возрастные особенности учащихся, их знания по физике и математике, такие задачи в VI классе нужно решать не путем составления уравнения с векторами, а по вопросам, последовательно определяя объем плота, силу тяжести, выталкивающую силу и т. п.

Решение этой задачи приходится проводить, по сути дела, последовательно отвечая на вопросы:

1. Каков объем бревен плота? $V = 0{,}8\ \text{м}^3 \cdot 25 = 20\ \text{м}^3$.

2. Чему равна масса плота? По таблице находим, что масса древесины объемом 1 м³ равна 500 кг: $m_п = 500\ \text{кг} \cdot 20 = 10\,000$ кг.

3. Какова сила тяжести, действующая на плот? $mg = 9{,}8\ \text{Н/кг} \cdot 10\,000\ \text{кг} = 98$ кН.

4. Чему равна масса вытесненной воды при полном погружении плота в воду? По таблице находим, что масса воды объемом 1 м³ равна 1000 кг: $m_в = 1000\ \text{кг} \cdot 20 = 20\,000$ кг.

5. Какова сила тяжести, действующая на вытесненную воду? $P_в = m_в \cdot 9{,}8$ Н/кг, т. е. $P_в = 9{,}8\ \text{Н/кг} \cdot 20\,000\ \text{кг} = 196\,000$ Н.

6. Какой груз может выдержать плот? $F = 196\ \text{кН} - 98\ \text{кН} = 98$ кН.

Можно было бы привести и другие примеры, когда в курсе физики задачи приходится решать алгебраически (по вопросам).

При решении многих физических задач широко используют знания учащихся по геометрии. Например, в статике, геометрической оптике, электростатике и в других разделах школьного курса физики решаются задачи, где необходимы чертежи, геометрические построения и использование известных учащимся геометрических соотношений. Приведем пример такой задачи.

23. Концы проволоки длиной $l = 10$ м прикрепили к двум опорам, расположенным на одном уровне, и на ее середину подвесили фонарь массой $m = 10$ кг. Определите силу натяжения проволоки, если стрела прогиба $h = 0{,}5$ м.

Р е ш е н и е. Пренебрегая массой проволоки и ее растяжением, сделаем чертеж (рис. 10), где $\vec{mg}$ — сила тяжести, $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$ — силы натяжения троса. Из соображений симметрии заключаем, что модули сил F_1 и F_2 равны друг другу. Так как точка O находится в равновесии, то сила F', являющаяся равнодействующей

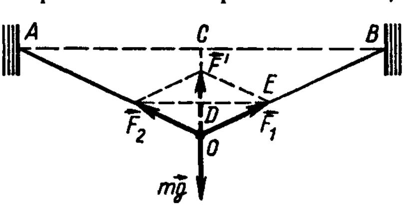


Рис. 10

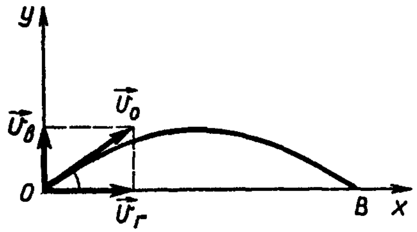


Рис. 11

сил $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$, равна по модулю силе тяжести $m\vec{g}$. Из подобия $\triangle ODE$ и $\triangle OCB$ можно записать:

$$\frac{OD}{OE} = \frac{OC}{OB}, \text{ или } \frac{F'}{2F_1} = \frac{h}{l}.$$

Модуль искомой силы равен

$$F_1 = \frac{F'l}{2h} = \frac{mgl}{2h} = \frac{10\text{ кг}\cdot 10\text{ м/с}^2\cdot 5\text{ м}}{2\cdot 0{,}5\text{ м}} = 500\text{ Н}.$$

Могут быть такие задачи, когда искомую величину учащиеся не могут определить аналитически, а получают графически из чертежа, выполненного в определенном масштабе.

Все это дает основание для выделения самостоятельного геометрического метода решения задач. Но он не является основным, так широко применяемым способом, как алгебраический. Во многих задачах, кроме геометрических соотношений, применяют и тригонометрические. Рассмотрим пример такой задачи.

24. Из орудия под углом α к горизонту вылетает снаряд со скоростью v_0. Определите дальность полета снаряда. Сопротивлением воздуха пренебрегите.

Р е ш е н и е. Сделаем чертеж (рис. 11). Проведем оси Ox и Oy. Найдем проекции скорости v_0 на горизонталь (ось Ox) и на вертикаль (ось Oy):

$$v_{0x} = v_0 \cos\alpha,$$

$$v_{0y} = v_0 \sin\alpha.$$

Запишем проекции скорости на оси координат:

на ось Ox

$x = v_{0x}t = v_0\cos\alpha t$ (движение равномерное),

на ось Oy

$y = v_{0y}t + \frac{g_y t^2}{2} = v_0 \sin\alpha t + \frac{g_y t^2}{2}$ (движение равноускоренное).

Надо иметь в виду, что при проецировании на ось Oy $g_y = -g$, а $y = 0$ при $t = t_{пол}$. Составляем уравнение

$$0 = v_0 \sin\alpha t - \frac{gt^2}{2}.$$

Решая это уравнение, получим $t_1 = 0$ и $t_2 = \frac{2v_0\sin\alpha}{g}$. Так как при $t_{пол}$ $y = 0$, то $t_2 = t_{пол}$. Конечно, надо объяснить, что и при $t_1 = 0$ $y = 0$. Но этот корень уравнения нас не интересует.

Дальность полета $l = x$ при $t = t_{пол}$, т. е.

$$l = v_0 \cos\alpha \frac{2v_0 \sin\alpha}{g} = \frac{2v_0^2 \sin\alpha\cos\alpha}{g} = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}.$$

По характеру логических операций при решении вычислительных задач различают аналитический и синтетический методы.

При аналитическом методе решение задач начинают с выражения искомой величины через другие величины и, последовательно применяя физические формулы, определяют эту величину.

При синтетическом методе решения сначала устанавливают промежуточные зависимости между данными физическими величинами. В итоге всех операций, часть из которых может оказаться лишней, получают выражение, из которого и находят искомую величину.

Учащиеся чаще всего решают задачи синтетическим методом: ищут различные зависимости между величинами, пока не установят такую, которая дает возможность найти искомую величину. При этом, естественно, возможны пути, не приводящие к желаемому результату. Синтетический метод решения задач наиболее простой, но не всегда короткий. Аналитический метод труден, так как требует строгой логической последовательности в действиях, но он быстрее приводит к конечной цели.

При решении задач, особенно в старших классах, предпочтительнее аналитический метод, так как он способствует развитию логического мышления.

25. Найдите КПД наклонной плоскости длиной 1 м и высотой 0,6 м, если коэффициент трения при движении по ней тела равен 0,1 [35, № 423].

I. Аналитический метод

Решение задачи всегда начинают с вопроса задачи, т. е. запишем формулу для КПД:

$$\text{КПД} = \frac{A_п}{A_з} \cdot 100\%.$$

Необходимо найти полезную и затраченную работу. Для этого сделаем чертеж наклонной плоскости (рис. 12, *а*).

Пусть на наклонной плоскости находится тело массой m, которое равномерно движется по плоскости снизу вверх. Высоту плоскости обозначим h, а длину l.

Ясно, что полезная работа равна $A_п = mgh$, а затраченная $A_з = F_т l$, где $F_т$ — модуль силы, направленной вдоль наклонной плоскости и обеспечивающей движение тела со скоростью $\vec{v}$.

Теперь задача сводится к определению модуля силы $F_т$, так как остальные данные известны (h, l, g). Правда, в условии задачи нет массы тела m, но эту величину ввели мы. Нам известно, что КПД наклонной плоскости не зависит от поднимаемого по ней груза, поэтому, вероятно, в процессе решения эта величина исключится.

Чтобы определить силу $\vec{F}_т$, рассмотрим все силы, действующие на тело массой m на наклонной плоскости при его равномерном движении вверх по данной плоскости (рис. 12, *б*). Это сила тяжести

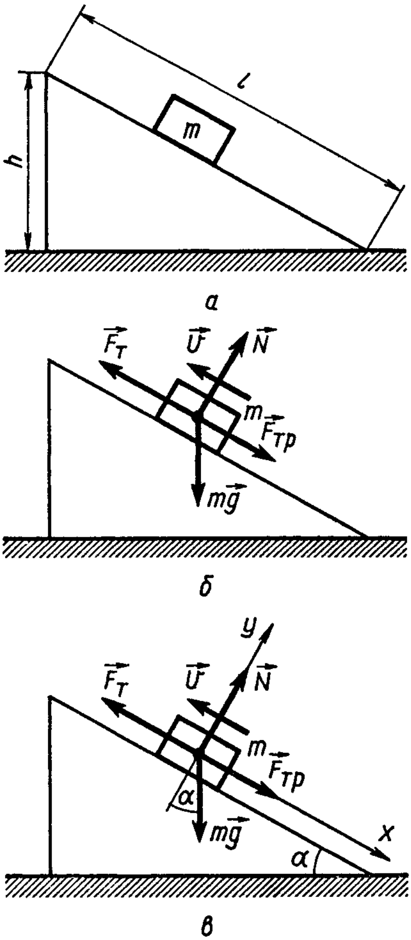


Рис. 12

$m\vec{g}$, направленная вертикально вниз, сила трения $\vec{F}_{тр}$, направленная вдоль наклонной плоскости против движения тела, сила реакции опоры $\vec{N}$, направленная перпендикулярно плоскости, а также сила $\vec{F}_т$, направленная вдоль плоскости, но по направлению движения тела m. (Все силы обозначим на чертеже.)

Для определения модуля силы $F_т$ применим координатный метод. Систему координат свяжем с центром тяжести тела m, ось x направим вдоль наклонной плоскости (вниз), а ось y — перпендикулярно плоскости (вверх; рис. 12, *в*).

Перемещения вдоль оси y нет, поэтому сумма проекций всех сил на эту ось равна нулю. Это дает возможность записать

$$N - mg\cos\alpha = 0. \qquad (1)$$

По оси x движение тела массой m равномерное, т. е. сумма проекций всех сил также равна нулю. Записываем:

$$F_{тр} + mg\sin\alpha - F_т = 0. \qquad (2)$$

Из уравнения (2) определяем модуль силы $F_т$:

$$F_т = F_{тр} + mg\sin\alpha.$$

Но не известны еще $F_{тр}$ и $\sin\alpha$. Учащиеся знают, что модуль силы трения $F_{тр} = \mu N$. Следовательно, надо найти силу реакции опоры N, модуль ее можно определить из уравнения (1): $N = mg\cos\alpha$. Кроме того, следует $\sin\alpha$ и $\cos\alpha$ выразить через данные задачи:

$$\sin\alpha = \frac{h}{l}, \text{ а } \cos\alpha = \frac{\sqrt{l^2 - h^2}}{l}.$$

Окончательно получаем:

$$\eta = \frac{mgh}{(\mu mg\cos\alpha + mg\sin\alpha)l} \cdot 100\% = \frac{mgh}{mg(\mu\cos\alpha + \sin\alpha)l} \cdot 100\% =$$

$$= \frac{h}{(\mu\cos\alpha + \sin\alpha)l} \cdot 100\% = \frac{h}{\mu\sqrt{l^2 - h^2} + h} \cdot 100\%.$$

Подставив числовые данные, получим: $\eta \approx 88\%$.

При аналитическом решении задачи прослеживается определенная логика в рассуждениях, а именно:

$$\eta = \frac{A_п}{A_з} \cdot 100\%;\ A_п = mgh;\ A_з = F_т l.$$

Модуль силы $F_т$ находим координатным методом.

II. Синтетический метод

Решение задачи начинают не с вопроса задачи, а постепенно определяют все необходимое для получения ответа. Во-первых, делают чертеж и обозначают все силы, действующие на тело массой m (см. рис. 12).

Можно определить полезную работу ($A_п = mgh$) и затраченную ($A_з = F_т l$). Но для нахождения неизвестной силы $F_т$ применим координатный метод (рис. 12, *в*). Запишем уравнения в проекциях сил на оси y и x:

$$N - mg\cos\alpha = 0, \qquad (1)$$

$$F_{тр} + mg\sin\alpha - F_т = 0. \qquad (2)$$

Из уравнения (2) определяем $F_т = F_{тр} + mg\sin\alpha$, а из уравнения (1) $N = mg\cos\alpha$. Записываем, что $F_{тр} = \mu N = \mu mg\cos\alpha$, что дает возможность получить для $F_т$ выражение:

$$F_т = \mu mg\cos\alpha + mg\sin\alpha,$$

а далее $\sin\alpha$ и $\cos\alpha$ выражаем через h и l:

$$\sin\alpha = \frac{h}{l},\ \text{а}\ \cos\alpha = \frac{\sqrt{l^2 - h^2}}{l}.$$

Тогда

$$F_т = \mu mg\frac{\sqrt{l^2 - h^2}}{l} + mg\frac{h}{l},$$

а

$$A_з = F_т l = \left(\mu mg\frac{\sqrt{l^2 - h^2}}{l} + mg\frac{h}{l}\right) l.$$

Теперь можно определить и КПД (η):

$$\eta = \frac{mgh}{\left(\mu mg\frac{\sqrt{l^2 - h^2}}{l} + mg\frac{h}{l}\right) l} \cdot 100\% = \frac{h}{\mu\sqrt{l^2 - h^2} + h} \cdot 100\%.$$

После вычислений получаем $\eta \approx 88\%$.

Запись решения задачи при синтетическом методе рассуждения у нас получилась более короткой, чем при аналитическом, но эта краткость кажущаяся. Просто мы использовали многое из первого решения задачи. Решение синтетическим методом по объему записей, числу рисунков и т. п. примерно такое же, что и при аналитическом. Но в этом случае труднее увидеть логику рассуждений: почему мы определяем сначала полезную работу, а потом затраченную и т. д. Все это ученик должен держать в голове, а именно: раз надо найти КПД, то требуется знать $A_п$ и $A_з$. Здесь есть аналитический подход, но он скрыт, завуалирован.

При решении качественных задач, как уже говорилось, трудно выделить в чистом виде анализ или синтез, они выступают всегда во взаимосвязи. Поэтому и говорят об аналитико-синтетическом способе рассуждения при решении качественных задач.

При решении вычислительных задач можно более четко разделить аналитический и синтетический методы рассуждений.

Например, в первом случае, когда мы начинаем рассуждение с вопроса задачи, на первый план выступает анализ, правда, в конце, когда «собирают» общую формулу для решения задачи, проводят синтез. Все же данный способ рассуждения при решении задачи можно называть аналитическим.

§ 8. Экспериментальные задачи и наблюдения

Характерная черта этого типа задач — использование при решении как лабораторного, так и демонстрационного эксперимента.

Рассмотрим несколько примеров демонстрационных экспериментальных задач.

26. Собирают установку, схема которой приведена на рисунке 13, где *R1* и *R2* — демонстрационные магазины сопротивлений. Определите показания вольтметра *V2*, шкала которого закрыта.

Р е ш е н и е. Анализируем схему и устанавливаем, что магазины сопротивлений *R1* и *R2* соединены последовательно. Записываем показания вольтметра *V1*, а также значения сопротивлений R_1 и R_2. Вспоминаем, что при последовательном соединении сопротивлений падения напряжений пропорциональны этим сопротивлениям, поэтому можно записать: $U_1 : U_2 = R_1 : R_2$, откуда

$$U_2 = U_1 \frac{R_2}{R_1}.$$

После того как определено значение напряжения U_2, учитель открывает шкалу вольтметра *V2*, и учащиеся проверяют правильность решения задачи.

К этому же типу задач относятся задачи-наблюдения. Учащиеся наблюдают за каким-то физическим явлением или процессом и отвечают на вопросы: «Что это за явление? Как его можно объяснить?» Это своего рода качественная задача-вопрос, но заданная экспериментально.

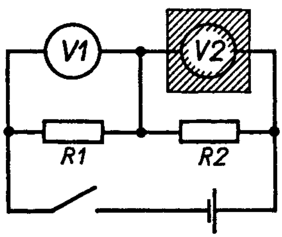


Рис. 13

Например, учитель демонстрирует при изучении электромагнитной индукции опыт с прибором Ленца (рис. 14). Ученик должен объяснить, почему сплошное кольцо этого прибора поворачивается в сторону движения магнита, а кольцо с прорезью на движение магнита не реагирует.

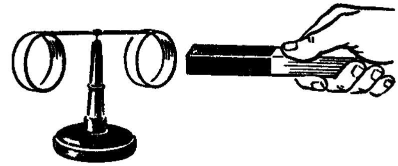


Рис. 14

Лабораторные экспериментальные задачи — это разновидность фронтального эксперимента. Их отличительная черта — самостоятельное выполнение учащимися соответствующих опытов или наблюдений. Эти данные могут быть использованы и при решении экспериментальных задач.

Глава 3. МЕТОДИКА ПРОВЕДЕНИЯ ЗАНЯТИЙ ПО РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ

§ 9. Задачи как составная часть различных видов занятий по физике

Решение задач — составная часть большинства уроков по физике. В наиболее распространенном, так называемом «четырехэтапном» уроке с опросом, изложением нового материала, закреплением и заданием на дом решение задач используют как в начале занятия для проверки знаний учащихся, так и в конце — для повторения и углубления изученной темы. Отдельные пояснения о решении задач ученики получают также в связи с домашним заданием. В среднем на уроках этого типа на задачи тратят около 30% учебного времени. Еще большую долю времени занимают задачи на уроках повторения, и, наконец, часть уроков специально посвящают решению задач. Решение задач неразрывно связано и с лабораторными занятиями по физике. Каждая лабораторная работа является, по существу, для учащихся экспериментальной физической задачей. Особенно это относится к проблемным, эвристическим лабораторным работам, предваряющим изучение соответствующего материала на уроке. Особый вид занятий по решению задач — работа с раздаточным материалом. Решение задач наряду с изучением теоретического материала составляет важную часть и домашних заданий по физике. Очень большое внимание решению задач уделяется на факультативных занятиях.

Задачи по физике привлекают учащихся как своим содержанием, так и «красотой» методов решения, которые позволяют предвидеть или открывать явления природы или свойства тел. Во многих школах организуют кружки по решению физических задач. В последние годы широкое распространение получили физические олимпиады.

§ 10. Решение задач на уроках

Урок объяснения нового материала. В начале урока данного типа задачи обычно используют для проверки знаний учащихся и закрепления изученного материала. При этом чаще всего применяют следующие приемы:

к доске вызывают учеников, которые поочередно решают данные им задачи;

несколько учащихся решают задачи в тетрадях или на листках;

перед объяснением нового материала классу дают 10—15-минутную письменную работу.

Данные приемы позволяют оперативно проверять знания школьников, повышают их ответственность за свою работу, экономят время.

Однако эти приемы имеют и свои недостатки. Они занимают наиболее продуктивную часть урока, притом нередко бóльшую, чем планировалось, и на объяснение нового материала остается мало времени. Решение задач, особенно письменно всем классом, возбуждает учащихся, они долго не могут успокоиться и включиться в работу. По этой причине письменные контрольные работы в начале урока давать нецелесообразно. Задачи в данном случае нужно использовать главным образом для обобщения пройденного, постановки и решения проблемы, которую предстоит рассмотреть на уроке.

Задачи в начале урока перед объяснением нового материала не должны быть громоздкими. Большее внимание нужно уделить качественным задачам, позволяющим выяснить сущность физических явлений.

При изучении нового материала в зависимости от его содержания и методов преподавания задачи могут быть основным средством изучения физических явлений или играть роль иллюстраций. Например, при изучении колебаний маятника обычно используют готовую формулу $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ и затем решают задачи, поясняющие зависимость периода от длины маятника и ускорения свободного падения. Но возможно и такое построение урока, при котором данную формулу сначала выводят в процессе решения задачи, а затем уже применяют к различным частным случаям.

Обычно учитель при закреплении нового материала разбирает задачи со всем классом, хотя возможна и самостоятельная письменная работа. Наибольшая трудность — добиться активной самостоятельной работы всех учащихся и своевременно получить информацию о ее результатах. Для этого можно использовать следующий прием. После объяснения нового материала минут за 10—12 до конца урока дать ребятам задание на дом, в котором предложить на 1—2 задачи больше обычного и приступить к его выполнению на уроке. При этом целесообразно объявить классу, что несколько тетрадей за 2—3 мин до конца урока будут взяты на проверку и за решенные задачи выставлены оценки. Учащиеся будут стараться решить как можно лучше и больше задач, чтобы сократить объем домашнего задания и получить за работу хорошую оценку.

Урок решения задач. Важное значение при тематическом планировании урока имеет подготовка к уроку учащихся, включающая прежде всего повторение или изучение ими теоретического материала. Этот материал в кратком виде целесообразно повторить в начале урока или перед решением соответствующей задачи.

Урок по решению задач в основном проводят в форме решения задач на доске вызванным учащимся с привлечением всего класса и самостоятельного решения учащимися задач в тетрадях (на листках). Первую форму занятий используют преимущественно тогда, когда разбирают новые типы задач или учитель должен сообщить сведения о новых методах решения, оформлении записей и т. д., а вторую — при формировании практических умений и навыков, а также для контроля за успеваемостью учащихся.

При решении задач на доске нужно избегать двух крайностей: когда учитель подсказывает вызванному ученику все действия или решает задачи сам или когда «вытягивает» из учеников ответы, которые им явно не под силу. В результате попусту тратится время и возникает чувство неудовлетворенности как у учителя, так и у школьников.

Учитель обязан объяснить учащимся принципы решения новых типов задач, показывая образец записи условия, вычислений и выполнения чертежей. В связи с этим возникает вопрос о подборе задач к темам по их сложности. По установившейся традиции, как при изложении теоретического материала, так и при решении задач, используют преимущественно индуктивный метод постепенного накопления, а затем обобщения фактов и правил. Это увеличивает время на обучение и приводит к однобокому развитию познавательных способностей, умений и навыков учащихся. В ряде случаев более экономным в отношении расхода учебного времени является метод дедукции. Этот метод ведет к цели кратчайшим путем, но в школе пользоваться им надо, разумеется, умеренно.

После того как учащиеся усвоили основные понятия, систему единиц и формул, полезно разобрать типовую задачу средней сложности. При решении задач на доске следует максимально активизировать познавательную деятельность всех учащихся, иначе бóльшая часть урока превратится для них в пассивное слушание объяснений учителя и ответов вызванных к доске товарищей.

Для повышения познавательной активности учащихся целесообразно использовать следующие общепедагогические средства:

а) *Постановка цели решения задач,* чтобы показать учащимся важность и необходимость изучения данного материала. Например, перед решением задачи на нахождение линейной скорости движущейся по окружности точки можно указать, что аналогичные расчеты должен уметь делать каждый токарь, чтобы определить скорость резания металла, ученый, рассчитывающий скорость спутника на круговой орбите, и т. д. Следует указывать на важность тех или иных задач и для изучения последующего учебного материала.

б) *Выдвижение гипотезы или нескольких предположений* (пусть самых противоречивых), с тем чтобы заинтриговать учащихся и приучить их видеть в явлениях различные стороны, предупредить привычку думать по готовому шаблону. Для этого в ряде случаев полезно оформить задачу в виде диалога между учениками или между учеником и учителем. Такой прием содержит пособие Э. Д. Корж и Д. И. Пеннера [26], где он дается под рубрикой «Будьте судьей в споре».

в) *Использование «занимательных задач».* Общеизвестно, с каким интересом и энтузиазмом решают учащиеся задачи на вечерах занимательной физики, физических викторинах и других внеурочных мероприятиях. Никогда не следует забывать, что учащиеся — это дети, и поэтому элемент игры и соревнования в разумных пределах полезен на уроках, особенно в младших классах.

г) *Применение наглядных пособий и физических опытов.* Чтобы учащиеся лучше поняли физическую сущность задачи или получили при ее решении дополнительные сведения о физических явлениях и приборах, в одних случаях целесообразно использовать наглядные пособия (картины, диапозитивы, макеты, коллекции) и физические приборы, облегчающие понимание условия задачи, в других — эти пособия могут являться объектом изучения.

д) *Правильное сочетание самостоятельной и коллективной работы в классе.* Активность мыслительной деятельности учащихся может быть невысокой, если они недостаточно «прочувствовали» условие задачи или надеются списать готовое решение с доски. Поэтому каждую задачу, как правило, ученики должны сначала в течение нескольких минут обдумать и попытаться решить ее самостоятельно, и только затем следует разбирать решение задачи со всем классом. Готовые же решения или отсутствие решений у отдельных учащихся нужно учитывать при выставлении оценки в конце урока.

е) *Важным является вопрос, кого из учащихся вызывать к доске для решения задачи.* Некоторые учителя для экономии времени невольно злоупотребляют вызовом к доске сильных учащихся. Другие, наоборот, стремятся обучить отстающих и чаще всего работают с ними. Конечно, к доске в зависимости от обстоятельств должны быть вызваны как сильные, так и слабые учащиеся. Но при разборе новой задачи целесообразнее вызвать среднего ученика. За сильным учащимся нередко не успевают следить остальные. С другой стороны, затруднения и вынужденные паузы в работе у доски иногда бывают полезны для обсуждения тех или иных вопросов. В ходе такого обсуждения привлекают и слабых учащихся, что побуждает их напряженно работать вместе с классом. При решении сложных задач или задач, содержащих несколько вопросов, к доске поочередно целесообразно вызывать ряд учащихся, которые должны выполнить отдельные действия, а после решения — еще 1—2 учеников для повторения всей задачи в целом. Особенно это необходимо иметь в виду при решении задач из стабильного задачника.

ж) *Составление задач учащимися.* Составление задач учащимися — полезный педагогический прием. Некоторые учителя требуют от учащихся на уроках не только исправлять и дополнять ответы своих товарищей, но и задавать им вопросы и несложные задачи по указанным учителем темам. Следующий шаг — составление учащимися в классе или дома задач на изученные физические формулы и закономерности. Такие задачи обязательно должен проверять учитель, а наиболее интересные из них решать со всем классом. Разновидностью такой работы служат также задания по составлению текстов из фраз или рассказов из фрагментов.

По заданию учителя учащиеся с большой пользой могут составлять задачи после изучения некоторых тем на материале опытов и наблюдений, которые они проводят в быту, в школьных мастерских и во время экскурсий на производство.

Приведем примеры таких задач, составленных учащимися.

27. Рассчитайте стоимость потребляемой энергии при 5-часовой работе стиральной машины, если ее мощность 300 Вт, а тариф 4 коп. за 1 кВт·ч.

28. При никелировании на детали, поверхность которой 7 дм^2, должен отложиться слой никеля толщиной 0,1 мм. Сколько времени будет продолжаться никелирование, если плотность тока 2 А/дм^2? (Задача составлена учеником по материалам экскурсии в гальванический цех завода.)

з) *Самостоятельное решение задач.* Самостоятельному решению задач посвящают отдельные уроки или их часть. Самостоятельность и активность учащихся на таких занятиях во многом зависят от сложности задания. Задание должно быть посильным и вместе с тем достаточно сложным и интересным, что требует дифференцированного подхода к учащимся. Этого можно добиться разными способами. Например, каждому ученику в зависимости от его подготовки на карточке можно дать отдельное задание или всему классу дать несколько задач постепенно возрастающей сложности, из которых каждый ученик может решать те, которые ему посильны. Второй способ более предпочтителен. Он облегчает разбор решенных задач, вносит в работу элемент соревнования. Важно, что второй способ является и менее трудоемким для учителя.

Во время самостоятельной работы ученики могут обращаться с различными вопросами к учителю, который должен своевременно прийти на помощь, не делая, однако, за учащихся то, что они могут сделать сами. В конце урока целесообразно проанализировать и обсудить различные способы решения задач и ответы учащихся.

Для организации самостоятельных работ учащихся по физике в помощь учителю издан ряд пособий, содержащих дидактические материалы. В целях учета индивидуальных особенностей учащихся пособия содержат задания различной сложности. Значительную часть заданий составляют задачи, позволяющие учащимся наглядно представить физическую ситуацию и закрепить некоторые практические умения, например, в снятии показаний измерительных приборов. Примером может служить задача:

29. Определите сопротивление лампочки по показаниям приборов, изображенных на рисунке.

Заслуживают внимания задачи, в которых предлагается использовать материал учебника и задачи, включающие задания для выполнения физических опытов и наблюдений в домашних условиях. Примерами могут служить задачи:

30. Проделайте опыт: возьмите два одинаковых по размерам стержня (металлический и деревянный) и две одинаковые полоски бумаги. Плотно обмотайте один конец каждого из стержней полоской бумаги и, держа их за другие концы, внесите одновременно на короткое время в пламя. Загорятся ли (или обуглятся) обе полоски бумаги? Объясните результаты этого опыта.

31. Рассмотрите (если у вас есть увеличительное стекло, то через него) крупинки соли. Аморфное или кристаллическое вещество поваренная соль?

Контрольные работы являются отдельным видом самостоятельной работы. Их отличительная черта — полная самостоятельность учащихся, а главное назначение — проверка знаний, умений и навыков. В помощь учителю издан ряд пособий по контролю за успеваемостью учащихся. В основном это сборники определенным образом подобранных задач по темам школьного курса физики. Они предназначены для фронтальной письменной работы, но могут быть использованы и при индивидуальной, в том числе и устной, проверке успеваемости учащихся.

На контрольных работах ученикам дают несколько вариантов заданий. Задания, содержащие два варианта, обычно записывают на доске или проецируют с помощью графопроектора, а задания в 4—6 вариантов готовят на отдельных карточках. Второй вид задания, хотя и требует от учителя значительной подготовительной работы и большего труда по проверке, предпочтительнее.

Контрольные работы бывают итоговыми, их проводят по большим темам (рассчитаны на целый урок), и содержащими задачи и вопросы по текущему материалу (рассчитаны на часть урока). В эти контрольные работы, как правило, включают вопросы, с помощью которых можно проверить понимание учащимися физической сути изучаемого материала, а также нетрудоемкие расчетные задачи.

Традиционны контрольные работы, содержащие 2—3 задачи средней сложности по изучаемой теме. Один из недостатков таких работ — сравнительно небольшой объем проверяемых знаний (зачастую 30—50% материала проверяемой темы). Кроме того, нередко такие работы не позволяют достаточно полно определить действительный объем знаний и умений учащихся, так как бывает неясно, по какой причине ученик не решил ту или иную задачу, требующую выполнения целого ряда взаимосвязанных действий. Проверка решений таких задач требует от учителя немало времени и труда. В связи с отмеченными недостатками традиционных контрольных работ возникла идея использования для контроля знаний учащихся специальных заданий, содержащих значительное число (до 15) небольших по объему задач-вопросов, которые позволяют осветить до 70—80% материала темы и раздела [см. 25; 34].

Значительное распространение получили программированные задания или задачи с выбором ответа, которые широко используют как при текущем (в том числе и устном), так и при итоговом письменном контроле знаний и умений учащихся. Такого вида задачи имеют целый ряд несомненных достоинств:

1) проверяют значительную часть изученного материала;

2) экономят время на проверку работ;

3) позволяют широко использовать ТСО, в том числе средства обратной связи (например, классы с программированным обучением);

4) облегчают поэлементный анализ знаний учащихся;

5) унифицируют требования к оценке работ.

Вместе с тем метод решения задач с выбором ответа имеет свою область применения и свои недостатки:

1) эти задания не позволяют формировать и проверять умения в решении комбинированных задач;

2) труднее, чем при решении текстовых задач, проследить за ходом мысли учащихся;

3) составление задач — труд, требующий высокой научно-методической квалификации учителя, умения выполнить поэлементный анализ темы, использовать типичные затруднения и ошибки учащихся и т. д.

4) неверные ответы могут легче запоминаться учащимися и приносить вред.

На практике необходимо сочетать различные формы проверки знаний, умений и навыков учащихся, при этом любую форму нужно применять систематически, чтобы ее хорошо освоили [см. 26].

Уроки повторения. На уроках повторения используют задачи, недостаточно усвоенные учащимися, и, кроме того, задачи, позволяющие глубоко уяснить физические явления; задачи, позволяющие обобщать материал темы; комбинированные задачи, объединяющие материал нескольких тем. Например, при повторении темы «Взаимные превращения жидкостей и газов» целесообразно рассмотреть следующие задачи:

32. Температура вещества зависит от скорости его молекул. При кипении жидкость покидают наиболее «быстрые» молекулы. Почему же в таком случае температуры кипящей жидкости и ее пара одинаковы?

33. В таблицах указывают, что теплота испарения при температуре 0 °С равна 2,50 · 10^6 Дж/кг, а при температуре 100 °С —2,25 · 10^6 Дж/кг. Чем объяснить такую разницу?

Комбинированные задачи обычно используют при изучении заключительных разделов тем, которые уже сами по себе являются обобщающими и повторительными.

§ 11. О некоторых особенностях решения задач в различных классах

Рассмотренные выше общие вопросы методики решения задач в школьном курсе физики имеют свои особенности в зависимости от возраста учащихся, их подготовки и специфики изучаемого материала. В VI—VII классах для решения задач отводится меньше времени, чем в VIII—IX. Объясняется это небольшим бюджетом времени, спецификой курса, который носит в известной мере описательный, пропедевтический характер, а также возрастными особенностями учащихся и их общеобразовательной подготовкой. На первой ступени обучения физике школьники приобретают первоначальные практические умения. Решение целого ряда задач в этих классах сдерживается недостаточной их подготовкой по математике. Поэтому в этих классах больше внимания следует уделять качественным и экспериментальным задачам, ряд из которых полезно представить в занимательной форме. Однако было бы ошибкой недооценивать и вычислительные задачи, без которых школьники окажутся совершенно не подготовленными к обучению в VIII классе. Следует подчеркнуть важность применения формул уже в VI классе. Нужно только позаботиться о том, чтобы буквенная символика не приводила к формализму в знаниях учащихся. Поэтому на первых порах полезно алгебраическое решение задач сочетать с арифметическим, четко определяя с помощью вопросов смысл каждого действия.

Ряд сложных разделов курса физики средней школы изучается только в VI—VII классах (атмосферное давление, архимедова сила, плавание тел в жидкости и газе). Эти темы требуют решения сравнительно сложных вычислительных задач, многие из которых трудны для учащихся первой ступени. Рассмотрев только самые простые из них, остальные следует решить в порядке повторения в старших классах. Задачи, содержащие сведения из гидро- и аэростатики, целесообразно решать в курсе механики VIII класса. Задачи на составление и решение уравнения теплового баланса и расчет работы при расширении газов решают в IX классе.

В связи со ступенчатым построением школьного курса физики многие задачи по электричеству (электростатике, законам постоянного тока и электромагнитизму), но на более высоком уровне повторяют в IX классе. При решении таких задач обязательна опора на уже имеющиеся знания, умения и навыки учащихся, полученные в VII классе.

Наиболее труден VIII класс. Здесь начинается сложный систематический курс механики, насыщенный большим количеством вычислительных задач. Дело учителя позаботиться о постепенном нарастании сложности задач и привитии любви к математическим расчетам. Следует наиболее сложные задачи по динамике отнести в обобщающий раздел «Применение законов движения Ньютона». Некоторые комбинированные задачи рассматривают также в последней теме — «Работа и энергия». Несмотря на указанные меры, все же ряд задач по механике придется решать при повторении в IX—X классах, когда учащиеся будут значительно лучше подготовлены по математике. Решение задач в этом случае не является самоцелью. Оно составляет важный элемент и средство повторения ранее изученного материала. Такое повторение целесообразно, когда имеется логическая связь или аналогия между старым и новым материалом. Например, умение решать задачи на законы Ньютона, работу и энергию закрепляется и углубляется при решении ряда задач по электростатике и механическим колебаниям. Приемы решения задач на механические колебания и волны широко используют в задачах на электромагнитные колебания и волны.

В IX—X классах нужно уделить больше внимания решению задач в общем виде с анализом полученного результата, а также составлению и решению систем уравнений, при этом желательно использовать знания, которые учащиеся получают по математике.

Важное значение в IX—X классах, особенно в связи с подготовкой учащихся к выпускным экзаменам, имеет решение задач за VI—VII и особенно VIII класс. Цель этих задач — не только повторить, но и углубить изученный в младших классах материал. Из VI класса обязательно решают задачи на расчет архимедовой силы и плавание тел, из VII— задачи на расчет количества теплоты и т. п. В X классе нужно повторить решение задач и за IX класс, особенно по молекулярной физике.

В стабильных учебниках после каждого раздела имеются вопросы для повторения, многие из которых являются по существу качественными задачами. Например, в VI классе: «Почему молекулы не сближаются вплотную? Почему после прекращения действия силы растянутый стальной трос сжимается?» Такие задачи-вопросы позволяют лучше уяснить только что изученный материал и подготавливают школьников для решения более сложных задач.

Задачи из «Упражнений» в основном решают в классе. Для домашних заданий и тем более для самостоятельных работ их недостаточно. Это и вызывает необходимость применения дидактических материалов и задачников. С целью связи преподавания физики с жизнью, подготовкой школьников к труду и их профориентацией целесообразно решать задачи на местном материале. Методика применения «дидактических материалов» кратко изложена в методической литературе (см. список в конце книги). К этому следует добавить рекомендации об использовании учащимися справочной литературы.

Часть II

МЕТОДИКА РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ПО РАЗДЕЛАМ КУРСА ФИЗИКИ

VI класс

Глава 4. ПЕРВОНАЧАЛЬНЫЕ СВЕДЕНИЯ О СТРОЕНИИ ВЕЩЕСТВА

Решение задач по данной теме должно помогать формированию у учащихся первоначальных понятий о молекулярном строении веществ. В задачах необходимо рассмотреть прежде всего такие факты, научное объяснение которых неизбежно приводит к представлениям о том, что тела состоят из мельчайших частиц — молекул. Далее следует решить задачи, дающие понятие о размерах молекул, а также их свойствах: движении и взаимодействии. Из-за недостаточной математической подготовки учащихся задачи в основном должны быть качественными. Значительное внимание необходимо уделить также экспериментальным задачам. Несложные экспериментальные задачи учащиеся могут выполнять в домашних условиях.

§ 12. Существование молекул. Размеры молекул

В результате изучения теоретического материала и решения задач у шестиклассников должно быть создано представление о реально существующих, но невидимых из-за чрезвычайной малости их частиц — молекулах и их огромном числе в окружающих телах. Для этой цели широко используют аналогии, образные сравнения, прямые (электронная микроскопия) и косвенные доказательства корпускулярного строения тел.

Решение задач, показывающих сложное строение молекул, не обязательно. Но в ознакомительном плане, особенно в сильных по успеваемости классах, можно рассмотреть две-три задачи, показывающие, что молекулы сложных веществ состоят из более мелких частиц — атомов.

Вначале решаются качественные задачи, в которых гипотеза о существовании мельчайших частиц вещества—молекулах—подтверждается дроблением вещества, расширением и сжатием тел.

34. Как можно разделить кусок льда на малые частички?

35. Воздух легко сжимается, например, под поршнем велосипедного насоса. Можно ли воздух сжать до сколько угодно малого объема?

36. Почему пленка масляного пятна на воде имеет хотя и очень малую, но вполне определенную толщину?

37. Одинаковы ли молекулы льда, воды и водяного пара?

38. Приведите примеры, подтверждающие, что объем всех молекул воздуха в футбольном мяче не равен вместимости его оболочки.

39. Лес, ржаное поле, воинская колонна или рой пчел кажутся на далеком расстоянии сплошными телами. С помощью какого прибора можно издали обнаружить, что они состоят из отдельных более мелких тел (деревьев, стеблей и т. д), расположенных на некотором расстоянии друг от друга?

Назначение данной задачи — пояснить (прибегнув к аналогии), что твердые и жидкие тела, кажущиеся из-за ограниченных возможностей человеческого зрения сплошными, в действительности имеют «зернистое» строение, что в ряде случаев можно наглядно установить с помощью специальных приборов.

В ознакомительном плане в классе с помощью учителя ученики могут выполнить и несложные расчеты абсолютных и относительных размеров молекул.

40. На рисунке 15 показана фотография частицы твердого тела, полученная с помощью электронного микроскопа. Какой вывод можно сделать на основе этой фотографии о строении твердого тела? Пользуясь указанным на фотографии масштабом, определите размер одной частички — молекулы.

Рис. 15

Решение. Обращают внимание на то, что все молекулы одинаковы, расположены в твердом теле в определенном порядке и имеют такую плотную упаковку, что между ними остаются только незначительные промежутки. Для определения диаметра молекул подсчитывают их число (50) на указанном расстоянии 0,00017 см и, вычисляя, находят, что диаметр молекулы примерно равен 0,000003 см.

Нужно сказать учащимся, что это гигантская молекула. Молекула воды, например, имеет поперечник примерно в сто раз меньше.

41. В учебнике [15, с. 15] приводится следующее сравнение: «молекула во столько же раз меньше яблока среднего размера, во сколько раз яблоко меньше земного шара». Попробуйте подсчитать, каков же примерно диаметр молекулы в сантиметрах. (Диаметр земного шара принять равным 12 800 км, а яблока 6 см.)

Решение. 12 800 км = 1 280 000 000 см;
1 280 000 000 см : 6 см = 200 000 000;
6 см : 200 000 000 = $3 \cdot 10^{-8}$ см.

Этот результат учащимся полезно записать в тетради.

42. Число молекул в 1 см комнатного воздуха примерно равно $2{,}7 \cdot 10^{19}$. Считая, что диаметр одной молекулы газа равен примерно 0,00000003 см, подсчитайте, какой длины получились бы «бусы», если бы все эти молекулы можно было плотно нанизать на невидимую нить.

§ 13. Движение молекул

Задачи на данную тему должны закрепить и углубить знания о беспрерывном движении молекул и зависимости скорости движения молекул от температуры. Основное содержание задач — объяснение различных явлений, связанных с диффузией в газах, жидкостях и твердых телах.

43 (э). Наполните один стакан раствором марганцовокислого калия, а другой — чистой водой. Возьмите стеклянную трубку, согнутую в виде буквы П, наполните ее чистой водой, и зажав пальцами, переверните и опустите один конец в раствор, а другой — в чистую воду (рис. 16). Наблюдайте за ходом диффузии каждый день.

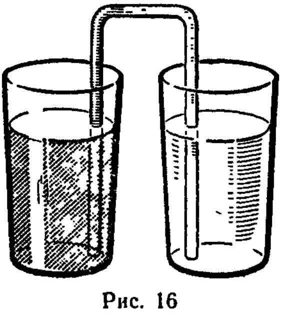


Рис. 16

44 (э). Положите один кусок сахара в стакан с холодным, а второй — с горячим чаем. Какой кусок растворится быстрее и почему?

45. Какое из перечисленных ниже движений более всего похоже на движение молекул в спокойном воздухе и почему: движение солдат в колонне; автомобилей на автостраде; колосьев ржи на ветру; учащихся на школьном дворе; летящего роя пчел; роя мошек в безветренную погоду?

§ 14. Молекулярные силы

С помощью задач уточняют понятие о молекулярных силах: силах притяжения и силах отталкивания, заметное действие которых обнаруживается только на весьма малых расстояниях, сравнимых с размерами самих молекул.

46 (э). Соедините два куска свинца или пластилина. Объясните, почему они «прилипают» друг к другу. Почему аналогичный опыт не удается с кусками железа или разбитого стекла?

47. Если воду сжать с такой же силой, которая действует на глубине 10 км в океане, то ее объем уменьшится лишь на 0,046 первоначального объема. Объясните, почему так трудно сжать воду и почему она принимает прежний объем после прекращения действия сил.

§ 15. Особенности строения газов, жидкостей и твердых тел

В задачах по данному вопросу подчеркивают главным образом мысль о том, что молекулы в газах расположены на бо́льших расстояниях, чем в жидкостях и твердых телах, силы притяжения между ними незначительны и потому газы занимают большой объем. (Аналогичное утверждение в отношении жидкостей и твердых тел, вообще говоря, неверно. Для твердых тел большое значение имеет также порядок расположения молекул.) Второе понятие, которое формируют в VI классе при решении задач,— различие в характере движения молекул в газах, жидкостях и твердых телах.

Учащимся можно предложить ряд задач.

48 (э). Пар, получившийся при кипении воды, занимает примерно в 1700 раз больший объем, чем занимала вода при температуре кипения. Какой из этого следует вывод о взаимном расположении молекул в воде и паре?

49. Возьмите две одинаковые пробирки. В одну налейте чуть меньше ее половины ацетона (или спирта), а во вторую — примерно столько же воды. Измерьте линейкой высоту ацетона и воды, а затем перелейте их в одну пробирку и перемешайте. Как изменился общий объем смеси жидкости и почему?

50. Ученый Бриджмен с огромной силой сжимал в стальном цилиндре масло. Хотя в стенках цилиндра трещин не было, масло выступало на его внешних стенках. Как это объяснить?

51. Если прижать друг к другу пластинки свинца и золота, то через некоторое время в золоте можно обнаружить молекулы свинца, а в свинце — молекулы золота. Объясните, почему.

Решение задач 49—51. В твердых телах и жидкостях между молекулами, несмотря на их упаковку, есть небольшие промежутки. Молекулы совершают движения в первую очередь колебательные. Картина напоминает людей в наполненном автобусе, которые, несмотря на тесноту, перемещаются, меняясь местами друг с другом или проходя в случайно образовавшиеся проходы.

52 (э)*. Рассмотрите пластину слюды и расщепите ее на более тонкие листочки. Разбейте и рассмотрите кусочки крупной поваренной соли. Как на основе молекулярного строения вещества можно объяснить неодинаковые свойства слюды и соли по разным направлениям?

53 (э)*. Разбейте кусок вара и объясните, почему на изломе всегда образуется гладкая поверхность.

Задачи 52 и 53 могут выполняться как фронтальные опыты.

Глава 5. ДВИЖЕНИЕ И СИЛЫ

При изучении этой большой и сложной темы главное внимание уделяют решению задач на расчет скорости, пути и времени равномерного движения; на вычисление плотности, массы и объема тела; на определение давления, силы и площади опоры. Расчетные задачи следует решать так, чтобы учащиеся лучше усвоили сущность изученных закономерностей и сознательно применяли соответствующие формулы. Решают также задачи об инерции, тяготении и невесомости, большинство которых качественные.

§ 16. Механическое движение. Скорость

По данному разделу вначале решают качественные задачи, позволяющие углубить понятие об относительности механического движения, траектории и пройденном телом пути.

54. Укажите, относительно каких тел находятся в покое или относительном движении пассажир в движущемся автобусе; поплавок, плывущий по реке; стамеска, затачиваемая на точиле; космонавт в кабине выведенного на орбиту спутника.

Поскольку понятие о системе и телах отсчета имеет большое мировоззренческое значение, желательно в заключение рассмотреть несколько задач о движении ИСЗ и Земли.

55. Изобразите траекторию движения шайбы по льду во время хоккейного матча и траекторию движения молекул газа. Что общего в форме этих траекторий? Как по рисунку, зная его масштаб, подсчитать путь, пройденный шайбой?

56 (э). Проследите, какую траекторию опишет конец карандаша, когда вы, не отрывая его от бумаги, крупно во всю страницу, напишите: «слово». Используя курвиметр или тонкую проволочку и линейку, измерьте путь карандаша на бумаге.

Дома учащиеся должны выполнить «задание» [15, с. 26] по измерению средней длины своего шага и научиться измерять расстояния шагами (удобнее «двойными»: проводится счет, например, под правую ногу).

Первоначальное понятие о скорости учащиеся получили на уроках математики. При решении задач на уроках физики последовательно углубляют и формируют следующие понятия, представления и методы:

1) определение скорости как величины, численно равной отношению пути, проходимому телом в единицу времени;

2) представление о скорости движения некоторых тел, часто встречающихся в окружающей жизни или представляющих по тем или иным причинам особый интерес (скорость движения

животных, молекул, ИСЗ, планет и т. д.). В этих целях используют таблицы в учебнике [15, с. 29] и справочники [23, 24];

3) работа с таблицей: сравнение скорости движения различных тел;

4) выражение скорости в различных единицах (м/с; км/ч);

5) расчет скорости равномерного движения по формуле, зная значение пути и время;

6) первоначальное представление о скорости как векторной величине [15, рис. 31].

Последовательно решают задачи такого типа:

57. Что означает запись: скорость пешехода 1,5 м/с?

58. Пользуясь таблицей [15, с. 29], определите, на какое расстояние может переместиться за секунду конькобежец, звук, молекула водорода (при температуре 0 °С) и свет.

59. Автомобиль «Чайка» развивает скорость до 160 км/ч, а почтовый голубь — до 16 м/с. Сможет ли голубь обогнать автомобиль?

Решение. Перевод скорости из одних единиц в другие выполняют следующим образом.

За 1 ч автомобиль проходит 160 км = 160 000 м; 1 ч = 3600 с.

Следовательно, за 1 с автомобиль пройдет путь $\frac{160\,000}{3600} = 44$ (м), значит, скорость автомобиля равна 44 м/с. Голубь не обгонит автомобиль.

Задачи на расчет скорости сначала решают устно.

60. За 10 с поезд прошел путь 200 м, а легковой автомобиль за 20 с — 600 м. Что больше: скорость поезда или автомобиля?

При решении устных задач используют формулу:

$$\text{скорость} = \frac{\text{путь}}{\text{время}}.$$

Условия последующих задач записывают буквенными обозначениями, а формулу скорости в обычном виде $v = \frac{s}{t}$.

61. Используя таблицу, рассчитайте, какой путь пролетит искусственный спутник Земли за 1, 2, 3, 4, 5 с, и запишите на основе этого примера общую формулу для расчета пути, зная скорость и время.

62. Пользуясь приведенной в учебнике [15, с. 29] таблицей скоростей, определите, на какое расстояние за минуту распространится звук в воздухе при температуре 0 °С.

Решение. Из таблиц находят значение скорости звука и кратко записывают условие задачи. Затем рассуждают следующим образом: за 1 мин звук пройдет в 60 раз большее расстояние, чем за 1 с, т. е.

$$332\ \text{м/с} \cdot 60\ \text{с} = 19\,920\ \text{м} \approx 20\ \text{км}.$$

Затем решают эту задачу с использованием формулы

$$s = vt = 332\ \text{м/с} \cdot 60\ \text{с} = 19\,920\ \text{м} \approx 20\ \text{км}.$$

Аналогично решают первые задачи и на вычисление времени равномерного движения тел.

63. Пользуясь таблицей [15, с. 29], рассчитайте, за какое время автомобиль проедет расстояние в 30, 300, 3000 м. Выразите время движения автомобиля формулой.

Следующий шаг — формирование понятия о скорости, как величине, имеющей направление. Для этого рассматриваются примеры [15, с. 30] и решаются такие задачи.

64 (э). В стеклянной метровой трубке, наполненной водой, оставили пузырек воздуха и поместили стальной шарик (рис. 17). Перевернув трубку, подсчитали, что пузырек воздуха поднимается за секунду на 10 см, а шарик падает на 12 см. Изобразите графически скорость движения шарика и пузырька воздуха, выбрав масштаб.

65. С востока на запад при встречном ветре, скорость которого 6 м/с, движется велосипедист со скоростью 8 м/с. Изобразите графически эти скорости (масштаб: 0,5 см — 2 м/с).

В заключение целесообразно решить задачи, призванные закрепить и использовать понятие о средней скорости $v_{ср} = \frac{s}{t}$. При этом учащиеся должны не запоминать, а выводить производные формулы по физическому смыслу, пользуясь известными им из математики сведениями о нахождении неизвестного делимого, делителя или частного.

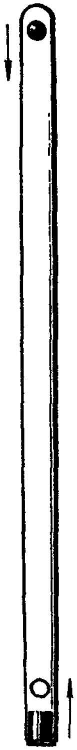


Рис. 17

66. Средняя скорость космического корабля «Восток», на котором Ю. Гагарин совершил первый в мире облет Земли, пролетев 4200 км, равнялась 7,9 км/с. Сколько времени продолжался полет вокруг Земли?

67. Бегун бежал 4 с со средней скоростью 10 м/с и 5 с — со скоростью 12 м/с. С какой средней скоростью он пробежал всю дистанцию?

Решение. Среднюю скорость найдем по формуле $v_{ср} = \frac{s}{t}$. Обозначим первую и вторую части дистанции и затраченное для их преодоления время соответственно s_1, s_2, t_1, t_2. Длина дистанции $s = s_1 + s_2$, а полное время для ее преодоления $t = t_1 + t_2$. Длины первой и второй частей дистанции найдем из формул:

$$s_1 = v_{1ср}t_1 = 10\ м/с \cdot 4\ с = 40\ м;$$
$$s_2 = v_{2ср}t_2 = 12\ м/с \cdot 5\ с = 60\ м;$$
$$s = 40\ м + 60\ м = 100\ м;$$
$$v_{ср} = \frac{100\ м}{9\ с} \approx 11{,}1\ м/с.$$

Основное назначение задачи — предостеречь учащихся от неправильного нахождения средней скорости как среднего арифметического данных скоростей.

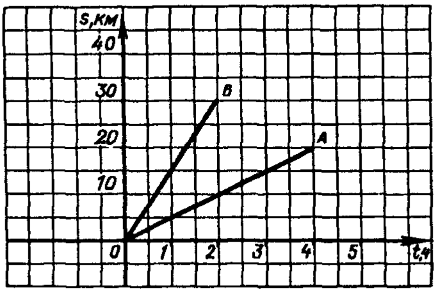


Рис. 18

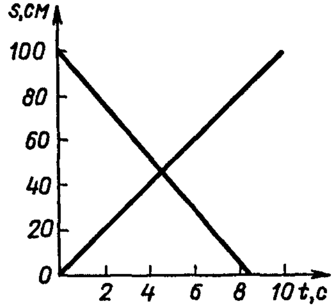


Рис. 19

В заключение решают графически задачи на равномерное движение. При этом следует опираться на межпредметные связи курсов физики и математики. Учащихся знакомят с графиками на уроках математики в V классе[1], в том числе рассматривают и графики изображения движения (графики пути). В VI классе аналогичные графики рассматривают в связи с изучением прямой пропорциональности ($y = kx$) и линейной функции ($y = kx + l$). Новым для учащихся на уроках физики является только график скорости. В целях межпредметных связей приведем задачу из учебника «Алгебра—6».

68. На рисунке 18 построены графики движения пешехода (отрезок *OA*) и велосипедиста (отрезок *OB*). Рассматривая графики, ответьте на вопросы: 1) Какое время был в пути пешеход? велосипедист? 2) Какой путь проделал пешеход? велосипедист? 3) С какой скоростью двигался пешеход? велосипедист? 4) Во сколько раз путь, проделанный велосипедистом за 2 ч, больше пути, проделанного за то же время пешеходом?[2]

На уроках физики графические задачи желательно решать на основе эксперимента.

69. По данным опыта (см. рис. 17) постройте графики движения шарика и пузырька воздуха. По графикам определите, на какой высоте и через сколько секунд после начала движения встретились шарик и пузырек воздуха?

(График к задаче показан на рисунке 19.)

Аналогичные задачи приведены в учебнике [15, упр. 8, № 4—6].

§ 17. Инерция

Решая задачи по этой теме, учащиеся должны закрепить понятие о движении как неотъемлемом свойстве тел. Поэтому прежде всего следует уделить внимание задачам о сохранении телами равномерного и прямолинейного движения, что является

---

[1] См.: Виленкин Н. Я., Чесноков А. С., Шварцбурд С. И. Математика. Учебник для 5 класса средней школы.— М.: Просвещение, 1985, § 25.

[2] См.: Макарычев Ю. Н., Миндюк Н. Г., Муранов К. С. Алгебра. Учебник для 6 класса средней школы.— М.: Просвещение, 1985, задача № 238.

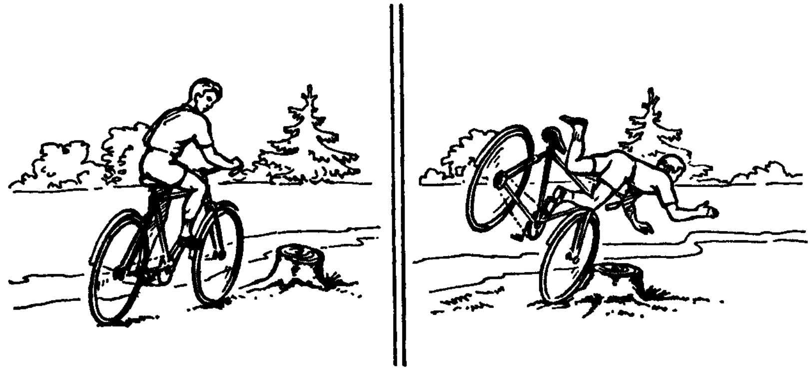
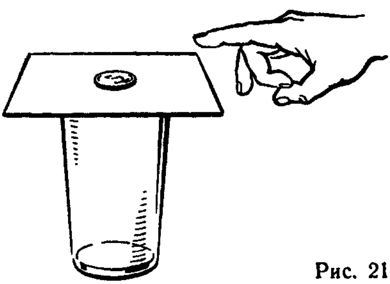


Рис. 20

главным содержанием закона инерции. Затем решают задачи о сохранении телами состояния относительного покоя.



70. Объясните физическое явление, показанное на рисунке 20 [18].

71 (э). Положите на стакан почтовую открытку, а на открытку монету. Ударьте по открытке щелчком (рис. 21). Почему она отлетает, а монета падает в стакан?

Рис. 21

72. Куда и почему наклоняются пассажиры в автобусе, когда он тормозит? Поворачивает вправо? влево?

73. Может ли водитель автомобиля использовать инерцию для экономии горючего?

§ 18. Масса. Плотность вещества

Первоначальное понятие о массе в VI классе вводят из рассмотрения простейших опытов по столкновению двух тел, в результате которых изменяется их скорость. Учащихся знакомят также с определением массы тел взвешиванием на рычажных весах. В соответствии с этим решают качественные, а затем простейшие расчетные задачи, в которых для сравнения массы тел по существу используют закон сохранения импульса.

Для этого случая массы взаимодействующих тел обратно пропорциональны изменению скоростей. Это изменение скоростей и задается или находится прежде всего при решении несложных задач.

74 (э). С помощью длинной резиновой нити определите, какая из двух игрушечных тележек имеет бóльшую массу. Проверьте ваши выводы, определив массы тележек на рычажных весах.

75. Два мальчика на коньках, оттолкнувшись руками друг от друга, поехали в разные стороны со скоростями 5 и 3 м/с. Масса какого мальчика больше и во сколько раз?

Решение. Первоначально скорости мальчиков равнялись нулю, следовательно, скорость одного мальчика увеличилась на 5, а второго на 3 м/с. Масса первого мальчика меньше, а второго больше в $\frac{5}{3}$ раза.

Используя «Физику в рисунках», полезно решить задачу о том, когда безопаснее прыгать мальчику на берег: с небольшой лодки или с катера.

Для формирования понятия о плотности вещества решают задачи такого типа.

76. Плотность воды 1000 кг/м^3. Что означает это число?

77. Какое из твердых тел, указанных в таблице [15, с. 42], имеет наибольшую и наименьшую плотность?

78. Во сколько раз масса ртути, меди и железа объемом 1 м^3 больше массы воды того же объема?

79. Что больше — плотность кипящей воды или плотность находящегося над ней пара? Почему?

Решение. Молекулы пара находятся на большем расстоянии друг от друга, чем молекулы воды. Следовательно, в единице объема пара находится меньше молекул, чем в единице объема воды, поэтому плотность пара меньше плотности воды.

80. В любом газе объемом 1 м^3 при температуре 0 °С и нормальном давлении находится одинаковое количество молекул. Почему же плотность кислорода почти в 16 раз больше плотности водорода?

Решение. Плотность кислорода больше потому, что масса молекулы кислорода примерно в 16 раз больше массы молекулы водорода.

81*. Масса M водорода в объеме 1 м^3 равна 0,09 кг. Какова масса m одной молекулы водорода, если в объеме 1 м^3 содержится $n = 2{,}7 \cdot 10^{25}$ молекул газа.

Решение. Масса одной молекулы в n раз меньше, чем масса водорода в объеме 1 м^3, поэтому

$$m = \frac{M}{n} = \frac{0{,}09\ \text{кг}}{2{,}7 \cdot 10^{25}} = \frac{9}{2{,}7 \cdot 10^{25} \cdot 100} = \frac{3{,}3}{10^{27}}\ \text{кг}.$$

Расчеты выполняют на доске с помощью учителя.

Опираясь на понятие и определение плотности, в дальнейшем при решении задач используют запись:

$$\text{плотность} = \frac{\text{масса}}{\text{объем}}; \quad \rho = \frac{m}{V}. \tag{1}$$

Первые задачи решают устно, но с использованием формулы (1).

82. Масса стали объемом 10 м^3 равна 78 т. Чему равна плотность стали? Какова масса стали объемом 20 м^3?

83. Какой объем имеет бочка, вмещающая бензин массой 160 кг? Плотность бензина равна 800 кг/м^3.

Последующие задачи решают по формуле (1), из которой находят массу ($m = \rho V$) и объем тела ($V = \frac{m}{\rho}$).

§ 19. Сила. Сила тяжести. Вес тела

Цель решения задач по данной теме — сформировать понятия о силе как физической величине, характеризующей взаимодействие тел. Эти понятия уточняют и углубляют на примере силы тяготения и электромагнитных сил (упругости, трения и взаимодействия молекул). Задачи позволяют также закрепить умения измерять и вычислять силы.

При решении задач о силе тяжести и весе тел следует четко разграничивать данные понятия, помня, что сила тяжести приложена к телу, а вес тела — это сила, которая действует на опору или подвес. Силы выражают в ньютонах.

При расчетах силы тяжести исходят из того, что тело массой 1 кг на поверхности Земли давит на подставку с силой 9,8 Н. Для вычисления веса тела в ньютонах его массу в килограммах умножают на 9,8 Н/кг ($P = gm$). Для упрощения вычислений обычно принимают $g \approx 10$ Н/кг. В VI классе зависимость веса тела от вращения Земли и особенностей геологического строения земной коры во внимание не принимают.

84. Укажите, действие каких тел изменяет скорость: а) падения камня; б) горизонтального полета птицы; в) полета стрелы; г) пули детского воздушного и пружинного ружья.

85. В книге Киплинга «Маугли» описывается эпизод, когда «волк остановился на середине прыжка», так как увидел за кустами перед собой ребенка. Возможно ли это с физической точки зрения?

86. Цирковой артист прыгает сверху на батут. По каким признакам можно заключить, что на тело человека и на сетку батута действуют силы?

87. Какой вес имеет вода объемом 1 дм^3? керосин в бочке вместимостью 200 дм^3?

Р е ш е н и е. Определим массу воды объемом 1 дм^3 : 1 дм^3 = = 0,001 м^3; $m_в = \rho_в V_в$;

$$m_в = 1000 \text{ кг/м}^3 \cdot 0{,}001 \text{ м}^3 = 1 \text{ кг};$$

Вес воды $P = gm_в = 9{,}8$ Н/кг $\cdot$ 1 кг $= 9{,}8$ Н.
Объем керосина $V_к = 200$ дм^3 $= 0{,}200$ м^3.
Масса керосина $m_к = \rho_к V_к = 800$ кг/м^3 $\cdot$ 0,200 м^3 $= 1{,}6 \cdot 10^2$ кг.
Вес керосина $P = gm_к = 9{,}8$ Н/кг $\cdot$ $1{,}6 \cdot 10^2$ кг $\approx 1{,}6 \cdot 10^3$ Н.

Как изменится вес тела, если его перенести: с подножия горы на вершину? с Земли на Луну?

88 (э)*. Подвесьте к динамометру (или к резиновой нити) груз и резко опустите динамометр вниз. Изменяется ли при этом движении вес тела?

89*. Будут ли идти часы с гирей на искусственном спутнике Земли?

90 (э). Возьмите винтовую пружину (или резиновую нить) и, подвешивая к

ней равные грузы, каждый раз измеряйте удлинение пружины (нити). Какая существует зависимость между силой, растягивающей пружину (нить), и ее удлинением?

91. Можно ли на рычажных весах определить вес тела?

Решение. Если известен вес гири для того места, где происходит взвешивание, то определить вес тела на рычажных весах можно.

§ 20. Графическое изображение и сложение сил

С помощью задач закрепляют понятие о силе как векторе, а затем решают задачи на сложение сил, действующих по одной прямой. При этом нужно обратить внимание на правильность изображения векторов (выбор масштаба, правильное определение направления и точки приложения силы).

92. Изобразите графически силу тяжести и вес гири массой 5 кг, стоящей на чашке весов.

При решении этой задачи нужно обратить особое внимание на то, что указанные силы равны по модулю, но приложены к разным телам. Сила тяжести приложена к гире, а вес — к чашке весов.

93. Один мальчик толкает сани сзади с силой 40 Н, а второй тянет их за веревку с силой 15 Н. Изобразите эти силы графически, считая, что они направлены горизонтально, и найдите их равнодействующую.

Решение задачи ясно из рисунка 22, *а* (нередко учащиеся ошибочно изображают силу, толкающую тело, так, как показано на рисунке 22, *б*).

На одном рисунке (рис. 22, *а*) изображают составляющие силы, а на другом (рис. 22, *в*) — их равнодействующую. Если составляющие и равнодействующую показывать на одном рисунке, то он получится невыразительным, и, главное, у некоторых учащихся создастся впечатление, будто на тело действуют три силы: две составляющие и равнодействующая.

94. Изобразите графически силы, действующие на шар, висящий на нити.

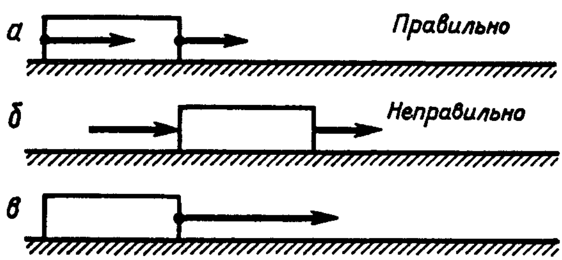


Рис. 22

§ 21. Сила трения. Силы взаимодействия молекул

При решении задач рассматриваются две причины возникновения сил трения: неровность трущихся поверхностей и силы молекулярного сцепления между ними. Задачи должны уточнить и углубить понятие о различных видах трения и его использовании на практике. Материал позволяет решать большое количество экспериментальных задач, наглядно показывающих зависимости сил трения от обработки трущихся поверхностей, прижимающей силы и рода материалов. Понятие о коэффициенте трения не вводят.

95. Зачем делают ребристыми подошвы галош, велосипедные и автомобильные покрышки?

96 (э). Из большой или из малой стопки книг легче вытащить нижнюю книгу? Почему? Проверьте ваши утверждения на опыте.

97 (э). Подвесьте на нити груз и намотайте на карандаш такое количество ее витков, чтобы нить не разматывалась. Капните затем на карандаш маслом и наблюдайте, как будет соскальзывать нить с карандаша. Объясните данное явление. Поясните примерами, где и с какой целью в технике используют смазку.

98 (э). Положите книгу на два граненых карандаша на наклонной плоскости (доску или другую книгу) так, чтобы она не соскальзывала вниз. Затем под книгу положите два круглых карандаша и наблюдайте, как книга скатывается по наклонной плоскости. Какой вывод следует из данного опыта о трении скольжения и трении качения? Где в технике и быту трение скольжения заменяют трением качения и наоборот?

99. Всегда ли трение скольжения больше трения качения?

Решение. Трение особенно мало, если каток и поверхность, по которой он катится, деформируются незначительно (железная дорога). Если же деформация значительна (рыхлая земля, песок, снег), то трение качения может оказаться больше трения скольжения (по снегу сани тянуть легче, чем телегу).

100 (э). Осторожно капните из пипетки воду на поверхность тщательно промытого мылом блюдца и смазанного маслом лезвия ножа. Зарисуйте и объясните результаты опыта.

101. Почему олово применяют для пайки меди и не применяют для соединения стекла?

102. Опустите в воду конец промокательной бумаги и исследуйте, на какую высоту может подняться по ней вода. Какое значение имеет данное явление в природе? Приведите примеры.

§ 22. Давление

Решение задач по данной теме поможет сформировать и разграничить понятия «давление» и «сила», а также познакомит учащихся с применением этих величин на практике. Это имеет большое политехническое значение. Решать задачи можно всех типов, в том числе и занимательные. Расчетные задачи решают с использованием формулы:

$$\text{давление} = \frac{\text{сила}}{\text{площадь}}; \quad p = \frac{F}{S}.$$

103 (э). Определите давление прямоугольного бруска на стол при различных его положениях.

Задача может быть решена с помощью фронтального эксперимента.

104. Каков вес трактора, если его давление на почву 40 000 Па, а опорная площадь обеих гусениц 1,3 м²? Изобразите силу графически.

Выбрав масштаб, например 1 см — 1000 Н, изображают силу в виде стрелки длиной 5,2 см, направленной перпендикулярно поверхности Земли. Точка приложения силы — поверхность Земли.

105. Укажите направление силы, действующей в следующих случаях: на доску кнопкой прикалывают объявление; кровельщик на крыше прибивает гвоздями лист железа; кусачками перекусывают проволоку.

Решение. Сила, действующая на кнопку, направлена горизонтально; на гвоздь (на покатой крыше) — перпендикулярно кровле. Сила, действующая на проволоку, может иметь различное направление в зависимости от положения кусачек.

Назначение данной задачи — показать, что сила давления создается не только весом тела и может иметь различное направление в пространстве, но она всегда перпендикулярна поверхности, на которую действует.

В заключение темы целесообразно решить экспериментальные задачи по измерению объема жидких и твердых тел с помощью мензурки и измерению динамометром силы трения и веса тел.

Глава 6. ДАВЛЕНИЕ ЖИДКОСТЕЙ И ГАЗОВ (ГИДРО- И АЭРОСТАТИКА)

Сначала решают задачи на закон Паскаля. Затем рассматривают применение и следствие этого закона, в том числе архимедову силу. В VI классе нужно решать качественные и несложные вычислительные задачи. Более сложные задачи следует рассмотреть в порядке повторения основных положений гидро- и аэростатики в IX классе, в связи с изучением свойств жидкостей и газов, и в X классе при подготовке к выпускным экзаменам.

§ 23. Закон Паскаля

Закон Паскаля рассматривают сначала применительно к невесомым жидкостям и газам, т. е. без учета гидростатического давления. Такие задачи должны помочь учащимся уяснить, почему давление в покоящейся жидкости или газе передается одинаково по всем направлениям, и дать понятие о применении закона Паскаля в некоторых технических устройствах (насосы, гидравлические прессы и др.). При решении этих задач используют имеющиеся у учащихся знания о молекулярном строении жидкостей и газов.

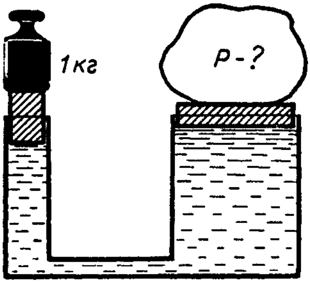


Рис. 23

106. Как и почему изменяется давление воздуха, когда его сжимают поршнем насоса? Зависит ли давление в шланге велосипедного насоса от того, где сделано для него отверстие — в боковой стенке или дне цилиндра?

107. Будут ли работать воздушный насос и гидравлическая машина в состоянии невесомости?

Решение. Воздушный насос и гидравлическая машина будут работать в состоянии невесомости, так как давление передается жидкостью под действием сил упругости, которые обусловлены силами отталкивания молекул при их сближении. Эти силы не зависят от веса жидкости.

108. Отверстия сосуда закрыты поршнями (рис. 23). Площадь малого поршня равна 10 см^2, большого 50 см^2. На малый поршень поместили гирю массой 1 кг. Какой груз нужно поместить на большой поршень, чтобы жидкость осталась в равновесии?

Решение. Давление, которое оказывает малый поршень на жидкость, $p = \frac{F_1}{S_1}$.

По закону Паскаля это давление передается без изменения во все стороны, в том числе и на большой поршень:

$$p = \frac{F_2}{S_2};\ \frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2};\ F_2 = \frac{F_1 S_2}{S_1};\ F_2 = 50\ \text{Н}.$$

Задачу можно решить как экспериментальную, если воспользоваться моделью гидравлической машины, изготовленной, например, из двух медицинских шприцев разного сечения (см. рис. 1).

109 (э). Рассчитайте, какой выигрыш в силе дает школьный гидравлический пресс. Трение и выигрыш в силе за счет применения рычагов не учитывайте.

§ 24. Давление в жидкости и газе

Давление в жидкости сначала определяют по известной учащимся формуле $p = \frac{F}{S}$, а силу — по формуле $P = gm$, где m — масса жидкости, налитой в прямоугольный сосуд, выраженная в килограммах. Затем учащихся знакомят с более общим методом расчета давления жидкости по ее плотности и глубине согласно формуле: $p = g\rho h$.

Для подготовки учащихся к изучению темы об атмосферном давлении полезно рассчитать давление столба ртути высотой 76 см.

110. В каких сосудах (рис. 24) давление жидкости на дно больше и почему?

111. Прямоугольный бассейн с площадью дна $S = 250$ м^2 и глубиной $h = 4$ м наполнен водой. Каковы давление и сила, с которой вода давит на дно?

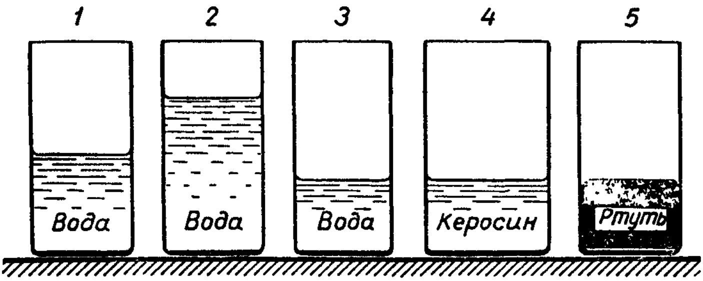


Рис. 24

Р е ш е н и е. Давление воды найдем по формуле

$$p = g\rho h = 10\ \text{Н/кг} \cdot 1000\ \text{кг/м}^3 \cdot 4\ \text{м} = 4{,}0 \cdot 10^4\ \text{Па}.$$

По определению $p = \frac{P}{S} \Rightarrow P = pS = 1{,}0 \cdot 10^7$ Н.

112. Какую высоту должен иметь столб керосина, чтобы уравновесить в сообщающихся сосудах столб ртути высотой 16 см?

Р е ш е н и е. Запишем формулу для давления $p = g\rho h$. По условию задачи $p_{\text{рт}} = p_{\text{к}}$, или $g\rho_{\text{рт}}h_{\text{рт}} = g\rho_{\text{к}}h_{\text{к}}$, отсюда

$$h_{\text{к}} = \frac{\rho_{\text{рт}}h_{\text{рт}}}{\rho_{\text{к}}} = \frac{13\,600\ \text{кг/м}^3 \cdot 0{,}16\ \text{м}}{800\ \text{кг/м}^3} = 2{,}7\ \text{м}.$$

Эту задачу можно решить при повторении материала по гидро- и аэростатике.

§ 25. Атмосферное давление

По этой теме решают главным образом качественные и несложные вычислительные задачи, в которых необходимо определить атмосферное давление. Можно также решать экспериментальные и занимательные задачи, в том числе с историческим содержанием [15, упр. 24].

113 (э). Приложите ко рту чистый лист бумаги и вдохните воздух в себя. Что происходит с листом и почему? Объясните с физической точки зрения процесс дыхания.

114. Рассчитайте силу, с которой атмосфера давит на обложку книги. Почему вы не чувствуете этой силы, когда держите книгу в руках?

115. На рисунке 25 приведена схема одного из первых опытов Герике. К цилиндру *а* через кран *б* присоединялся медный шар *в*. В цилиндре перемещался плотно прилегающий к его стенкам поршень *г*.

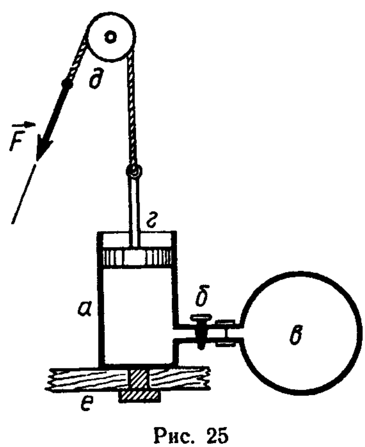


Рис. 25

а) Почему при движении вверх поршень сначала поднимается легко, а затем его с трудом выдвигали несколько человек с помощью веревки, перекинутой через блок *д*?

б) Почему, по словам Герике, однажды произошел следующий случай: «...внезапно ко всеобщему ужасу шар со страшным шумом разлетелся на мелкие куски, как если бы он был сброшен с высочайшей башни»[1]?

в) Нужно ли прикреплять цилиндр к опоре *е*? Почему?

г) Какое максимальное разрежение можно получить в сосуде *в* при однократном поднятии поршня *г*, если принять, что объем цилиндра равен объему сосуда?

д) Как следует усовершенствовать насос, чтобы получать бо́льшие разрежения?

Решение. а) Чем выше поднимается поршень, тем меньше давление воздуха в цилиндре. Следовательно, разница давлений, действующих на поршень снизу и сверху, увеличивается. Результирующая сила, действующая на поршень вниз, возрастает, поэтому поршень все труднее поднимать вверх.

б) Давление воздуха внутри шара меньше, чем снаружи, поэтому он был разрушен атмосферным давлением.

в) Если цилиндр не прикрепить к опоре *е*, то он начнет подниматься вместе с поршнем в тот момент, когда разность сил, действующих на дно цилиндра снизу и сверху, станет равной силе тяжести, действующей на цилиндр.

г) При верхнем положении поршня в сосуде *в* останется половина воздуха и давление станет равным половине атмосферного.

д) Простейшее усовершенствование насоса Герике заключается в том, чтобы снабдить цилиндр вторым краном для выпуска воздуха. (Это впервые было сделано Бойлем.)

При решении задачи можно использовать эксперимент. Роль насоса может играть прибор «цилиндр Герике», а сосуда — шар для взвешивания воздуха.

116*. Равна ли сила атмосферного давления, действующая на пол, весу воздуха в комнате? Изменится ли давление в помещении, если: а) закрыть его герметически; б) герметически закрытое помещение находится в состоянии невесомости?

Решение. Вес воздуха

$$P = g\rho V = g\rho Sh = 9{,}8\ \text{Н/кг} \cdot 1{,}29\ \text{кг/м}^3 \cdot Sh,$$

где S — площадь пола, а h — высота комнаты в метрах.

Сила $F = p_{\text{ат}}S = 1{,}0 \cdot 10^5\ \text{Па} \cdot S$.

Так как высота комнаты $h \approx 3-5$ м, то $F \gg P$.

а) Давление воздуха обусловлено ударами молекул. При одной и той же плотности и температуре воздуха его давление будет одним и тем же и в открытом и в герметически закрытом помещении.

б) Давление воздуха в герметически закрытом помещении, находящемся в состоянии невесомости, не изменяется, если стенки помещения теплоизолированы (например, давление воздуха в космическом корабле).

---

[1] Цит. по кн.: Льоцци Марио. История физики.— М.: Мир, 1970, с. 102.

117. В 1670 г. ученый Морленд предложил использовать «весовой барометр» (рис. 26), представляющий собой чашечный ртутный барометр, барометрическая трубка которого подвешена к коромыслу весов. Чему должен быть равен вес гирь, необходимых для уравновешивания барометра?

Р е ш е н и е. Вес гирь равен весу трубки с ртутью. Задача может быть занимательной и экспериментальной.

118. Рассмотрите укороченный закрытый манометр на вакуумной тарелке для насоса и объясните его действие. В чем сходство и в чем отличие данного манометра и ртутного барометра? Почему не измеряют давление под колоколом воздушного насоса открытым ртутным манометром?

Последние три задачи. можно решить при повторении в IX классе.

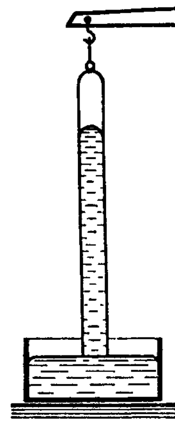


Рис. 26

119 (э). Измерьте барометром-анероидом давление на разных этажах школы и полученные данные объясните. Как с помощью анероида определить высоту над уровнем Земли?

§ 26. Архимедова сила

Вначале решают качественные и несложные вычислительные задачи, в которых требуется найти выталкивающую силу, действующую на тело, погруженное в жидкость или газ. Затем задачи несколько усложняют, предлагая учащимся сравнить вес тела с весом вытесненной жидкости или газа, что облегчает решение задач о плавании тел. Первые задачи решают с вопросами, определяя последовательно массу, а затем вес вытесненной жидкости (газа) по формулам: $m = \rho_ж V$; $P = gm$. После того как учащиеся усвоят этот способ определения архимедовой силы, дают общую формулу $F_A = g\rho_ж V$, где $\rho_ж$ — плотность, а V — объем жидкости, вытесненной телом.

120 (э). На резиновой нити подвесьте картофелину, опустите ее в воду и заметьте, на сколько сантиметров укоротилась нить. Проделайте аналогичный опыт, опуская в воду только часть картофелины, а затем картофелину, большую по объему. Как зависит выталкивающая сила от объема погруженного тела?

121 (э). Опуская на резиновой нити картофелину в керосин, чистую и соленую воду, сделайте вывод о зависимости выталкивающей силы от плотности жидкости.

122 (э). Зависит ли выталкивающая сила от вещества погруженного тела и его формы? Проделайте соответствующий опыт.

Задачи можно задать учащимся на дом. При решении задач удобно изготовить тела равного объема из картофеля и пластилина. В классе следует использовать демонстрационный динамометр, а при проведении фронтальных задач-опытов — динамометр для лабораторных работ.

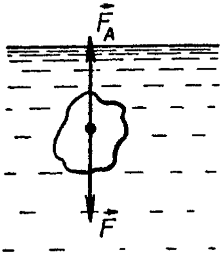


Рис. 27

123 (э). Когда на кухне чистят картофель, приготовьте крепкий раствор соли и разрежьте картофелину так, чтобы получился плоский срез. Объясните, почему картофелина будет плавать в соленой воде, но если ее плотно прижать плоским срезом ко дну, то она не всплывет.

124. С какой силой тело объемом 1 м^3 будет выталкиваться из воды? керосина? ртути?

Решение. Задачу решают устно, используя таблицу плотности тел. Архимедова сила равна весу жидкости в объеме погруженного тела. Для определения веса жидкости сначала находим ее массу. Так как объем тела равен 1 м^3, то масса жидкости численно равна ее плотности. Масса воды $m = 1000$ кг, а ее вес $P = 9{,}8$ Н/кг $\cdot$ 1000 кг $\approx$ 10 000 Н. Архимедова сила воды $F_{\text{в}} = 10\,000$ Н. Аналогично найдем архимедову силу для керосина и ртути: $F_{\text{к}} = 8000$ Н; $F_{\text{рт}} = 136\,000$ Н.

125. Какую силу нужно приложить, чтобы удержать в воде кусок гранита объемом 40 дм^3?

Решение. Формируя у учащихся общие умения решать задачи по механике, выполняют чертеж (рис. 27), указывая силу тяжести $F = mg$ и архимедову силу $F_{\text{A}} = g\rho_{\text{ж}}V$, действующие на тело. Первые задачи полезно решить, сопровождая каждое действие вопросом:

1) Каков вес куска гранита?

$$P = g\rho_{\text{г}}V;\ P = 9{,}8\ \text{Н/кг} \cdot 2700\ \text{кг/м}^3 \cdot 0{,}040\ \text{м}^3 \approx 1000\ \text{Н}.$$

2) Какова архимедова сила?

$$F_{\text{A}} = g\rho_{\text{ж}}V = 9{,}8\ \text{Н/кг} \cdot 1000\ \text{кг/м}^3 \cdot 0{,}040\ \text{м}^3 \approx 400\ \text{Н}.$$

3) Какая сила нужна для удержания гранита в воде?

$$F = 1000\ \text{Н} - 400\ \text{Н} = 600\ \text{Н}.$$

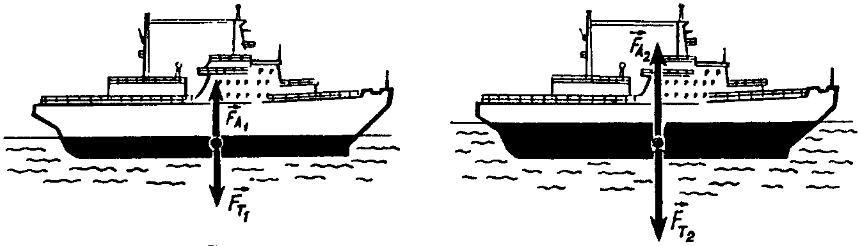
Рассмотрим пример о плавании судна.

126. Чему равна грузоподъемность судна, водоизмещение которого в морской воде без груза 30 000 кН, а при полной нагрузке — 50 000 кН. Изменится ли грузоподъемность судна в пресной воде?

Решение. Выполняют чертеж (рис. 28, *а*), с тем чтобы учащиеся четко представляли себе, что тело плавает тогда, когда сила тяжести $F_{\text{т}}$, действующая на тело, равна архимедовой силе $F_{\text{A}} = F_{\text{A}_1} = F_{\text{т}_1} = 30\,000$ кН. (Нередко ученики ошибочно считают, что $F_{\text{A}} > F_{\text{т}}$.) Архимедова же сила равна весу вытесненной воды, которую называют водоизмещением.

Соотношение $F_{\text{A}_2} = F_{\text{т}_2}$ справедливо и для того случая, когда судно нагружено (рис. 28, *б*). Но $F_{\text{A}_2} > F_{\text{A}_1}$, $F_{\text{A}_2} = F_{\text{т}_2} = 50\,000$ кН. Судно может принять груз

$$P = F_{\text{A}_2} - F_{\text{A}_1} = 50\,000\ \text{Н} - 30\,000\ \text{Н} = 20\,000\ \text{Н}.$$



а *б*

Рис. 28

127. Знаменитый древнегреческий ученый Аристотель взвешивал кожаный мешок без воздуха и с воздухом. Обнаружив одинаковый вес, Аристотель сделал вывод, что воздух невесом. Докажите, что вывод Аристотеля неверен.

128 (э). Ученик, решив повторить опыт Аристотеля, взвесил футбольный мяч сначала без воздуха, а затем с воздухом, накачав его насосом. Во втором случае мяч весил больше. Почему мальчик получил иной результат, чем Аристотель?

129. Рассчитайте, какой груз сможет поднять шар объемом 1 м^3, наполненный водородом; гелием. Какой примерно объем должен иметь шар с водородом, чтобы поднять человека массой 70 кг? (Вес оболочки не учитывайте.)

Решение. Задачи о плавании тел в воздухе решаются аналогично задачам о плавании тел в воде. Изображаем воздушный шар (рис. 29) и действующие на него равные по модулю и противоположно направленные силы: архимедову силу $\vec{F}_А$ и силу тяжести $\vec{F}$ газа, наполняющего шар. Архимедова сила равна весу воздуха объемом 1 м^3:

$$F_А = 9{,}8\ Н/кг \cdot 1{,}29\ кг \approx 12{,}9\ Н.$$

Вес водорода объемом 1 м^3:

$$P_В = 9{,}8\ Н/кг \cdot 0{,}090\ кг \approx 0{,}9\ Н.$$

Подъемная сила водорода объемом 1 м^3:

$$F_В = 12{,}9\ Н - 0{,}9\ Н = 12\ Н.$$

Аналогично для гелия: $F_Г = 11$ Н.

Вес человека $P = 9{,}8\ Н/кг \cdot 70\ кг \approx 700$ Н. Найдем объем шара, поднимающего человека, учитывая подъемную силу водорода объемом 1 м^3:

$$V = \frac{700}{12} = 60\ (м^3).$$

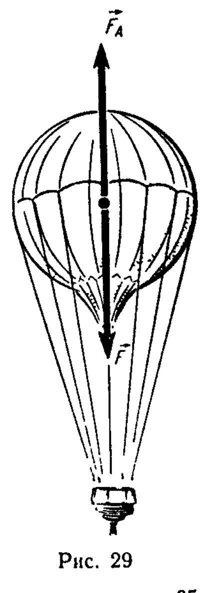


Рис. 29

130. Во время Великой Отечественной войны для защиты Москвы от вражеских самолетов применяли аэростаты, привязанные на тонких стальных тросах. Наткнувшись на тросы, фашистские самолеты терпели аварии. Рассчитайте вес троса, который мог бы удержать наполненный водородом аэростат объемом 1000 м^3, если его оболочка весит 2000 Н.

Решение. Подъемная сила водорода объемом 1 м^3 составляет 12 Н, а объемом 1000 м^3 — 12 Н · 1000 = 12 000 Н. Вес троса

$$P = 12\,000 \text{ Н} - 2000 \text{ Н} = 10\,000 \text{ Н}.$$

Решение задачи типа № 129, 130 следует повторить в IX классе в связи с изучением свойств газов.

Глава 7. РАБОТА И МОЩНОСТЬ. ПОНЯТИЕ ОБ ЭНЕРГИИ

Решают несложные задачи на расчет механической работы и мощности, на простые механизмы (рычаги, блоки) и о взаимопревращениях кинетической и потенциальной энергии. Решать сложные задачи, требующие больших вычислений, не следует, так как этот материал в значительной части повторяется и углубляется в VIII классе. Тем не менее и в VI классе следует показать учащимся общие приемы решения задач по механике, которые затем будут закрепляться и углубляться.

§ 27. Механическая работа

Задачи о работе шестиклассники решают по формуле $A=Fs$, т. е. только для случая, когда сила постоянна и совпадает по направлению с перемещением.

В данном разделе главным образом решают тренировочные задачи, закрепляющие понятие о работе как физической величине и единицах ее измерения. Более сложные задачи решают в VIII классе.

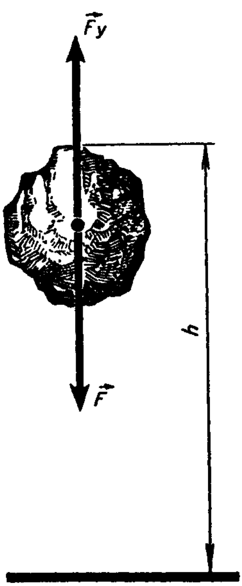


Рис. 30

131. Определите работу, совершенную краном при равномерном подъеме тела массой $m = 3$ т на высоту $h = 7$ м.

Решение. Изобразим схематично тело, поднятое на высоту h (рис. 30), и укажем действующие на него силы: силу тяжести $F = gm$ и силу натяжения (упругости) троса F_y. Затем примем точку O за начало отсчета, от которой измеряют высоту h, т. е. по существу укажем систему отсчета. Работу совершает сила упругости, совпадающая по направлению с перемещением тела. Она по модулю равна силе тяжести mg, следовательно,

$$A = F_y h = gmh = 10 \text{ Н/кг} \cdot 3000 \text{ кг} \cdot 7 \text{ м} = 2{,}1 \cdot 10^5 \text{ Дж}.$$

132 (э). Одинаковую ли работу нужно совершить, чтобы передвинуть брусок на 1 м по столу или поднять его на такую же высоту? Ответ проверьте на опыте.

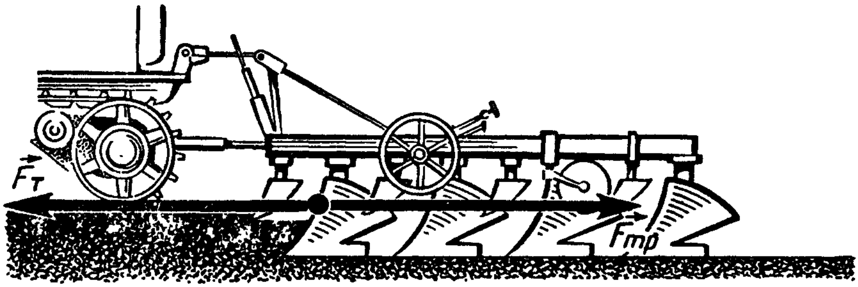


Рис. 31

Назначение задачи — предупредить часто встречающуюся ошибку: находят работу по перемещению тела по поверхности, умножая вес тела на длину пути.

133. Сила тяги трактора при пахоте равна 10 000 Н, а скорость — 7 км/ч. Какую работу совершит трактор за 8 ч?

Решение. Изобразим условно плуг (а не трактор!) и действующие на него силы: сопротивления почвы $F_{тр}$, силу тяги $F_т$ и расстояние s, на которое он переместился (рис. 31). По направлению перемещения направлена сила $F_т$; она и совершает работу при пахоте:

$$A = F_т s; \; s = vt = 7 \text{ км/ч} \cdot 8 \text{ ч} = 56 \text{ км} = 56\,000 \text{ м};$$
$$А / 10\,000 \text{ Н} \cdot 56\,000 \text{ м} = 5{,}6 \cdot 10^8 \text{ Дж}.$$

§ 28. Мощность

Мощность вычисляют преимущественно по формуле $N = \frac{A}{t}$. Эту же формулу используют и для нахождения работы A и времени t. Должное внимание следует уделить единицам измерения мощности, так как учащиеся путают единицы измерения мощности с единицами силы и работы.

134. Действуя силой 80 Н, человек поднимает из колодца глубиной 10 м ведро воды за 20 с. Какую мощность развивает при этом человек?

Решение. Вспомнив определение мощности, запишем формулу $N = \frac{A}{t}$. Анализируя эту формулу, заключаем, что для определения мощности сначала нужно найти работу: $A = Fs$, следовательно,

$$N = \frac{Fs}{t} = \frac{80 \text{ Н} \cdot 10 \text{ м}}{20 \text{ с}} = 40 \text{ Вт}.$$

135. Мощность тягового электродвигателя троллейбуса равна 86 кВт. Какую работу может совершить двигатель за 2 ч?

136. Сколько времени должен работать насос мощностью 50 кВт, чтобы из шахты глубиной 150 м откачать воду объемом 200 м^3?

§ 29. Простые механизмы

При решении задач о рычагах используют формулу

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{l_2}{l_1}, \quad \text{или} \quad F_1 l_1 = F_2 l_2,$$

так как рассматривают равновесие, обусловленное действием только двух сил. В VI классе предпочтение нужно отдать записи условия равновесия рычага в виде пропорции, которая допускает более наглядное представление о соотношениях сил и плеч. Обычно в задачах такого типа определяют выигрыш в силе, который дает рычаг. Наряду с этим нужно показать целесообразность в ряде случаев получения выигрыша не в силе, а в расстоянии, чтобы учащиеся лучше усвоили «золотое правило» механики.

137. Схематично зарисуйте следующие рычаги и укажите для каждого из них точку опоры, плечи и силы: 1) рычажные весы с уравновешенным на их чашках грузом; 2) горизонтально расположенный железнодорожный шлагбаум; 3) колодезный журавль, на котором висит поднятое из колодца ведро с водой. Что общего и в чем различие данных рычагов?

При решении задачи необходимо зарисовать рычаги, соблюдая соотношение между плечами и силами. Особое внимание обращают на правильность ответа на третий вопрос. Рычаг колодезного журавля в данном случае расположен наклонно к горизонту. Но учащиеся нередко принимают за длину плеча расстояние от оси вращения до точки приложения, а не до линии действия силы.

138 (э). Какой груз и где нужно подвесить на правое плечо (рис. 32), чтобы рычаг находился в равновесии?

На демонстрационном столе устанавливают рычаг с грузом на левом плече и предлагают учащимся рассчитать, какой груз и где можно подвесить на правое плечо, чтобы рычаг находился в равновесии. Ответы проверяют экспериментально.

139 (э). Зарисуйте, а затем соберите установку, показанную на рисунке 33. Укажите точку опоры, плечи и направление сил, действующих на рычаг. Проверьте, применимо ли для этого случая известное вам правило равновесия рычагов. В чем отличие данного рычага от рычагов, которые вы изучили до этого? Подберите другие значения сил и плеч, при которых рычаг будет находиться в равновесии.

140. Зарисуйте кусачки, клещи или щипцы для колки сахара и рассчитайте, какой они дают выигрыш в силе.

Р е ш е н и е. Одну половину кусачек COD (рис. 34) принимают за опору, а вторую AOB — за рычаг с осью вращения O.

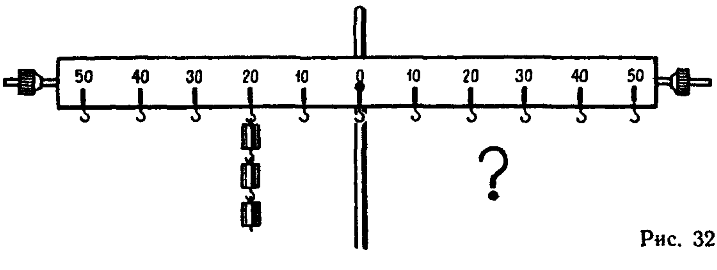


Рис. 32

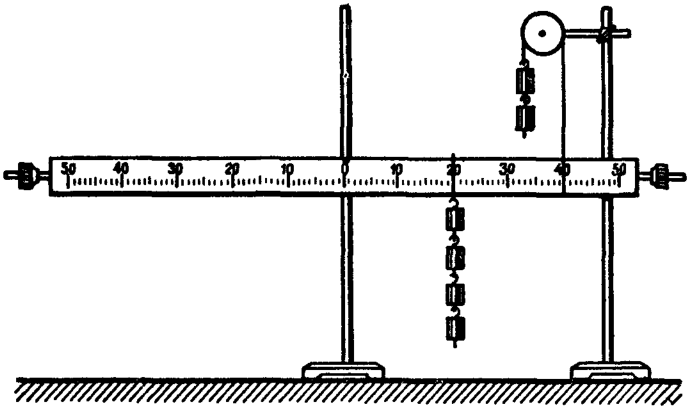


Рис. 33

Указывают точки приложения и направления действия сил $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$. Сила $\vec{F}_1$ создается давлением материала, а $\vec{F}_2$ — рукой. Находят длины плеч l_1 и l_2 и их отношение $\frac{l_2}{l_1}$, которое показывает, какой выигрыш в силе дают кусачки.

141. На рисунке 35 изображена рука человека. Ядро весит 80 Н. Расстояние от центра ядра до локтя 32 см. Расстояние от локтя до места закрепления мышцы 4 см. С какой силой натянуты мышцы?

Решение. Выполняют схематически чертеж плеч и сил (см. рис. 35): $\frac{OB}{OA} = 8$. Следовательно, F_1 больше F_2 в 8 раз $F_1 = 80\text{ Н} \cdot 8 = 640\text{ Н}$, т. е. сила натяжения мышцы в 8 раз больше веса ядра. Зато кисть руки с грузом перемещается на большее расстояние, чем точка приложения силы мышцы. Проигрывая в силе, рука выигрывает в расстоянии или скорости.

142. Рассмотрите и зарисуйте модель ворота. Где и с какой целью применяют этот простой механизм в технике и быту? Рассчитайте и проверьте на опыте, какой выигрыш в силе дает модель ворота.

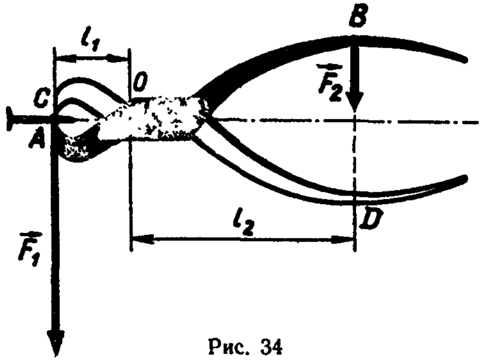


Рис. 34

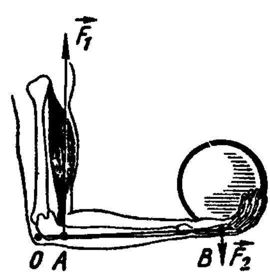


Рис. 35

143. С какой силой нужно тянуть веревку (рис. 36, *а*), чтобы поднять груз? Получат ли выигрыш в работе, если применять блоки? Весом блоков и трением пренебрегите. Ученик, измерив с помощью динамометра силу натяжения веревки (рис. 36, *б*), нашел, что она равна 12 Н. Согласуются ли эти данные с теоретическими расчетами и если не согласуются, то почему? Определите КПД блоков.

§ 30. Механическая энергия

Задачи по данной теме должны способствовать формированию важнейшего физического понятия об энергии как величине, характеризующей движение и являющейся, по определению Ф. Энгельса, его мерой. Поэтому вначале целесообразно решать задачи о кинетической, а затем — потенциальной энергии. Задачи о кинетической энергии решают только качественные, поскольку формула $E_k = \frac{mv^2}{2}$ в VI классе не вводится. Однако учащимся нужно дать общее понятие о том, что кинетическая энергия тела тем больше, чем больше его масса и скорость. Для случая потенциальной энергии тела, поднятого относительно поверхности Земли, необходимо решать и вычислительные задачи по формуле

$$E_p = Fh.$$

Общим критерием того, обладает ли тело кинетической или потенциальной энергией, должно служить заключение о возможности совершения им работы, которая является мерой изменения энергии. Наконец, решают задачи о переходе одного вида механической энергии в другой.

144 (э). С помощью нескольких шаров разной массы, горизонтально расположенного желоба и лежащего на нем бруска докажите, что: а) движущийся шар обладает энергией; б) энергия движущихся шаров тем больше, чем больше их масса и скорость.

145 (э). Проделайте опыт, доказывающий, что воздух в накачанном футбольном мяче обладает энергией.

146. Какими видами механической энергии обладает вода в горном озере? вода в реке? шайба, скользящая по льду? шайба, летящая по воздуху?

147. Какими видами энергии обладает заведенная пружина часов? маятник часов-ходиков?

148. Плотина Красноярской ГЭС им. 50-летия СССР подняла уровень Енисея на 100 м. Какую работу совершает вода объемом 1 м³ при падении с такой высоты?

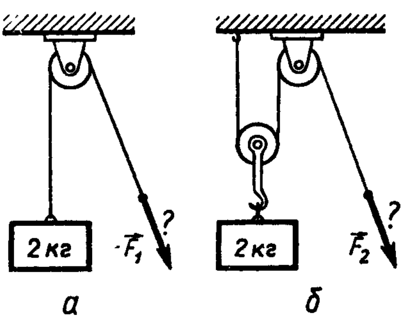


Рис. 36

Решение. Записываем формулу для работы и подставляем числовые данные

$$A = Fh = gmh = 9{,}8\ \text{Н/кг} \times 1000\ \text{кг} \cdot 100\ \text{м} = 1{,}0 \cdot 10^6\ \text{Дж}.$$

149. Используя решение предыдущей задачи, найдите мощность турбины Красноярской ГЭС им. 50-летия СССР при расходе воды через турбину 600 м³/с, если ее КПД равен 94%.

Ответ: $N = 560\,000$ кВт.

VII КЛАСС

ТЕПЛОВЫЕ ЯВЛЕНИЯ

Глава 8. ТЕПЛОПЕРЕДАЧА И РАБОТА

§ 31. Внутренняя энергия

При решении задач по данной теме у учащихся должно сложиться представление о том, что внутренняя энергия тела зависит от кинетической и потенциальной энергии молекул и ее можно изменять с помощью теплопередачи или совершая работу; все тела обладают внутренней энергией.

150 (э). Обладает ли энергией воздух в колбе? Как доказать это экспериментально и объяснить на основе молекулярного строения вещества?

Решение. Колбу закрывают пробкой и ставят под колокол насоса. При некотором разрежении под колоколом воздух выталкивает пробку в колбе, совершая работу за счет кинетической энергии молекул.

151. Почему броуновское движение становится более интенсивным с повышением температуры? Какой из этого следует вывод о зависимости внутренней энергии тел от их температуры?

152. Конец стальной полосы можно накалить докрасна, обрабатывая его на наждачном точиле или нагревая в печи. В чем сходство и в чем различие этих процессов с точки зрения молекулярного строения вещества и закона сохранения энергии?

§ 32. Способы передачи теплоты

Вначале решают задачи на теплопроводность твердых тел. Эти задачи обычно не вызывают особых затруднений. Задачи на теплопроводность жидкостей и газов сложнее, так как обычно здесь наблюдается не только теплопроводность, но и конвекция. Задачи о конвекции должны помочь осознать причину ее возникновения, значение в природе и использование в технике и быту.

При решении задач на излучение нужно иметь в виду следующее: для учащихся далеко не очевидно существование невидимого излучения. Трудно усваивают они утверждение о том, что тела, например черные, обладают большим излучением. В связи с этим следует решить ряд экспериментальных задач, обращая внимание на истолкование результатов опытов и наблюдений. В заключение следует рассмотреть более сложные случаи теплопередачи, когда приходится учитывать одновременно и теплопроводность, и конвекцию, и излучение.

153 (э). Взяв в руки гвоздь длиной 5—6 см, внесите его конец в пламя спички. На основе опыта сравните теплопроводность дерева и железа. Объясните, почему рука чувствует гвоздь особенно горячим уже после того, как спичка погасла. Объясните процесс передачи тепла твердым телом.

154*. Рассмотрите приведенную ниже таблицу суточных колебаний температуры почвы на разных глубинах и объясните приведенные в ней данные:

Глубина почвенного слоя	Время наступления максимума температуры, ч
На поверхности	13,2
На глубине 20 см	18,2
На глубине 40 см	23,7

155. Какой снег — рыхлый или плотный — лучше предохраняет озимые посевы от вымерзания?

156. Где должна лучше гореть свеча — в кабине космического корабля при невесомости или на Земле?

Решение. На Земле, так как здесь благодаря архимедовой силе возникают конвекционные потоки, уносящие продукты горения свечи и приносящие кислород. В невесомости движение газов зависит только от диффузии.

157. Где в бытовых холодильниках помещают морозильную камеру и почему?

158. Все знают, как пышет жаром от раскаленной железной печи, от углей или электроплитки. Объясните, как в этом случае передается тепло.

159 (э). В два одинаковых сосуда (например, в высокие консервные банки), один из которых выкрашен черной, а другой — белой краской, налейте кипяток и поместите в них термометры. Измерьте температуру воды через несколько минут и объясните разницу в показаниях термометров.

160*. Один ученик утверждал, что летом ходить в белой одежде прохладнее, поскольку она лучше отражает лучи и меньше нагревается. Другой возразил ему, сказав, что прохладнее в черной одежде, так как она обладает большим излучением. Кто из них прав?

Решение. При одной и той же начальной температуре одежды возможны три случая: а) приток тепла извне незначителен; в этом случае черная одежда будет охлаждаться больше, чем белая; б) приток тепла извне велик, максимум излучения для черной одежды наступает при более высокой температуре, что практически бывает летом на солнцепеке; в) очевидно, возможны и некоторые средние условия, когда излучение приведет к одинаковой температуре белой и черной поверхности.

161*. Почему глубокие водоемы не промерзают до дна?

Решение. Вода в водоемах зимой не замерзает, так как там отсутствует конвекция: наиболее плотные слои, имеющие температуру $\sim 4\,^\circ C$, располагаются внизу; вода имеет плохую теплопроводность; лед и снег, покрывающие водоем, плохо проводят тепло; поверхность льда отражает тепловые лучи, идущие от дна водоема.

§ 33. Количество теплоты. Удельная теплоемкость

Задачи на расчет количества теплоты решают с применением формулы

$$Q = cm(t_2 - t_1).$$

Чтобы предупредить механическое запоминание формулы, необходимо (особенно в начале изучения темы) спрашивать учащихся о ее смысле и требовать вывода из рассуждений с использованием понятия удельной теплоемкости вещества.

Вначале по формуле выполняют только прямые расчеты, т. е. находят количество теплоты. Нахождение других величин и особенно температур t_2 и t_1 для многих учащихся трудно. Здесь следует постоянно обращаться к знаниям учащихся по математике и терпеливо пояснять суть дела на простых числовых примерах. Одновременно нужно договориться с учителем математики о том, чтобы на уроках алгебры он разобрал с учащимися несколько задач, которые сводятся к решению уравнений типа $a = bc(d - x)$; $a = b(c - d)x$. Особенно это необходимо, когда учащиеся начнут решать задачи, где, по существу, будут использованы уравнения теплового баланса.

При решении задач по формуле $Q = cm(t_2 - t_1)$ следует обратить внимание на то, что для нахождения полученного или отданного телом количества теплоты необходимо знать абсолютное значение разности температур.

Задачи, связанные с расчетом количества теплоты, должны быть по возможности простыми. Более сложные задачи в порядке повторения и углубления материала следует решать в IX классе. Для создания наглядных образов и представлений о тепловых процессах желательно шире использовать графические задачи.

Исходным при решении задач на расчеты количества теплоты является понятие об удельной теплоемкости. В связи с этим активно используют таблицу удельных теплоемкостей некоторых веществ [15, с. 151] и решают с ее помощью задачи такого типа.

162. Удельная теплоемкость свинца 140 Дж/(кг · °С). Что это означает? На сколько изменяется внутренняя энергия свинца массой 1 кг при нагревании на 1 °С и как это объяснить на основе молекулярного строения вещества?

163. Какое количество теплоты необходимо, чтобы нагреть воду массой 1 кг на 2, 3, 4 °С? Какое количество теплоты необходимо для нагревания стали массой 2, 3, 4 кг на 1 °С?

Несложные устные задачи 162, 163 помогают уяснить зависимости: $Q \sim m$; $Q \sim (t_2 - t_1)$, которые выражаются в общем виде формулой $Q = cm(t_2 - t_1)$.

Следующий тип задач призван дать понятие о том, что одно и то же количество теплоты Q, сообщенное различным телам, имеющим одинаковую массу m, но различную удельную теплоемкость, не одинаково повышает их температуру, т. е. используют зависимость $(t_2 - t_1) = \frac{Q}{cm}$.

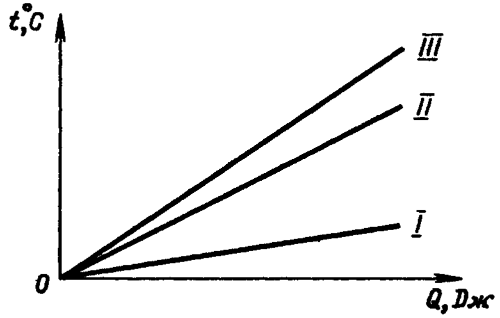


Рис. 37

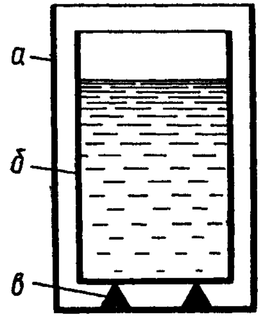


Рис. 38

164. Льду и воде массой по 1 кг сообщили количество теплоты, равное 2100 Дж. Температура какого тела повысится больше и почему?

В этих же целях решают графические задачи.

165. На рисунке 37 дан график изменения температуры воды, меди и железа, полученный при нагревании на горелках, дающих в равные промежутки времени одинаковое количество теплоты. Укажите, какой из них построен для воды, меди, железа.

166. На рисунке 38 показано устройство калориметра — прибора, который используют в опытах, позволяющих вычислять количество теплоты. Почему сосуд калориметра делают двойным? Почему подставку *в* делают из теплоизолирующего материала? С какой целью внешний сосуд *а* окрашивают белой краской? Во сколько раз внутренний алюминиевый сосуд *б* массой $m_а = 45$ г получает меньшее количество теплоты, чем в него налитая вода, масса которой $m_в = 200$ г?

Решение. Количество теплоты, которое необходимо для нагревания воды на $(t_2 - t_1)$°С равно $m_в c_в(t_2 - t_1)$, а алюминия — $m_а c_а(t_2 - t_1)$. Искомое отношение равно

$$\frac{c_в m_в(t_2 - t_1)}{c_а m_а(t_2 - t_1)} = \frac{4200\ \text{Дж}/(\text{кг}\cdot{}^\circ\text{C})\cdot 0{,}2\ \text{кг}}{880\ \text{Дж}/(\text{кг}\cdot{}^\circ\text{C})\cdot 0{,}045\ \text{кг}} = 21.$$

Эти данные могут быть использованы при выполнении лабораторных работ.

Наиболее сложными для учащихся являются задачи на составление уравнений теплового баланса. (Это относится и к учащимся IX класса.) Решению задач помогает «памятка», в которой в определенном порядке перечисляют необходимые действия:

1) краткая запись условия задач;
2) выполнение рисунка, поясняющего явления;
3) определение тел, участвующих в тепловых процессах (в VII классе, как правило, ограничиваются теплообменом между двумя телами);
4) запись формул для расчета количеств теплоты, полученной (Q_1) и отданной (Q_2) телами;
5) составление уравнения теплового баланса ($Q_1 = Q_2$);
6) решение уравнения;
7) проверка ответа.

167. Для определения удельной теплоемкости стали в калориметр, содержащий воду массой 500 г при температуре 13°С, опущено стальное тело массой 400 г, нагретое до температуры 100 °С. Температура воды в калориметре повысилась до 20 °С. Найдите удельную теплоемкость стали.

Решение. Проанализируем описанные в задаче явления. В калориметре находятся тела, имеющие различную температуру. Следовательно, между ними происходит теплообмен. Используем понятие о том, что теплота передается от тела с большей температурой телам с меньшей температурой, т. е. по существу используем II закон термодинамики, не называя и не формулируя его.

Пренебрегаем количеством теплоты, которое получает калориметр. Стальное тело отдает количество теплоты Q_1, а вода получает такое же количество теплоты $Q_2 (Q_1 = Q_2)$:

$$Q_1 = c_c m_c (t_{1c} - t_{см}); \quad Q_2 = c_в m_в (t_{см} - t_{1в}).$$

Подставляем числовые данные:

$$0{,}4 \text{ кг } (100 - 20)\ °C = 0{,}5 \text{ кг} \cdot 4200 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot °C) \cdot (20 - 13)\ °C;$$

$$c_c = \frac{0{,}5 \text{ кг} \cdot 4200 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot °C)(20 - 13)\ °C}{0{,}4 \text{ кг} (100 - 20)\ °C} = 460 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot °C).$$

Полученное значение удельной теплоемкости близко к табличному. Результат был бы точней, если бы учитывалось количество теплоты, полученное не только водой, но и другими телами (калориметром и воздухом).

§ 34. Теплота сгорания топлива

По данной теме в основном решают задачи, в которых необходимо определить количество теплоты, выделившееся при сгорании топлива, и массу топлива. При этом исходным для решения задач является понятие о теплоте сгорания топлива. Поэтому аналогично тому, как это имело место при решении задач с использованием понятий плотности и удельной теплоемкости тел, сначала рассматривают и анализируют таблицу «Удельная теплота сгорания некоторых видов топлива» [15, с. 155] и решают задачи такого содержания.

168. Что означает выражение «удельная теплота сгорания антрацита равна $3{,}4 \cdot 10^7$ Дж/кг»?

Какие виды топлива имеют наибольшую удельную теплоту сгорания? Какие виды топлива и как используют в народном хозяйстве в вашей местности? Где их добывают? Какие преимущества имеет природный газ как топливо?

169. Какое количество теплоты даст при сгорании антрацит массой 10 кг?

170. Сколько нужно сжечь керосина, чтобы получить $4{,}6 \cdot 10^7$ Дж; $1{,}38 \cdot 10^8$ Дж теплоты?

Задачи 169, 170 решают устно, но с опорой на формулу $Q = qm$.

При повторении и закреплении материала целесообразно решить задачу.

171. Удельная теплота сгорания сухих березовых дров $1{,}3 \cdot 10^7$ Дж/кг, а сосно-

вых 1,4 · 10^7 Дж/кг. Почему же считают более выгодным приобретать березовые, а не сосновые дрова?

Решение. Дрова продают не по массе, а по объему. Плотность же березовых дров (700 кг/м^3) больше плотности сосновых (600 кг/м^3); 1 м^3 березовых дров дает количество теплоты $1{,}3 \cdot 10^7$ Дж/кг · 700 кг $= 9{,}1 \cdot 10^9$ Дж, а 1 м^3 сосновых — $1{,}4 \cdot 10^7$ Дж/кг · 600 кг $= 8{,}4 \cdot 10^9$ Дж. Выгоднее березовые дрова.

Глава 9. ИЗМЕНЕНИЕ АГРЕГАТНЫХ СОСТОЯНИЙ ВЕЩЕСТВ

При решении задач по данному разделу прежде всего нужно обратить внимание на особенности процесса изменения агрегатных состояний веществ: а) постоянство температуры тел при плавлении и кипении, несмотря на то что телам сообщается определенное количество теплоты; б) выделение теплоты при кристаллизации жидкостей и конденсации пара, хотя температура тел при этом не понижается.

В этих целях следует решать больше качественных задач, где необходимо объяснить те или иные изменения агрегатных состояний веществ с точки зрения молекулярно-кинетической теории и закона сохранения и превращения энергии. Большую роль играют также графические задачи, так как графики изменения агрегатных состояний веществ наглядно показывают специфику этих процессов.

§ 35. Плавление и отвердевание

При решении задач активно используют таблицы «Температура плавления некоторых веществ» [15, с. 160] и «Удельная теплота плавления некоторых веществ» [15, с. 163], обращая особое внимание на разграничение этих понятий.

Расчеты количества теплоты, полученной твердыми телами при плавлении (или отданной жидкостью при отвердевании), сначала производят устно, используя формулу $Q = \lambda m$. Затем производят расчеты количества теплоты, необходимой для нагревания и для последующего плавления тел, начальная температура которых ниже точки плавления.

При решении задач об изменении агрегатных состояний веществ полезно вычерчивать примерные графики процессов, происходящих с нагреваемыми телами. Нужно обратить внимание учащихся на то, что удельные теплоемкости одних и тех же веществ в жидком и твердом состояниях не одинаковы, например для свинца в твердом состоянии $c_1 = 130$ Дж/(кг · °С), а в жидком — $c_2 = 163$ Дж/(кг · °С).

172. Используя таблицу «Температура плавления некоторых веществ»

[15, с. 160], определите, какие вещества в обычных для человека температурных условиях (от -40 до $+40\,°C$) находятся: 1) только в твердом; 2) только в жидком; 3) как в твердом, так и в жидком состоянии.

173. Почему в предохранительных пробках используют свинцовые проволочки, в электрических лампах нити из вольфрама, в наружных термометрах спирт, а не ртуть?

174. Одинаковые массы льда и воды имеют одну и ту же температуру $0\,°C$. Сравните кинетическую и потенциальную энергии их молекул.

175. Удельная теплота плавления льда равна $3{,}4 \cdot 10^5$ Дж/кг. Что это означает?

176. Сколько нужно затратить энергии, чтобы расплавить при температуре плавления алюминий массой 1, 2, 3 кг? железо массой 10 кг? свинец массой 2 кг?

Задачу решают устно, используя таблицу удельной теплоты плавления и формулу $Q = \lambda m$.

177. Используя данные задачи 176, составьте задачи об отвердевании вещества.

178. Воздух, вода и лед на улице имеют температуру $0\,°C$. В воде плавает льдинка. Один ученик утверждает, что так как вода замерзает при температуре $0\,°C$, то через некоторое время она превратится в лед. Второй считает, что так как лед тает при температуре $0\,°C$, то льдинка превратится в воду. Кто из них прав?

Решение. Оба мальчика ошибаются. Вода может замерзнуть только в том случае, если каждый ее килограмм отдаст окружающим телам энергию, равную $3{,}4 \cdot 10^5$ Дж, а лед может растаять, если получит столько же энергии. Но так как температура всех тел одинакова, то теплообмена между ними нет и агрегатные состояния тел останутся без изменения.

179. Почему в неотапливаемом овощехранилище в целях предохранения овощей от замерзания иногда устанавливают кадки с водой? Что отдаст больше тепла: кирпичная печь массой 1,5 т, остывая от 70 до $20\,°C$, или бак, в котором замерзает вода массой 1,5 т при температуре $0\,°C$?

Решение. Печь отдает количество теплоты:

$$Q_1 = c_к m_к (t_1 - t_2) = 0{,}75 \cdot 10^3\ Дж/(кг \cdot °C) \times$$
$$\times 1500\ кг\ (70 - 20)\,°C = 5{,}6 \cdot 10^6\ Дж.$$

Вода отдает количество теплоты:

$$Q_2 = \lambda_в m_в = 3{,}4 \cdot 10^5\ Дж/кг \cdot 1500\ кг = 5{,}1 \cdot 10^8\ Дж.$$

Следовательно, $Q_2 \gg Q_1$, т. е. вода отдает больше энергии.

180. Сколько нужно энергии Q, чтобы расплавить лед массой 10 кг, взятый при температуре $t_1 = -10\,°C$? Постройте график процесса.

Решение. Сначала явление рассматривают качественно. Представим себе лед, находящийся в сосуде при температуре $t_1 = -10\,°C$ и изобразим это состояние на примерном графике в координатных осях t, Q точкой A (рис. 39, *а*). При нагревании льда его температура повышается от -10 до $0\,°C$. Необходимое для этого количество теплоты находят по формуле

$$Q = cm(t_{пл} - t_1).$$

Количество теплоты пропорционально температуре, поэтому график нагревания льда — прямая линия AB. Для плавления необходимо количество теплоты $Q_2 = \lambda m$ при температуре плавле-

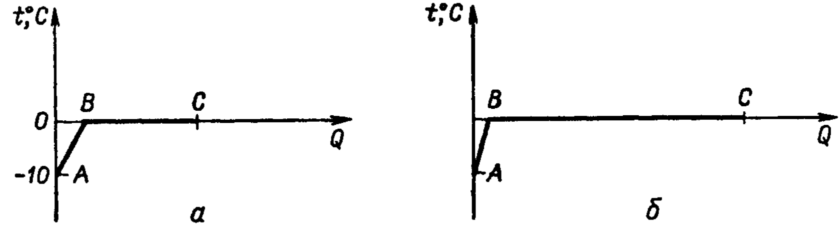


Рис. 39

ния $t_{пл} = 0\,°C$. График плавления — прямая линия BC.

$$Q_1 = 1800\ Дж/(кг \cdot °C) \cdot 10\ кг \cdot 10\,°C = 1{,}8 \cdot 10^5\ Дж,$$
$$Q_2 = 3{,}4 \cdot 10^5\ Дж/кг \cdot 10\ кг = 3{,}4 \cdot 10^6\ Дж.$$

Общее количество энергии

$$Q = 1{,}8 \cdot 10^5\ Дж + 3{,}4 \cdot 10^6\ Дж = 3{,}6 \cdot 10^6\ Дж.$$

Расчеты показывают, что фактически количество теплоты для плавления льда Q_2 (участок графика BC) почти в 20 раз больше, чем количество теплоты Q_1 (участок OB). Выбрав масштаб: 5 см — 10 °C и 1 см — $2 \cdot 10^5$ Дж, строят график (рис. 39, *б*).

Решение задачи показывает, что на плавление льда затрачивается значительно большее количество теплоты, чем на его нагревание. Например, весной, когда тает снег и лед, температура окружающего воздуха долгое время почти не увеличивается. А осенью около морей и озер температура окружающего воздуха понижается медленно из-за выделения количества теплоты при замерзании воды.

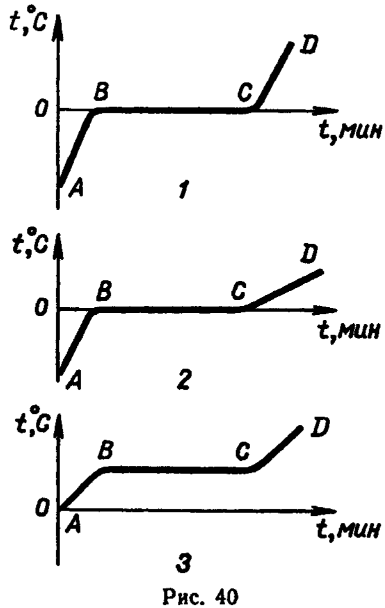


Рис. 40

181. В сосуде был лед при температуре —10 °C. Сосуд поставлен на горелку, которая в равные промежутки времени выделяет одинаковые количества теплоты. Укажите, какой из графиков (рис. 40) изменения температуры со временем верен. В чем ошибочны остальные графики?

Р е ш е н и е. График *1* неверен, потому что наклон линий AB и CD к оси Ot одинаков. Но линия AB характеризует нагревание льда, удельная теплоемкость которого меньше, чем у воды. Поэтому угол между линией AB и осью Ot должен быть больше: лед нагревается быстрее, чем вода. График *2* верен. Ошибочность графика *3* очевидна.

§ 36. Испарение и конденсация

При изучении испарения решают качественные задачи, в которых главным образом рассматривают зависимость скорости испарения от рода жидкости, ее температуры, площади открытой поверхности и движения воздуха с помощью молекулярно-кинетической теории [15, упр. 48]. Многие задачи могут быть поставлены как экспериментальные, в том числе в домашних условиях.

182. Придумайте и поставьте опыты, показывающие, что интенсивность испарения зависит от рода жидкости, ее температуры, площади свободной поверхности и движения воздуха.

183 (э). Придумайте и поставьте опыты по возгонке нафталина и снега.

184 (э). Придумайте опыт, показывающий зависимость охлаждения жидкости от интенсивности ее испарения.

Решение. В два стакана наливают теплую воду. Затем один стакан накрывают листом бумаги или покрывают воду в нем пленкой масла, которая препятствует испарению. Через некоторое время температура воды в стакане, поверхность которой не покрыта маслом, окажется ниже.

§ 37. Кипение

Решение задач о кипении и конденсации во многом аналогично решению задач о плавлении и отвердевании. Это помогает сформировать у учащихся соответствующие понятия и практические умения. Вместе с тем при недостаточно прочном и глубоком усвоении материала, когда не подчеркиваются характерные и специфические черты каждого из названных процессов, наблюдается смешивание или ошибочное отождествление учащимися сходных понятий.

Одно из средств устранения этого недостатка — решение при повторении комбинированных задач, в которых рассматривают изученные агрегатные превращения веществ.

Большинство задач качественные или несложные вычислительные, в которых нужно определить, например, количество теплоты, необходимой для превращения в пар при кипении жидкости определенной массы. Наиболее сложны задачи на расчет удельной теплоты парообразования. Эти задачи следует решить в классе с помощью учителя.

Вначале учащиеся отвечают на качественные задачи-вопросы [15, с. 170]. Целесообразно также выполнить экспериментальное задание по наблюдению за процессом нагревания и кипения воды [15, с. 171]. После введения понятия о температуре кипения и удельной теплоте парообразования и конденсации проводят работу с таблицами «Температура кипения» и «Удельная теплота парообразования жидкостей» [15, с. 176, 177].

185. Удельная теплота парообразования воды равна $2{,}3 \cdot 10^6$ Дж/кг. Что это означает?

186. Какое количество теплоты необходимо сообщить эфиру массой 1, 2, 3 кг при нормальном атмосферном давлении и температуре кипения, чтобы обратить его в пар?

187. Сколько килограммов ртути можно обратить в пар при температуре кипения, сообщив ей количество теплоты, равное $0,9 \cdot 10^6$ Дж?

Задачи № 186 и 187 успешно решают с помощью формулы $Q = Lm$.

188. Даны графики нагревания и кипения воды, спирта и эфира (рис. 41). Определите, какой график построен для каждой из этих жидкостей.

189 (э). Что обладает большей внутренней энергией: вода или пар, взятые в равных количествах при температуре 100 °С? Проверьте ваши выводы на опыте.

Р е ш е н и е. Для того чтобы превратить воду в пар, ей нужно сообщить некоторое количество теплоты. Следовательно, внутренняя энергия пара больше. Для экспериментальной проверки в стакан с водой пропустим некоторое количество пара, заметим новый уровень воды и изменение ее температуры. В другой стакан с таким же начальным количеством воды нальем столько кипятку, сколько его сконденсировалось из пара. Во втором случае температура воды изменится значительно меньше, чем в первом.

190. Какое количество энергии необходимо для обращения в пар при нормальном давлении спирта массой 2 кг, начальная температура которого 20 °С? Начертите график процесса.

Задачу решают по схеме, подобной той, которую используют в задачах о плавлении тел.

Анализируют условие задачи и выполняют примерный график процесса (рис. 42 *а*). Вначале нужно нагреть спирт от 20 до 78 °С (температуры кипения); для этого необходимо количество теплоты

$$Q = cm(t_к - t_1) =$$
$$= 2500 \text{ Дж/(кг} \cdot {}^\circ\text{С)} \cdot 2(78 - 20)^\circ\text{С} = 2,9 \cdot 10^5 \text{ Дж}.$$

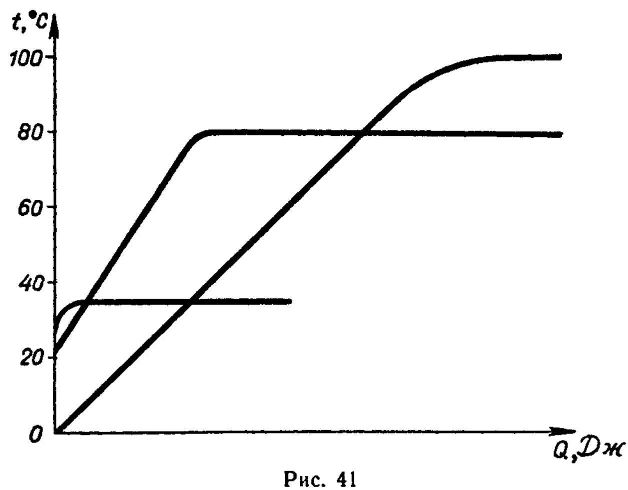


Рис. 41

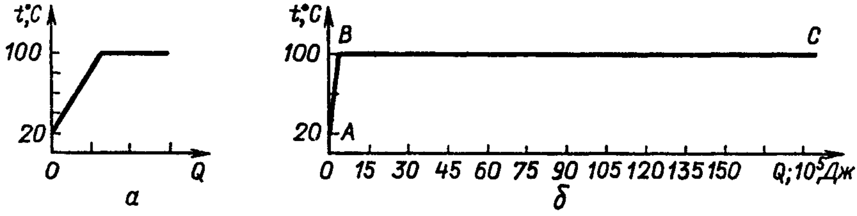


Рис. 42

На графике — это отрезок прямой AB. При кипении температура жидкости не изменяется:

$Q_2 = Lm = 0{,}9 \cdot 10^6$ Дж/кг $\cdot$ 2 кг $= 1{,}8 \cdot 10^7$ Дж.

Участок графика — BC.

Выбрав масштаб, строим график с учетом числовых значений t и Q (рис. 42, *б*). В этом случае, так же как и в задаче № 180, $Q_2 \gg Q_1$.

191. Выполняя лабораторную работу, ученик впустил в калориметр, содержащий воду массой 350 г при температуре 10 °С, пар при температуре 100 °С. В результате температура воды поднялась до 42 °С. Какое значение удельной теплоты парообразования получится по данным этого опыта, если масса воды увеличилась на 20 г?

Решение. Поскольку задача для учащихся сложная, отдельные действия, описывающие происходящие при теплообмене явления, полезно сопровождать вопросами.

1) Какое количество теплоты отдал пар при конденсации?

$$Q_1 = Lm_п = L \cdot 0{,}020 \text{ кг}.$$

2) Какое количество теплоты отдала при остывании вода, образовавшаяся из пара?

$$Q_2 = c_в m_п (t_к - t_{см}) = 4{,}2 \cdot 10^3 \text{ Дж/(кг} \cdot {}^\circ\text{С)} \times$$
$$\times\, 0{,}020 \text{ кг } (100 - 42)\,{}^\circ\text{С} = 4870 \text{ Дж}.$$

3) Какое количество теплоты получила вода?

$$Q_3 = c_в m_в (t_{см} - t_в) = 4{,}2 \cdot 10^3 \text{ Дж/(кг} \cdot {}^\circ\text{С)} \times$$
$$\times\, 0{,}350 \text{ кг} \cdot (42 - 10)\,{}^\circ\text{С} = 4{,}7 \cdot 10^4 \text{ Дж}.$$

Так как количество теплоты, отданное паром при его конденсации и затем получившейся при конденсации водой, равно количеству теплоты, полученному водой в калориметре, то можно записать:

$$L \cdot 0{,}020 \text{ кг} + 4870 \text{ Дж} = 4{,}7 \cdot 10^4 \text{ Дж},$$

отсюда $L = 2{,}1 \cdot 10^6$ Дж/кг.

При повторении полезно решить комбинированные задачи такого типа.

192. Какое количество теплоты Q необходимо, чтобы обратить в пар лед массой 5 кг, взятый при температуре —15 °С?

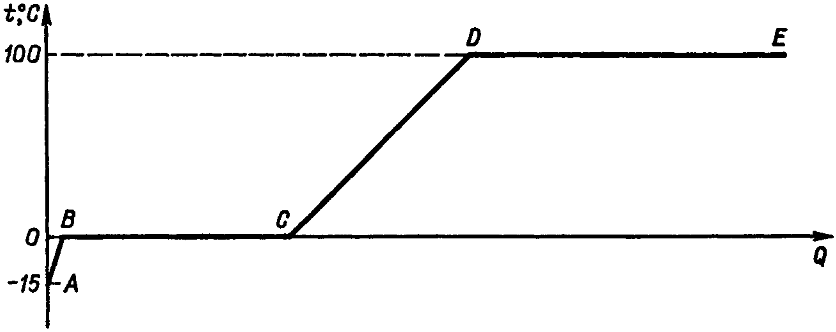


Рис. 43

Решение. Эта комбинированная задача распадается на две известные учащимся задачи: плавление тела, взятого при температуре меньшей точки плавления, и обращение в пар жидкости, начальная температура которой ниже точки кипения (см. № 180, 190).

Проанализировав условие, строят примерный график процесса (рис. 43) и, применяя для соответствующих участков графика формулы: $Q_1 = c_л m(t_{пл} - t_1)$; $Q_2 = \lambda m$; $Q_3 = c_в m(t_к - t_{пл})$; $Q_4 = Lm$, находят искомое значение $Q = 1{,}5 \cdot 10^7$ Дж.

193. Какое количество теплоты выделится при конденсации пара массой 200 г, взятого при температуре 100 °С, и последующего превращения воды в лед? Постройте примерный график процесса.

Глава 10. ТЕПЛОВЫЕ ДВИГАТЕЛИ

В VII классе решают качественные задачи об устройстве и применении двигателя внутреннего сгорания и турбины и выполняют несложные расчеты работы расширения газа и пара, КПД машин, расхода горючего и т. п. Особое внимание нужно уделить преобразованиям энергии, показывая, что совершение тепловым двигателем механической работы связано с уменьшением внутренней энергии рабочего тела (пара, газа). Задачи по данной теме должны быть в полной мере использованы для повторения и закрепления ранее изученных понятий.

194. Сжатый в цилиндре газ поднимает тяжелый поршень. Как изменяется при этом внутренняя энергия и температура газа?

195. Где выше температура продуктов сгорания — в цилиндре двигателя внутреннего сгорания или в выхлопной трубе? Почему?

196. Определите работу, совершаемую расширяющимися газами во время рабочего хода в цилиндре двигателя внутреннего сгорания, если площадь поршня $S = 200$ см^2, ход поршня $h = 30$ см, а среднее давление в рабочем цилиндре $p = 5{,}0 \cdot 10^5$ Па.

Решение. Работу вычисляют по формуле $A = Fh$. По опре-

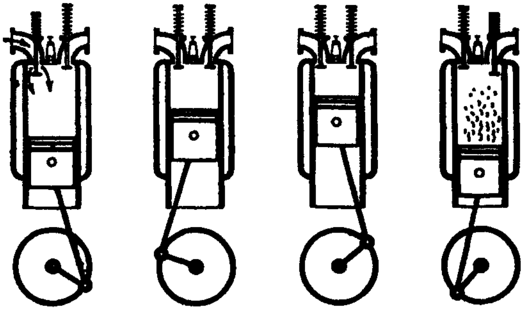


Рис. 44

делению $F = p \cdot S$, поэтому $A = pSh$;

$$S = 200 \cdot 0{,}0001 \text{ м}^2 = 0{,}02 \text{ м}^2;\ h = 0{,}30 \text{ м};$$
$$A = 5{,}0 \cdot 10^5 \text{ Па} \cdot 0{,}02 \text{ м}^2 \cdot 0{,}30 \text{ м} = 3 \cdot 10^3 \text{ Дж}.$$

197. Пользуясь рисунком 44, определите, какой процесс может совершаться в каждом из цилиндров, если в первом происходит впуск горючей смеси.

198*. Лучшие типы двигателей внутреннего сгорания расходуют горючее около 0,24 кг/кВт в час. Какому коэффициенту полезного действия это соответствует? Удельная теплота сгорания топлива равна $q = 4{,}6 \cdot 10^7$ Дж/кг.

Решение. Работа, совершаемая за 1 ч двигателем внутреннего сгорания мощностью 1 кВт, равна $A_п = 1000 \text{ Вт} \cdot 3600 \text{ с} = 3{,}6 \cdot 10^6$ Дж. Затраченная энергия равна $A_з = Q = qm = 4{,}6 \cdot 10^7 \text{ Дж/кг} \cdot 0{,}24 \text{ кг} = 1{,}1 \cdot 10^7$ Дж.

Находим КПД двигателя:

$$\text{КПД} = \frac{A_п}{A_з} \cdot 100\% = \frac{3{,}6 \cdot 10^6 \text{ Дж}}{1{,}1 \cdot 10^7 \text{ Дж}} \cdot 100\% = 33\%.$$

199. Какие преимущества имеет турбина перед поршневым тепловым двигателем? Рассмотрите изменения внутренней энергии пара при работе паровой турбины и объясните их.

200*. Мощность Братской ГЭС им. 50-летия Великого Октября составляет 4,5 млн. кВт. Сколько пятидесятитонных вагонов каменного угля необходимо сжечь в сутки в топках тепловых электростанций, имеющих суммарно такую же мощность, если КПД паротурбинных установок 35%?

Решение. Чтобы определить количество вагонов n, нужно знать массу угля m. Ее можно определить из формулы $Q = qm$, если известны количество теплоты Q, полученное при сгорании угля, и его удельная теплота сгорания q. Примем $q = 3{,}0 \times 10^7$ Дж/кг. По условию задачи 35% тепловой энергии преобразуется в электрическую, т. е. $E_{эл} = 0{,}35Q$.

Выполним расчеты:

1) $E_{эл} = Nt$, $N = 4{,}5 \cdot 10^9$ Вт; $t = 24 \cdot 3600$ с.

$$E_{эл} = 4{,}5 \cdot 10^9 \text{ Вт} \cdot 24 \cdot 3600 \text{ с} \approx 3{,}89 \cdot 10^{14} \text{ Дж}.$$

2) $Q = \dfrac{E_{эл}}{0{,}35} = \dfrac{3{,}89 \cdot 10^{14} \text{ Дж}}{0{,}35} \approx 1{,}11 \cdot 10^{15}$ Дж.

3) $m = \frac{Q}{q} = \frac{1{,}11 \cdot 10^{15}\ \text{Дж}}{3{,}0 \cdot 10^{7}\ \text{Дж/кг}} = 3{,}70 \cdot 10^{7}\ \text{кг} = 3{,}70 \cdot 10^{4}\ \text{т}.$

4) Количество вагонов $n = \frac{3{,}70 \cdot 10^{4}}{50} = 740.$

Нетрудно видеть, что это примерно 10 товарных составов с углем.

Ввиду громоздкости решения задачи ее желательно заранее записать на прозрачной пленке и, используя графопроектор, разобрать с учащимися. По ходу решения этой задачи можно кратко провести беседу о крупнейших ГЭС и ГРЭС страны и развитии топливно-энергетической базы.

ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

Глава 11. СТРОЕНИЕ АТОМА

Большинство задач данной темы должны быть качественными, так как учащиеся получают только элементарные сведения о строении атомов, а при изучении электростатики не рассматривают закона Кулона. Часть материала вообще изучают в ознакомительном плане, поэтому задачи по строению атома сводятся к упражнениям по вычерчиванию схем моделей атомов (водорода, гелия и лития). В основном же в теме решают электростатические задачи, в которых используют электронные представления и понятие об электрическом поле. Не следует говорить о взаимодействии зарядов в смысле теории дальнодействия. Учащиеся должны исходить только из представлений близкодействия.

В результате разбора задач учащиеся должны свободно оперировать электронными представлениями при объяснении электризации тел, передачи заряда с одного тела на другое и т. п. Семиклассники должны иметь представление о зависимости силы взаимодействия зарядов от расстояния между ними. Характер данной зависимости дают качественно: чем больше расстояние, тем меньше сила.

201 (э). Потрите эбонитовую палочку о сукно и, обернув ее сукном, положите внутрь полого шара, укрепленного на электрометре[1]. Выньте палочку из сукна и объясните, почему стрелка при этом отклоняется. Вставьте палочку внутрь сукна и объясните, почему стрелка возвращается на нулевое деление.

При обсуждении результатов этих опытов подчеркивают мысль: заряды не возникают и не исчезают, а только разделяются, при этом на обоих соприкасающихся при трении телах оказываются равные по модулю, но противоположные по знаку заряды. Общий заряд равен нулю.

---

[1] Для опыта можно воспользоваться также двумя пластинами для электризации, которые специально выпускает для этой цели Главучтехпром.

202. Пластину из оргстекла потерли куском шерстяной ткани. Какой по знаку заряд приобретает пластина и как объяснить его возникновение?

Решение. Заряд пластины, как условились, будет положительным. Это значит, что часть электронов с пластины перешла на сукно, поэтому на пластине оказывается недостаток электронов, а на шерстяной ткани — их избыток.

Полезно на основании электронных представлений объяснить происходящее и в задаче № 201.

203. Электрическое поле мы не можем видеть, слышать, осязать, так как оно не действует непосредственно на наши органы чувств. Как можно обнаружить существование электрического поля?

Решение. Электрическое поле действует на электрические заряды, внесенные в поле. Оно обнаруживается, например, по отклонению заряженных бузиновых шариков или бумажных гильз, подвешенных на шелковых нитях.

204 (э). На тонкой шелковой нити висит заряженная бумажная гильза. Определите знак ее заряда, пользуясь эбонитовой палочкой и куском шерстяной ткани.

Решение. Потерев эбонитовую палочку о шерсть, подносят ее к гильзе, заряд эбонитовой палочки отрицательный. Если гильза притянется к палочке, то ее заряд положительный, если оттолкнется — отрицательный.

205 (э). Возьмите какой-либо металлический предмет в руку и попробуйте его наэлектризовать трением о сукно. Электризация не обнаруживается. Возможна ли вообще электризация металлических предметов? Если возможна, то как ее осуществить?

Решение. Электризация металлических предметов возможна, но для этого надо обязательно тщательно их изолировать от земли. Для иллюстрации этого явления целесообразно показать электризацию трением о сукно металлической пластины на изолирующей ручке.

206 (э). Положите на стол полоску бумаги и натрите ее шерстяной тканью. Полоска наэлектризуется. Приблизьте к полоске сверху руку. Объясните, почему она притягивается к руке.

Решение. На ближайшей к полоске бумаги стороне руки возникает разноименный, а на дальней стороне — одноименный заряд (по отношению к заряду бумаги). Получается это в результате перемещения свободных электронов (притяжения или отталкивания наэлектризованной полоской). Разноименные заряды оказываются ближе друг к другу, чем одноименные, поэтому сила притяжения больше силы отталкивания и бумага притягивается к руке.

207. Начертите схему атомов водорода, гелия и лития, учитывая, что они имеют соответственно 1, 2 и 3 электрона.

Вычерчивая схемы атомов (рис. 45), учащиеся должны указать, что ядро атома содержит положительный заряд, численно

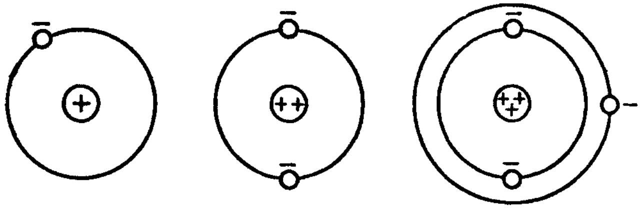


Рис. 45

равный отрицательному заряду всех обращающихся вокруг ядра электронов. Общий заряд атома равен нулю.

Орбиты электронов можно изображать круговыми, можно изображать не орбиты, а электронные слои. Тогда у водорода в первом слое один электрон, а у гелия — два электрона. Первый слой может иметь максимально два электрона, поэтому у атома лития третий электрон находится во втором электронном слое.

Схемы более сложных атомов в VII классе в курсе физики не рассматривают.

Глава 12. СИЛА ТОКА, НАПРЯЖЕНИЕ, СОПРОТИВЛЕНИЕ

Задачи по данной теме должны помочь сформировать у школьников понятия об электрическом токе и электрических величинах (силе тока I, напряжении U и сопротивлении R), а также научить их рассчитывать несложные электрические цепи. Основное внимание уделяют задачам на закон Ома для участка цепи и расчетам сопротивления проводников в зависимости от материала, их геометрических размеров (длины l и площади поперечного сечения S) и способов соединения, рассматривая последовательное и параллельное соединения проводников.

В целях политехнического обучения большое внимание следует уделить также задачам по чтению, вычерчиванию и составлению электрических схем, строго следя за соблюдением обозначений по ГОСТу. Экспериментальные задачи следует использовать для формирования практических, в том числе измерительных, навыков и умений учащихся.

§ 38. Электрический ток. Электрическая цепь

Электрический ток определяют как упорядоченное движение электрических зарядов в электрическом поле. Очень важно подчеркнуть, что в металлических проводниках под действием сил электрического поля движутся свободные электроны.

Электрические цепи рассматривают лишь простейшие. В большинстве случаев берут химические источники тока — гальванические элементы или аккумуляторы.

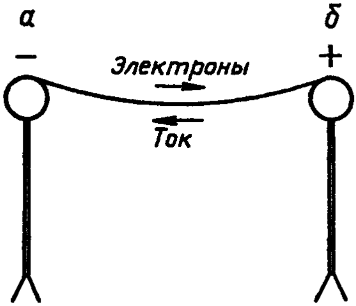


Рис. 46

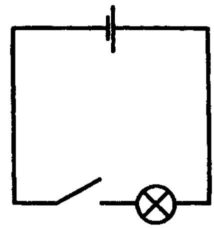


Рис. 47

208 (э). Зарядите разноименными зарядами два электроскопа и соедините их через неоновую лампу типа МН-5 металлическим проводником. В каком направлении будут перемещаться по проводнику электроны? Каково направление электрического тока? Почему лампа вспыхивает только на короткое время?

При обсуждении решения задачи выполняют чертежи (рис. 46), поясняют, что между шариками электроскопов существует электрическое поле, под действием которого в металлическом проводнике перемещаются электроны от *а* к *б*. За направление же тока принято противоположное направление, в котором должны были бы двигаться положительные заряды, т. е. от *б* к *а*. Перемещение зарядов не будет длительным, так как оно происходит только до момента нейтрализации зарядов на электроскопах.

209 (э). Присоедините неоновую лампу к кондукторам электрофорной машины и приведите машину во вращение. Почему лампа в этом случае горит длительное время?

Решение. В электрофорной машине, пока она работает за счет механической энергии, происходит разделение зарядов. На кондукторах возобновляются заряды разных знаков, поэтому по лампе все время течет ток.

210 (э). По схеме (рис. 47) соберите электрическую цепь и укажите направление тока в ней. Можно ли в этой цепи поменять местами выключатель и лампу? Ответ проверьте на опыте.

Решение данной задачи желательно провести как фронтальный эксперимент в дополнение к лабораторной работе по сборке электрической цепи.

211. Объясните роль всех элементов электрической цепи: источника тока, потребителя, соединительных проводников, выключателя. Какие превращения энергии происходят в цепи?

Решение. Источник тока разделяет электрические заряды, благодаря чему в цепи все время существует электрический ток. В источнике тока происходит превращение химической (или какой-либо) энергии в электрическую. В потребителе происходит превращение электрической энергии во внутреннюю (электрическая

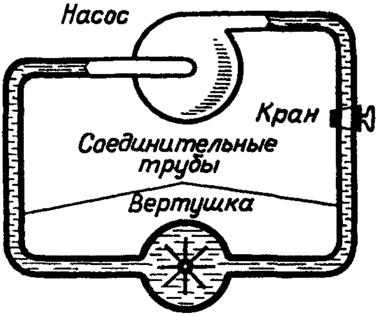


Рис. 48

лампа) или в механическую (двигатель). По проводам движутся свободные электроны, выключатель замыкает или размыкает цепь. Здесь полезна гидродинамическая аналогия в виде замкнутой системы (рис. 48), в которой источник тока сравнивают с насосом, а проводники — с наполненными водой трубами. Выключатель в электрической цепи выполняет роль, аналогичную роли крана в гидродинамической замкнутой цепи, который может прекращать движение воды. С помощью этой же гидродинамической аналогии можно объяснить различие между упорядоченным движением с некоторой скоростью электронов и практически мгновенным распространением электрического тока в цепи.

При изучении электрической цепи полезны задачи, в которых рассмотрены вопросы техники безопасности при работе с электрическими цепями. В первую очередь следует обсудить вопрос о необходимости изоляции всех элементов цепи. Ниже приведены такие задачи.

212. С какой целью электрические провода покрывают слоем резины, пластмассы, лака и т. п. или обматывают бумажной пряжей, пропитанной парафином?

213. Почему электромонтеры во время ремонта электрических сетей и установок надевают резиновые перчатки, резиновую обувь, встают на резиновые коврики, пользуются инструментами с ручками из пластмассы?

214. Что надо сделать для спасения человека, по неосторожности прикоснувшегося к неизолированному проводу и пораженного электрическим током?

Решение. Выключить цепь. Для этого необходимо разомкнуть рубильник, нажать на кнопку выключателя и т. п. Если это по каким-либо причинам сделать быстро невозможно, то надо без промедления оторвать пострадавшего от оголенного провода или клеммы. При этом надо обязательно помнить и о собственной безопасности: не касаться проводов и человека голыми руками. Для изоляции проще всего применить подручные предметы, например обернуть свои руки сухой тканью. Когда пострадавший уже не будет под током, ему оказывают медицинскую помощь.

§ 39. Электрическое сопротивление проводников. Удельное сопротивление

Упражнения следует начать с вопросов, помогающих уяснить смысл понятия сопротивления, а затем перейти к качественным и вычислительным задачам, в которых определяют преимущественно сопротивление проводника, выясняют смысл удельного сопротивления.

215. Что означает запись: $\rho_{железа} = 0{,}12$ Ом · мм^2/м; $\rho_{меди} = 0{,}017$ Ом · мм^2/м?

Учащиеся должны объяснить, что в первом случае железный проводник длиной 1 м и площадью поперечного сечения 1 мм^2 имеет сопротивление 0,12 Ом, а во втором — медный проводник тех же размеров — 0,017 Ом.

После уяснения сущности удельного сопротивления проводника ρ с помощью качественных задач выясняют зависимость сопротивления проводника от его длины и площади поперечного сечения.

216. Какой из двух проводников одинакового материала и сечения имеет большее сопротивление и во сколько раз: длиной 15 и 10 м; 12 м и 120 см; 15 км и 150 м? Какой из двух проводников одинаковой длины и материала имеет большее сопротивление и во сколько раз: с площадью поперечного сечения 5 см^2 и 30 мм^2; 10 мм^2 и 25 см^2?

217. Кусок проволоки разрезали пополам и половинки свили между собой. Как изменилось сопротивление проводника?

Решение. Длина проводника уменьшилась в 2 раза, что привело к уменьшению его сопротивления в 2 раза. Но, кроме того, увеличилась площадь поперечного сечения в 2 раза, что еще в 2 раза уменьшило сопротивление. Общее сопротивление проводника уменьшилось в 4 раза.

Далее переходят к решению простых вычислительных задач, используя формулу $R = \rho\frac{l}{S}$.

218. Определите сопротивление железного проводника длиной 5 м при площади поперечного сечения 3 мм^2.

Решение. Первую задачу этого типа лучше решить без применения формулы $R = \rho\frac{l}{S}$, проведя следующее рассуждение: железный провод длиной 1 м и сечением 1 мм^2 имеет сопротивление 0,12 Ом; провод длиной 5 м имеет сопротивление в 5 раз больше, т. е. 0,12 Ом $\times$ 5 = 0,6 Ом; увеличение же площади поперечного сечения провода в 3 раза уменьшает его сопротивление втрое, т. е. $R = \frac{0{,}6\ \text{Ом}}{3} = 0{,}2$ Ом.

Затем показывают решение с применением формулы $R = \rho\frac{l}{S}$:

$$R = \rho\frac{l}{S} = 0{,}12\ \frac{\text{Ом}\cdot\text{мм}^2}{\text{м}}\cdot\frac{5\ \text{м}}{3\ \text{мм}^2} = 0{,}2\ \text{Ом}.$$

219. Определите сопротивление медного трамвайного провода длиной 5 км и сечением 0,65 см^2.

Эта задача аналогична предыдущей, но при ее решении следует обратить внимание на правильный выбор единиц измерения используемых физических величин. Длину проводника берут обязательно в метрах, а площадь поперечного сечения — в квадратных миллиметрах.

Ответ: $R = 1{,}3$ Ом.

220. Сколько метров алюминиевой проволоки сечением 10 мм² надо взять, чтобы ее сопротивление оказалось равным 0,032 Ом?

Решение. Главная трудность для учащихся при решении задач данного типа (не считая выбора единиц) — математические операции с формулой $R = \rho \frac{l}{S}$. На это следует обратить внимание, тщательно выполняя и поясняя соответствующие преобразования на доске:

$$R = \rho \frac{l}{S}, \text{ откуда } l = \frac{RS}{\rho}.$$

Подставляя числовые данные, получаем $l = 10$ м.

Проверка. В данном случае возможна следующая «грубая» проверка.

Так как $\rho = 0{,}032$ Ом · мм²/м, а $R = 0{,}032$ Ом при сечении, большем 1 мм², то длина должна быть больше 1 м, что и имеет место в действительности.

Аналогично определяют S и ρ проводника.

Полезно при решении задач использовать паспортные данные приборов, в частности реостатов.

221. На табличке реостата имеется надпись: 30 Ом, 3 А. Что она означает? Как увеличить (уменьшить) сопротивление реостата, включенного в цепь?

§ 40. Закон Ома для участка цепи

Сначала устно решают тренировочные задачи на закон Ома для участка цепи $I = \frac{U}{R}$.

222. Как можно вдвое уменьшить силу тока в проводнике?

Решение. Если сопротивление проводника постоянно ($R = \text{const}$), то для уменьшения силы тока в 2 раза надо уменьшить в 2 раза напряжение U. Если же напряжение постоянно ($U = \text{const}$), то надо в 2 раза увеличить сопротивление цепи.

223. Решите устно задачи: а) $U = 20$ В, $R = 10$ Ом, I —? б) $I = 10$ А, $R = 5$ Ом, U —? в) $I = 5$ А, $U = 15$ В, R —?

Учащиеся должны запомнить только формулу $I = \frac{U}{R}$ и из нее определять величины U и R. После этого решают более сложные вычислительные задачи.

224. Решите задачи: а) $R = 2$ МОм, $U = 350$ В, I —? б) $I = 10$ А, $R = 10$ кОм, U —? в) $I = 15$ мА, $U = 30$ кВ, R —?

Назначение этих задач, помимо закрепления формулы закона Ома,— ознакомить учащихся с различными единицами измерения силы тока, напряжения и сопротивления (кратными и дольными единицами СИ).

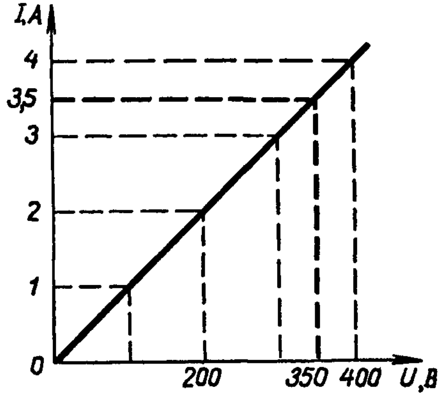


Рис. 49

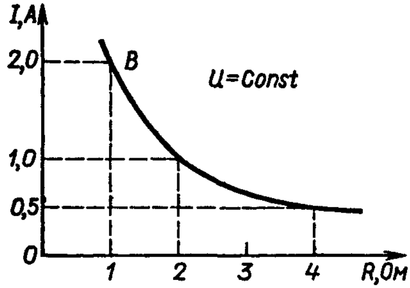


Рис. 50

Полезны также задачи с использованием паспортных данных приборов.

225 (э). Найдите сопротивление лампочки для карманного фонаря, используя данные, написанные на ее цоколе.

Решение. Взяв лампочку, читают на ее цоколе: 3,5 В, 0,28 А. По закону Ома $I = \frac{U}{R}$ находят

$$R = \frac{U}{I} = \frac{3{,}5\ В}{0{,}28\ А} = 12{,}5\ Ом.$$

Если задачу решают в классе, то лампы целесообразно раздать учащимся, чтобы они сами нашли необходимые данные. Пониманию закона Ома для участка цепи способствует вычерчивание графиков зависимости I от R при постоянном напряжении и I от U при постоянном сопротивлении, а также «чтение» этих графиков и решение с их помощью задач.

226. На рисунке 49 представлен график зависимости силы тока от напряжения для участка цепи. Определите по графику сопротивление проводника, а также напряжение, необходимое для создания в проводнике силы тока 3,5 А.

Для решения первой части задачи берут какое-либо значение U и по графику находят соответствующее ему значение I. Сопротивление проводника вычисляют по формуле $R = \frac{U}{I}$. В данном случае $R = 100$ Ом. Затем, найдя по графику значение $I = 3{,}5$ А, определяют соответствующее этой силе тока напряжение 350 В. Ответ полезно проверить расчетом:

$$U = I \cdot R = 3{,}5\ А \cdot 100\ Ом = 350\ В.$$

227. На рисунке 50 приведен график зависимости силы тока I от сопротивления R проводника при постоянном напряжении U на концах проводника. Определите это напряжение U.

Р е ш е н и е. $U = IR$. Берут какую-либо точку на графике и находят соответствующие значения I и R. Для точки B: $I = 2$ А, $R = 1$ Ом. Тогда

$$U = IR = 2\ \text{А} \cdot 1\ \text{Ом} = 2\ B.$$

В заключение решают комбинированные задачи, в которых используют формулы $I = \frac{U}{R}$ и $R = \rho \frac{l}{S}$. Эти задачи желательно решать аналитическим методом.

228. Рассчитайте силу тока, проходящего по медному проводу длиной 100 м, площадью поперечного сечения 0,5 мм^2, если к концам провода приложено напряжение 6,8 В.

Р е ш е н и е. Найдем сопротивление R по формуле $R = \rho \frac{l}{S}$. Вычисления можно вести по этапам: сначала вычислить сопротивление R, а затем силу тока I. Но можно получить общую формулу $I = \frac{US}{\rho l}$. Подставив числовые данные из условия задачи, а удельное сопротивление $\rho_{\text{меди}}$ из таблиц ($\rho = 0{,}017$ Ом $\cdot$ мм^2/м), получим $I = 2$ А.

229. Определите длину никелиновой проволоки сечением 0,1 мм^2 для нагревательного элемента электрической плитки, рассчитанной на напряжение 110 В и силу тока 6 А.

Р е ш е н и е. Для определения длины проволоки l необходимо знать сопротивление R, которое находим из закона Ома: $R = \frac{U}{I}$. Окончательная формула

$$l = \frac{US}{I\rho}.$$

Расчеты, как и в предыдущей задаче, можно вести либо по этапам, либо по общей формуле. Для никелина $\rho = 0{,}4$ Ом $\cdot$ мм^2/м. Тогда

$$l = \frac{110\ \text{В} \cdot 0{,}1\ \text{мм}^2}{6\ \text{А} \cdot 0{,}4\ \text{Ом} \cdot \text{мм}^2/\text{м}} = 4{,}6\ \text{м}.$$

§ 41. Соединение проводников

В VII классе целесообразно больше решать задач на последовательное и параллельное соединение проводников. В старших классах эти вопросы только повторяют и решают задачи на расчеты сопротивления более сложных цепей. Важно научить учащихся разбираться в схемах электрических цепей и находить точки разветвления в случае параллельных соединений. Учащиеся должны уметь составлять эквивалентные схемы, т. е. схемы, на которых яснее видны соединения проводников. Для этого надо проследить, как «идет» ток на всех участках цепи от одного зажима до другого, и вычерчивать схему в более простом виде.

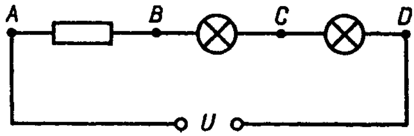


Рис. 51

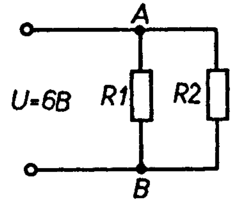


Рис. 52

230. В электрическую цепь включены последовательно резистор сопротивлением 5 Ом и две электрические лампы сопротивлением каждая 500 Ом. Определите общее сопротивление цепи.

Решение задачи начинают с вычерчивания электрической схемы (рис. 51). Точки соединения резистора и ламп обозначают буквами A, B, C и D.

Общее сопротивление цепи $R_{AD} = R_{AB} + R_{BC} + R_{CD} = 5$ Ом $+$ $+$ 500 Ом $+$ 500 Ом $=$ 1005 Ом.

231. Два резистора сопротивлением $R_1 = 5$ Ом и $R_2 = 30$ Ом подключены к зажимам источника тока напряжением 6 В (рис. 52). Найдите силу тока на всех участках цепи.

Решение. В данной задаче не следует искать сопротивление r_{AB} на участке AB, а можно определить силу тока I_1 и I_2 сразу по формулам: $I_1 = \frac{U_{AB}}{R_1}$; $I_2 = \frac{U_{AB}}{R_2}$, а затем найти общую силу тока $I = I_1 + I_2$.

В случае более сложных соединений проводников необходимо искать общее сопротивление цепи $R_{общ}$. В этой задаче имеет смысл все же идти этим, хотя и более длинным, путем. В итоге вырабатывается определенный алгоритм решения задач на соединение проводников.

Обозначим точки разветвления тока буквами A и B. Общая сила тока в цепи

$$I = \frac{U_{AB}}{R_{AB}}.$$

Соединительные провода, как следует из условия задачи, сопротивлением не обладают. Сопротивление r_{AB} на участке AB находят по формуле для параллельного соединения проводников:

$$\frac{1}{R_{AB}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}.$$

В эту формулу и следует подставлять числовые значения, так как получение из этой формулы R_{AB} в явном виде, особенно если число сопротивлений более двух, затруднительно для учащихся. В случае двух параллельно соединенных проводников

$$R_{AB} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}.$$

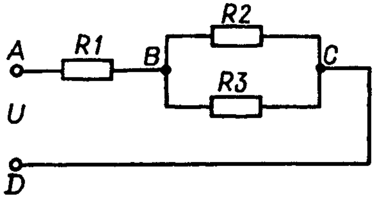


Рис. 53

Силу тока в сопротивлениях обозначим через I_1 и I_2 и найдем их по закону Ома для участка цепи:

$$I_1 = \frac{U_{AB}}{R_1} \text{ и } I_2 = \frac{U_{AB}}{R_2}.$$

Подставляя числовые данные, получаем: $R_{AB} = 4{,}3$ Ом, $I \approx 1{,}4$ А, $I_1 \approx 1{,}2$ А, $I_2 = 0{,}2$ А.

232. Определите полное сопротивление цепи и силу тока в каждом проводнике, если проводники соединены так, как показано на рисунке 53, а $R_1 = 1$ Ом, $R_2 = 2$ Ом, $R_3 = 3$ Ом, $U_{AC} = 11$ В.

Это простой случай смешанного соединения проводников, а решение такой задачи посильно и полезно.

Решение. В цепи на участке BC параллельно соединены два проводника с сопротивлениями R_2 и R_3. Полное сопротивление цепи

$$R_{AC} = R_{AB} + R_{BC};$$

$$R_{AB} = R_1, \text{ а } \frac{1}{R_{BC}} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}.$$

Сила тока в цепи $I = \frac{U_{AC}}{R_{AC}}$. Этот ток течет через проводник сопротивлением R_1. Чтобы найти силу тока в ветвях параллельного соединения BC, надо сначала вычислить напряжение $U_{BC} = IR_{BC}$, а затем и силу тока

$$I_2 = \frac{U_{BC}}{R_2},\ I_3 = \frac{U_{BC}}{R_3}.$$

Вычисления дают значения: $R_{BC} = 1{,}2$ Ом, $R_{AC} = 2{,}2$ Ом, $I = 5$ А, $U_{BC} = 6$ В, $I_2 = 3$ А и $I_3 = 2$ А.

После рассмотрения последовательного и параллельного соединений проводников переходят к анализу и расчету реальных цепей, схемы которых не всегда имеют такой вид, где явно выражен характер соединения проводников. В этих случаях чертят так называемые эквивалентные схемы.

233. Составьте дома схему квартирной проводки. Разберитесь, как включены потребители, и начертите эквивалентную схему данной цепи.

Решение. Допустим, ученик начертил схему, показанную на рисунке 54. Обозначим точки соединения проводов буквами A, B, C, D, E и F. Считая, что соединительные провода имеют незначительное сопротивление, которым можно пренебречь, установим характер соединения потребителей. Все потребители соединены параллельно. Начертим эквивалентную схему цепи. Для этого проследим путь тока от точки a до точки $б$. Оказывается, точки A, C и

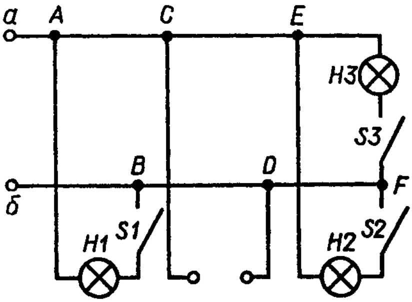


Рис. 54

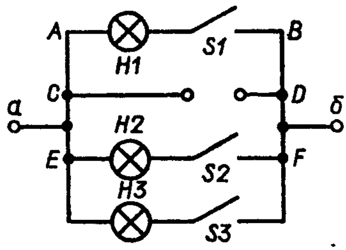


Рис. 55

E можно заменить одной точкой разветвления, а точки B, D и F — другой. Параллельных ветвей в цепи четыре. Эквивалентную схему чертим в обычном виде, располагая все потребители в явно выраженных параллельных ветвях (рис. 55).

234. Определите силу тока, текущего через каждый резистор в цепи, схема которой изображена на рисунке 56, если напряжение на зажимах 6 В, а сопротивление резисторов $R_1=R_2=R_3=6$ Ом.

Решение. Эта задача более сложная, так как сразу не видно, как соединены проводники. Но если составить эквивалентную схему (рис. 57), то видно, что все резисторы соединены параллельно. Тогда

$$I_1 = I_2 = I_3 = \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2} + \frac{U}{R_3},$$

т. е. $I_1 = I_2 = I_3 = 1$ А. Общая сила тока в цепи

$$I = I_1 + I_2 + I_3 = 3 \text{ А}.$$

Общую силу тока можно определить по закону Ома и через $R_{общ} = \frac{R_1}{3}$:

$$I = \frac{U}{R_{общ}} = \frac{6 \text{ В}}{2 \text{ Ом}} = 3 \text{ А}.$$

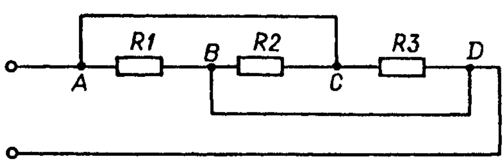


Рис. 56

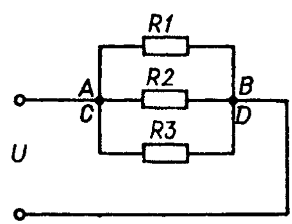


Рис. 57

Глава 13. РАБОТА И МОЩНОСТЬ ТОКА

В данной теме основными вопросами являются работа и мощность электрического тока, тепловое действие тока, закон Джоуля — Ленца и электронагревательные приборы, которые теперь изучают только в VII классе, а на II ступени обучения их лишь повторяют. Это требует больших усилий со стороны учителя.

Учащиеся должны оперировать с единицами: джоуль, ватт, гектоватт и киловатт. Часто бывают недоразумения с единицами работы гектоватт-час и киловатт-час. При решении задач на это следует обратить внимание. Работу совершает электрическое поле, но обычно говорят о работе электрического тока. Целесообразно и на это обстоятельство обратить внимание.

Учащиеся должны твердо знать основные формулы, по которым вычисляют работу тока $A = IUt$, мощность тока $P = IU$, количество теплоты, выделяющееся при нагревании проводника при прохождении по нему тока $Q = I^2Rt$. В этой теме большие возможности для решения экспериментальных задач.

§ 42. Работа и мощность тока

Вначале решают тренировочные задачи для изучения и запоминания формул и единиц измерения работы и мощности электрического тока: $A = IUt$ и $A = Pt$.

235. Какую работу совершит электрический ток в лампочке карманного фонаря за 10 мин, если напряжение на лампе 4 В, а сила тока 250 мА?

Решение. Из формулы $A = IUt$, где силу тока I надо брать в амперах, напряжение U — в вольтах, а время t — в секундах, находят

$$A = 0{,}250\ \text{А} \cdot 4\ \text{В} \cdot 600\text{с} = 600\ \text{Дж} = 0{,}6\ \text{кДж}.$$

236. Определите мощность и работу электрического прибора сопротивлением 24 Ом, если он работает при напряжении 110 В в течение 3 ч.

Решение. Записываем формулу мощности $P = IU$. По закону Ома $I = \frac{U}{R}$ находим силу тока I. Тогда $P = \frac{U^2}{R} =$

$$= \frac{120\ \text{В} \cdot 120\ \text{В}}{24\ \text{Ом}} = 600\ \text{Вт} = 0{,}6\ \text{кВт}.$$

Затем определяем работу тока

$$A = IUt = Pt =$$

$$= 600\ \text{Вт} \cdot 3600\ \text{с} = 6480000\ \text{Дж} = 6{,}48 \cdot 10^6\ \text{Дж} = 6{,}48 \cdot 10^3\ \text{кДж}.$$

237. Определите работу тока в приборе мощностью 600 Вт за 3 ч.

Решение. Данные задачи подставляем в формулу

$$A = Pt = 600\ \text{Вт} \cdot 3600\ \text{с} \cdot 3 = 21480000\ \text{Дж} = 21{,}48 \cdot 10^6\ \text{Дж}.$$

238 (э). Используя данные о мощности и напряжении лампы, написанные на ее цоколе или баллоне, определите сопротивление и силу тока при полном накале лампы.

Решение. На цоколе лампы написано: $P = 100$ Вт, $U = 127$ В. Из формулы мощности тока $P = IU$ находим силу тока $I = \frac{P}{U}$ и сопротивление лампы $R = \frac{U}{I}$:

$$I = \frac{100\ \text{Вт}}{127\ \text{В}} = 0{,}8\ \text{А};\quad R = \frac{127\ \text{В}}{0{,}8\ \text{А}} = 160\ \text{Ом}.$$

239. Необходимо изготовить гирлянду для освещения новогодней елки, используя лампы мощностью 15 Вт на напряжение 12 В. Сколько нужно взять ламп, если напряжение сети 120 В? Какую мощность будет потреблять гирлянда?

Решение. Лампы в гирлянде соединяют последовательно. Так как все лампы одинаковы, то падение напряжения на каждой из них составит 12 В и число ламп $n = \frac{120\ \text{В}}{12\ \text{В}} = 10$. Гирлянда будет потреблять общую мощность $P = 15\ \text{Вт} \cdot 10 = 150$ Вт.

Решение задач на расчет стоимости электроэнергии имеет практическое значение.

240. Рассчитайте стоимость S израсходованной электроэнергии при тарифе $B = 4$ коп/кВт · ч, если показания счетчика до и после выключения прибора соответственно равны $A_1 = 401$ кВт · ч и $A_2 = 421$ кВт · ч.

Решение. Стоимость электроэнергии $S = B(A_2 - A_1)$, т. е. зависит от тарифа и произведенной работы:

$$S = 4\ \text{коп/кВт} \cdot \text{ч}\,(421\ \text{кВт} \cdot \text{ч} - 401\ \text{кВт} \cdot \text{ч}) = 80\ \text{коп}.$$

241 (э). Запишите показания электросчетчика и рассчитайте стоимость электроэнергии, израсходованной за сутки.

§ 43. Тепловое действие тока. Закон Джоуля — Ленца

242. Два проводника сопротивлением 20 и 40 Ом соединили последовательно. Какой из проводников и во сколько раз отдаст окружающим телам большее количество теплоты при прохождении тока?

Решение. При последовательном соединении проводников сила тока в проводниках одинакова. Так как количество теплоты по закону Джоуля — Ленца пропорционально сопротивлению проводника, то проводник сопротивлением 40 Ом выделит вдвое большее количество теплоты, чем проводник сопротивлением 20 Ом.

243. Какое количество теплоты выделит проводник сопротивлением 10 Ом при силе тока 2 А в течение часа?

Решение. Находим количество теплоты по закону Джоуля — Ленца:

$$Q = I^2Rt = 4\ \text{А}^2 \cdot 10\ \text{Ом} \cdot 3600\ \text{с} = 144\,000\ \text{Дж} = 144\ \text{кДж}.$$

244. Определите сопротивление проводника, если при силе тока 2 А за 5 мин он выделил 1200 Дж энергии.

Решение. Из формулы $Q = I^2Rt$ находим сопротивление проводника

$$R = \frac{Q}{I^2t} = \frac{1200\ \text{Дж}}{4\ \text{А}^2 \cdot 300\ \text{с}} = 1\ \text{Ом}.$$

VIII КЛАСС

МЕХАНИКА

Глава 14. ОСНОВЫ КИНЕМАТИКИ

§ 44. Материальная точка. Система отсчета. Перемещение

Решение задач по данной теме должно выработать у учащихся умение пользоваться прямоугольными системами координат для определения положения тел. При этом, как правило, решают задачи о движении материальной точки на плоскости или по прямой. Наибольшую трудность представляют задачи на сложение перемещений, требующие известного пространственного воображения, усвоения новых понятий и действий с векторными величинами. Учащиеся должны твердо усвоить и не смешивать новое для них понятие «перемещение» тела и известное из курса физики VI класса понятие «путь». На примере сложения перемещений учащиеся должны усвоить общее правило сложения векторов.

Большое значение имеют межпредметные связи с математикой (координаты точки, векторы, действия с векторами) и с географией (координаты точки). Прямоугольная система координат, позволяющая определить положение точки на плоскости, известна учащимся из курса алгебры VI класса и геометрии VII класса.

Вначале по теме следует решить несколько задач для формирования и разграничения понятий о физическом теле и материальной точке. Примеры таких задач имеются в учебнике и стабильном задачнике.

При решении этих задач важно обратить внимание на то, что за материальную точку, в зависимости от условий, может быть принято и действительно малое тело, например молекула, и такие гигантские тела, как Солнце и Земля. Здесь важны не абсолютные, а относительные размеры физических тел и расстояний и те вопросы, которые рассматриваются в задаче.

245. Вспомните, как определяются по карте географические координаты (широта и долгота) места. Определите, пользуясь картой, географические координаты вашего города.

Объясните, как отмечают положение фигур на шахматной доске.

246. Нарисуйте в определенном масштабе план класса и, выбрав систему координат, определите в ней координаты места, где вы сидите за партой.

247. Изготовьте модель прямоугольной системы координат. Для этого в клетчатом листе бумаги сделайте надрез и согните его, как показано на рисунке 58. Затем начертите оси x, y, z и, поместив один конец карандаша в начало координат, потренируйтесь в определении координат его второго конца.

При решении данной задачи в классе следует также использовать большую демонстрационную модель прямоугольной системы координат.

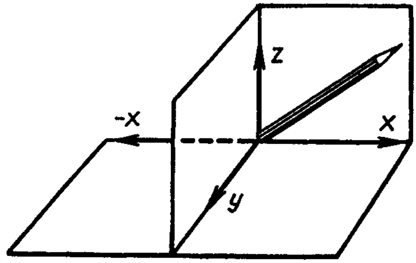


Рис. 58

248. Поскольку движение относительно, то можно утверждать, что Земля движется относительно Солнца, а Солнце движется относительно Земли. На этом основании пытались примирить научно обоснованную систему мира Коперника, в центре которой находится Солнце, с узаконенной церковью системой Птолемея, утверждавшей, что в центре Вселенной находится Земля. В чем ложность этой попытки с физической точки зрения?

Решение. Церковники умышленно подменяли один вопрос другим. Противоречие взглядов Коперника и церкви заключалось не в том, что принять за условно неподвижную систему отсчета для описания движения небесных тел, а в том, каково действительное строение Солнечной системы.

Для закрепления и разграничения понятий о пути и перемещении следует решить качественные задачи, приведенные в учебнике [13, с. 11]. Полезны также задачи такого типа.

249. Рассчитайте путь и перемещение поршня велосипедного насоса при 10 полных его движениях вверх и вниз.

250. Возьмите карту, например своей области, и наметьте начальный и конечный пункты туристского маршрута. Пользуясь курвиметром или проволочкой, линейкой, определите, учитывая масштаб: а) путь туристского похода; б) перемещение туриста от начального до конечного пункта.

§ 45. Действия над векторами и их проекциями

Понятие о векторе, его модуле и направлении, а также о действиях с векторами: сложении, вычитании, умножении вектора на число и скалярном произведении векторов учащиеся узнают в курсе геометрии. Там же даются сведения о координатах вектора. В целях межпредметных связей учитель физики должен использовать эти знания учащихся по математике, а учитель математики наряду с абстрактно математическими решать и физические задачи.

251. На карте изображен маршрут туриста (рис. 59). Определите перемещение туриста. На сколько километров начальный пункт маршрута M_1 находится южнее и западнее конечного пункта M_2?

Решение. Соединив прямой линией (стрелкой) точки M_1, M_2, изобразим перемещение туриста $\vec{s}$. Используя масштаб, найдем модуль перемещения $s = 16$ км.

Выберем систему координат, совместив ее начало с точкой M_1 и направив ось y на север, а ось x — на восток.

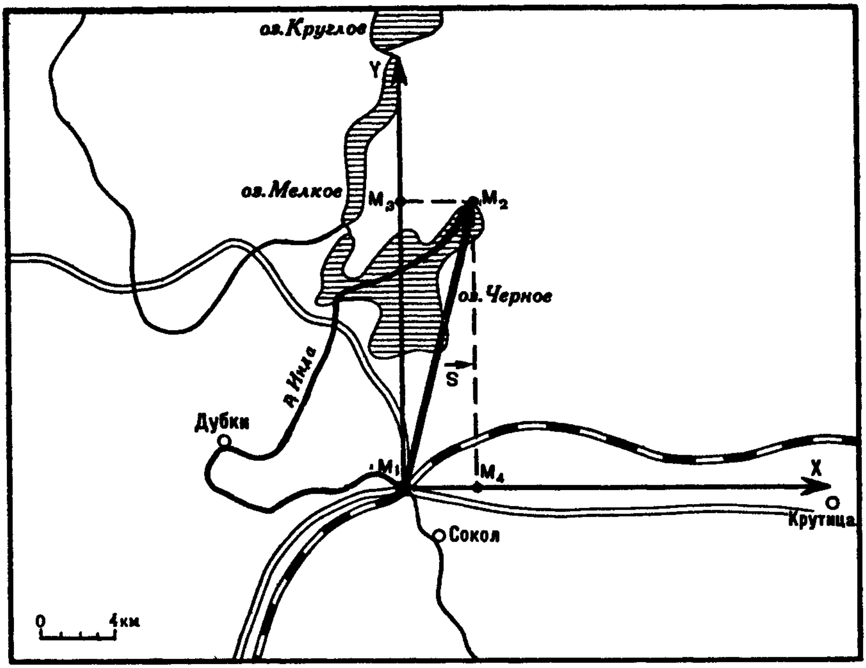


Рис. 59

Координаты точки M_1: $x_1 = y_1 = 0$. Спроецировав точку M_2 на оси y и x, найдем $M_2M_4 = 15{,}2$ км; $M_2M_3 = 4$ км.

Смещение туриста в северном и восточном направлениях находим как проекцию вектора $\vec{s}$ на оси y и x:

$$s_y = y_2 - y_1 = 15{,}2 \text{ км}; \; s_x = x_2 - x_1 = 4 \text{ км}.$$

Проекции вектора s_y и s_x — скалярные величины и могут быть как положительными, так и отрицательными. Как видно из решения подобных задач, знак проекций можно определить по разности координат. Если координата конца вектора больше координаты начала, то проекция положительна, а если меньше — то отрицательна, т. е. проекция имеет знак «+», если от начальной координаты к конечной нужно идти по направлению оси.

Для тренировки учащиеся решают качественные задачи, в которых нужно определить знак проекции векторов на оси координат.

252. Определите знак проекции векторов $\vec{s}_1$, $\vec{s}_2$, $\vec{s}_3$, $\vec{s}_4$, $\vec{s}_5$, $\vec{s}_6$ на оси координат x, y (рис. 60).

253. Автомобиль проехал по улице 400 м, затем свернул вправо и проехал еще 300 м по переулку. Считая движение автомобиля по улице и переулку прямолинейным, найдите путь автомобиля и его перемещение.

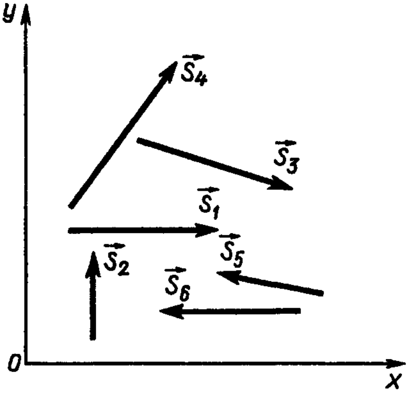


Рис. 60

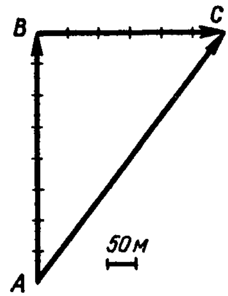


Рис. 61

Р е ш е н и е. Вначале задачу решают качественно, выполняя от руки без точного соблюдения масштаба рисунок, подобный рисунку 61. Затем выбирают масштаб, например 1 см — 50 м. В выбранном масштабе откладывают отрезок 400 м, указывая стрелкой направление перемещения из точки A в точку B. Под прямым углом вправо откладывают отрезок 300 м. Путь автомобиля $s = AB + BC = 400$ м $+ 300$ м $= 700$ м, а модуль перемещения AC равен 500 м.

254. Наблюдая в микроскоп с координатной сеткой за движением броуновской частицы, ученик соединил прямыми линиями положения, которые она занимала через каждую минуту (рис. 62). Является ли линия *абвгде* траекторией движения частицы? Каковы координаты частицы (в условных единицах) в начале и конце наблюдения? Чему равно перемещение и ее проекции на оси x и y?

Р е ш е н и е. Линия *абвгде* не является траекторией броуновской частицы, так как она не определяет ее положения в любой момент времени наблюдения.

Пользуясь масштабом и координатными осями, находим:

$x_a = 2$; $y_a = 3$; $x_e = 5$; $y_e = 7$. $s_x = x_e - x_a = 3$; $s_y = y_e - y_a = 4$; $s = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$.

То же значение перемещения s получится при непосредственном измерении отрезка *ае*.

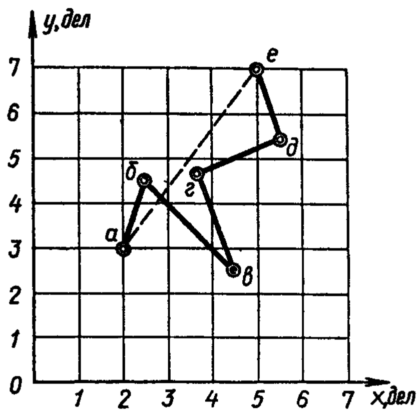


Рис. 62

255. Судя по радиосигналам, корабль, удаляясь от маяка прямо на восток, проплыл 100 км, затем, изменив курс, оказался через некоторое время на расстоянии 150 км в северо-восточном направлении. Найдите перемещение

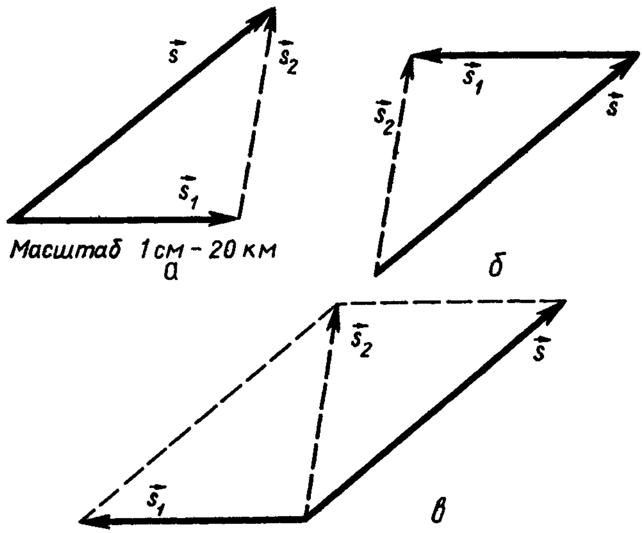


Рис. 63

корабля после того, как он изменил курс, считая, что после этого он двигался, не изменяя направления.

Назначение данной задачи — формирование понятий о вычитании векторов.

Р е ш е н и е 1. В выбранном масштабе (рис. 63,*а*) изобразим перемещение корабля $\vec{s}_1$ на восток и его полное перемещение $\vec{s}$ на северо-восток. По смыслу задачи искомое перемещение равно вектору $\vec{s}_2$.

Эту задачу следует решить и другим способом, используя правила вычитания векторов.

Р е ш е н и е 2. Поскольку вектор $\vec{s}$ является суммой векторов $\vec{s}_1$ и $\vec{s}_2$, то $\vec{s}_2 = \vec{s} - \vec{s}_1$ (рис. 63, *б*). Сумму векторов $\vec{s}$ и $\vec{s}_1$ найдем по правилу, приведенному в учебнике физики [13, рис. 18]. Следует, однако, иметь в виду, что в пособии по геометрии А. В. Погорелова дается правило вычитания векторов, согласно которому векторы $\vec{s}$ и $\vec{s}_1$ следует изобразить так, чтобы они имели общее начало. Учащиеся могут пользоваться правилом, которое они лучше усвоили, в том числе и правилом параллелограмма (рис. 63, *в*).

§ 46. Прямолинейное равномерное движение. Скорость

Понятие о скорости равномерного движения $v = \frac{s}{t}$, как скалярной величине, численно равной пути, проходимому телом в единицу времени, известно учащимся из курса физики VI класса.

В VIII классе учащиеся должны получить более общее понятие о скорости прямолинейного равномерного движения как векторной величине $\vec{v} = \frac{\vec{s}}{t}$, равной отношению перемещения тела за любой промежуток времени к значению этого промежутка. Для разграничения и углубления данных понятий полезны следующие качественные задачи.

256. «В чем различие между величинами, определяемыми выражениями $v = \frac{s}{t}$ и $\vec{v} = \frac{\vec{s}}{t}$, и что общего у них?» [13, с. 20].

Решение. v — скаляр, а $\vec{v}$ — вектор. Модуль скорости v всегда положителен, а проекция вектора скорости $\vec{v}$ на оси x, y, z (v_x, v_y, v_z) может быть как положительной (знак «+»), так и отрицательной (знак «—»).

При равномерном прямолинейном движении v и $\vec{v}$ постоянны.

Типичными являются задачи по нахождению координат движущегося тела x и x_0 и времени движения t. В общем случае, приступая к решению таких задач, учащиеся должны:

1) определить характер движения тел (равномерное, неравномерное, прямолинейное, криволинейное и т. д.);

2) определить начало отсчета времени;

3) выбрать систему и начало координат;

4) записать уравнение в общем виде:

$$\vec{s} = \vec{s}_0 + \vec{v}t; \tag{1}$$

5) записать уравнение в проекциях на оси координат. Например,

$$x = x_0 + v_x t. \tag{2}$$

В первых задачах полезно наглядно изобразить систему координат, указав ее начало и момент отсчета времени. Начало координат обычно стараются выбрать так, чтобы оно совпадало с началом отсчета: $x_0 = 0$ и при этом время $t = 0$. Однако это не всегда бывает рационально. Выбор системы координат условен и определяется только удобством решения. Рассмотрим для примера следующую задачу.

257. По условию задачи 253 составьте уравнение движения автомобиля по улице и переулку, считая, что по улице он ехал равномерно со скоростью 20 м/с, а по переулку — со скоростью 10 м/с. Найдите координаты автомобиля через 10 и 40 с.

Решение. Примем за тело отсчета Землю, ось Y направим вдоль улицы, а ось X — вдоль переулка. Начало отсчета (рис. 64) совместим с перекрестком, а отсчет времени начнем с момента движения автомобиля.

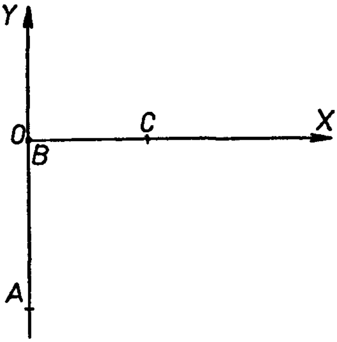


Рис. 64

В общем случае

$$\vec{s} = \vec{s}_0 + \vec{v}t \text{ и } y = y_0 + v_y t.$$

По условию задачи $y_0 = -400$ м;

$$y = -400 + 20t. \qquad (1)$$

Уравнение справедливо только для интервала времени t_1 равномерного движения автомобиля по улице. Найдем это время. При $y = 0$ уравнение (1) примет вид:

$$0 = -400 \text{ м} + 20 \text{ м/с} \cdot t_1,$$

отсюда $t_1 = 20$ с.

Искомое значение y через 10 с найдем по формуле

$$y = -400 + 20 \text{ м/с} \cdot 10 \text{ с} = -200 \text{ м}.$$

Для движения по оси x в общем случае

$$x = x_0 + v_x t.$$

Примем $x_0 = 0$, по условию модуль проекции скорости $v_x = 10$ м/с. Поэтому уравнение движения автомобиля по переулку примет вид:

$$x = 10 \text{ м/с} \cdot t. \qquad (2)$$

Уравнение (2) справедливо только с момента времени $t = t_1 = 20$ с. Следовательно, $x = 10$ м/с$(t - 20$ с$)$, где $t \geqslant 20$ с. Искомое значение x через 40 с найдем по формуле

$$x = 10 \text{ м/с } (40 \text{ с} - 20 \text{ с}) = 200 \text{ м}.$$

258. По прямолинейной автотрассе (рис. 65) движутся равномерно: автобус — вправо со скоростью 20 м/с, легковой автомобиль — влево со скоростью 15 м/с и мотоциклист — влево со скоростью 10 м/с; начальные координаты этих экипажей равны соответственно 500, 200 и —300 м. Напишите их уравнения движения. Найдите: а) координату автобуса через 5 с; б) координату легкового автомобиля и пройденный путь через 10 с; в) через сколько времени координата мотоциклиста будет равна —600 м; г) в какой момент времени автобус проезжал мимо дерева; д) где был легковой автомобиль за 20 с до начала наблюдения [35, № 18].

Решение. При анализе условия задачи устанавливаем,

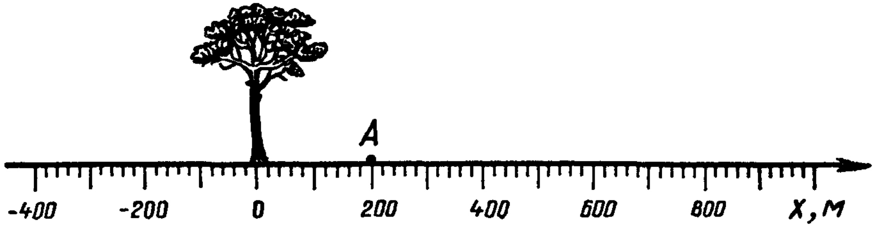


Рис. 65

что тела двигались прямолинейно и равномерно. Следовательно, для движения каждого тела справедливы уравнения:

$$\vec{s} = \vec{s}_0 + \vec{v}t \text{ и } x = x_0 + v_x t.$$

Запишем для примера уравнение движения легкового автомобиля. По условию $x_0 = +200$ м. Автомобиль движется влево, следовательно, проекция его скорости v_x имеет знак «—», так как ось x направлена вправо. Следовательно, $x = 200 - 15t$. Координата автомобиля через 10 с равна

$$x = 200 \text{ м} - 15 \text{ м/с} \cdot 10 \text{ с} = 50 \text{ м}.$$

Путь автомобиля

$$s = vt = 15 \text{ м/с} \cdot 10 \text{ с} = 150 \text{ м}.$$

Координата автомобиля за 20 с до начала наблюдения

$$x = 200 \text{ м} - 15 \text{ м/с} (-20 \text{ с}) = 500 \text{ м}.$$

Наряду с аналитическим, учащиеся должны ознакомиться и с графическим выражением зависимости от времени координат и скорости движущегося тела, это во многих случаях более наглядно и часто при решении задач позволяет избегать громоздких расчетов. Характерные графики приведены в учебнике [13, § 7].

Для закрепления материала решают задачи, в которых по графикам находят искомые величины: координаты, скорость, время, записывают уравнения или же, наоборот, по уравнениям строят графики и по ним анализируют движение.

При решении графических задач последовательно выполняют следующие действия:

1) по обозначениям на осях координат устанавливают, какая пара физических величин находится в функциональной зависимости и какая величина является функцией, а какая аргументом;

2) устанавливают качественно общий вид зависимости (увеличивается, уменьшается или остается без изменения одна величина при изменении другой);

3) если представляется возможным, то устанавливают качественно и вид зависимости;

4) устанавливают физический смысл зависимостей.

Рассмотрим для примера следующую задачу.

259. По заданным графикам (рис. 66) напишите уравнения движений $x = x(t)$. Из уравнений и графиков найдите координаты тел через 5 с, скорости их движения, время и место встречи тел II и III [35, № 20].

Решение. Графики говорят о равномерном прямолинейном движе-

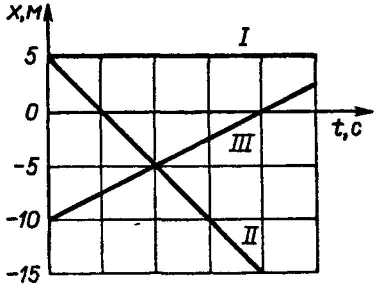


Рис. 66

нии тел II и III, общая формула которого $x = x_0 + vt$. При этом с течением времени координата тела II уменьшается. Следовательно, его скорость направлена противоположно избранному направлению оси x. Тело вначале (5 с) приближается к началу координат, а затем удаляется от него в противоположную сторону. Тело III находится по другую сторону от начала координат и движется навстречу телу II. Тела встречаются через 10 с в точке с координатой $x = -5$ м. Остается найти числовые значения координаты x_0 и скорости v для уравнения движения каждого тела. Для тела II в момент времени $t = 0$ координата $x_0 = 5$ м. Скорость найдем по формуле

$$v = \frac{x_2 - x_0}{t}.$$

Зададим конкретное значение времени $t = 5$ с, которому соответствует разность координат $x - x_0 = -5$. Следовательно, $v_2 = -1$ м/с и уравнение движения тела II имеет вид:

$$x_2 = 5 - t. \qquad (1)$$

Аналогично находим уравнение движения тела III:

$$x_3 = -10 + 0{,}5\,t. \qquad (2)$$

Тело I покоится; $x_1 = 5$ м.

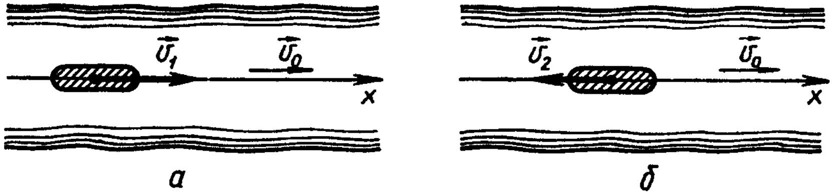
Поучительно для проверки уравнений время и место встречи найти аналитически: для момента встречи тел II и III $x_2 = x_3$. Следовательно, $5 - t = -10 + 0{,}5\,t$, отсюда $t = 10$ с. Подставив значение t в одно из уравнений, найдем $x = -5$ м.

§ 47. Относительность движения. Неподвижные и подвижные системы отсчета

В большинстве задач за неподвижную систему отсчета принимают систему, связанную с Землей. Однако учащиеся должны понимать условность такого выбора и уметь пользоваться другими системами, в которых в качестве тел отсчета принимают и движущиеся относительно Земли тела, что в ряде случаев облегчает решение задачи. Этот прием основан на галилеевых преобразованиях координат. Если система координат x', y', z' движется равномерно и прямолинейно относительно системы x, y, z, то в любой момент времени перемещение тела относительно неподвижной системы координат

$$\vec{s} = \vec{s}_1 + \vec{s}_2,$$

где $\vec{s}_1$ — перемещение тела в подвижной системе, а $\vec{s}_2$ — перемещение самой подвижной системы относительно неподвижной. Следовательно, $\vec{s}_1 = \vec{s} - \vec{s}_2$. Аналогичные соотношения справедливы и для скоростей



а *б*

Рис. 67

$$\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2; \quad \vec{v}_1 = \vec{v} - \vec{v}_2.$$

Сначала решают задачи, подобные приведенным в учебнике [13, упр. 4], на сложение перемещений $\vec{s}_1$ и $\vec{s}_2$ и скоростей $\vec{v}_1$ и $\vec{v}_2$, направленных по одной прямой.

Примеры более сложных задач рассмотрены ниже. Усложнения состоят в том, что: а) искомыми величинами являются перемещение $\vec{s}$ или скорость $\vec{v}_1$ в подвижной системе координат; б) время движения t; в) рассматривается движение нескольких тел и их относительные перемещения и скорости; г) варьируется выбор системы координат, условно принимаемой за неподвижную.

Рассмотрим пример решения типичных задач.

260. Теплоход на подводных крыльях шел вниз по реке со скоростью $v = 80$ км/ч, а вверх — со скоростью $v' = 76$ км/ч. Определите скорость теплохода $\vec{v}_1$ в стоячей воде и скорость $\vec{v}_2$ течения реки.

Решение. Свяжем неподвижную систему отсчета с Землей, а подвижную — с водным потоком. Направление координатной оси x по течению примем за положительное и поясним условие задачи рисунком 67.

Согласно правилу сложения векторов $\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2$. В проекции на ось x

$$v_x = v_{1x} + v_{2x}.$$

С учетом знаков проекций уравнения движения теплохода вниз и вверх по течению соответственно примут вид:

$$v = v_1 + v_2; \quad v' = -v_1 + v_2.$$

Следовательно, $v_1 + v_2 = 80, \quad v_2 - v_1 = -76.$

Решив систему уравнений, найдем $v_2 = 2$ км/ч; $v_1 = 78$ км/ч.

Для формирования понятий о сложении перемещений и скоростей, направленных под углом друг к другу, вначале целесообразно решить следующие экспериментальные задачи.

261 (э). Положите на лист клетчатой бумаги угольник (рис. 68) и перемещайте его вдоль прямой AB на некоторое расстояние. Одновременно двигайте карандаш по направлению движения угольника; против движения; перпендикулярно к нему;

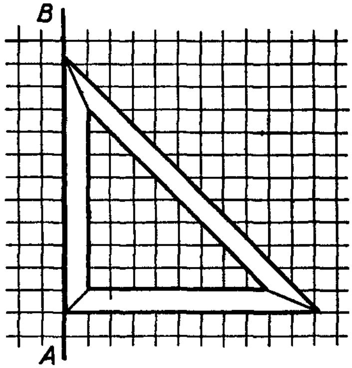


Рис. 68

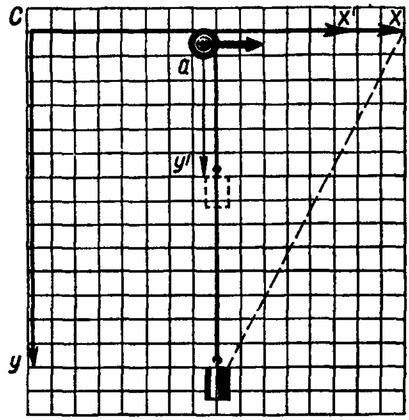


Рис. 69

по гипотенузе. Измерив перемещение угольника и перемещение карандаша относительно угольника, проверьте, выполняется ли правило сложения перемещения.

Решение. Движение карандаша по отношению к неподвижной системе отсчета (бумаге) геометрически складывается из движения в подвижной системе (угольника) и движения подвижной системы (угольника) по отношению к неподвижной.

262 (э). На вертикально поставленную дощечку приколите лист клетчатой бумаги и подвесьте в точке C грузик на нитке, перекинув ее через карандаш a (рис. 69). Изобразите также систему координат x, y. Перемещайте карандаш в горизонтальном направлении и отмечайте положение грузика. По данным опыта найдите перемещение грузика в вертикальном и горизонтальном направлениях и полное его перемещение. Выполняется ли для данного случая соотношение $\vec{s} = \vec{s}_1 + \vec{s}_2$ и что при этом следует принять за неподвижную и что за подвижную системы отсчета?

263. Скорость вертикального подъема груза краном $v_1 = 0{,}2$ м/с (рис. 70). Скорость тележки крана $v_2 = 0{,}1$ м/с. Определите скорость движения груза относительно Земли.

Решение. Свяжем неподвижную систему отсчета с Землей, а подвижную с тележкой крана.

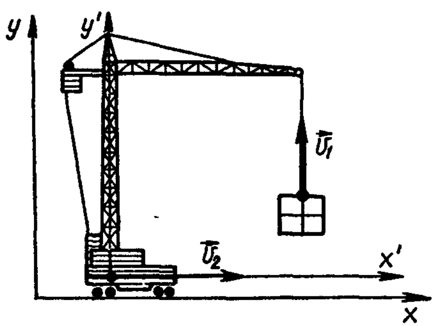


Рис. 70

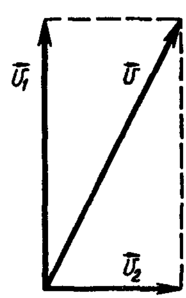


Рис. 71

По правилу сложения скоростей $\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2$.

По условию задачи скорость $\vec{v}$ направлена вверх, а скорость $\vec{v}_2$ горизонтально. Складывая скорости $\vec{v}_1$ и $\vec{v}_2$ в выбранном масштабе по правилу параллелограмма (рис. 71), находим, что $v = 0{,}22$ м/с.

Тот же результат получим при аналитическом решении, используя теорему Пифагора: $v = \sqrt{v_1^2 + v_2^2} = 0{,}22$ м/с.

Глава 15. ПРЯМОЛИНЕЙНОЕ НЕРАВНОМЕРНОЕ ДВИЖЕНИЕ

§ 48. Средняя и мгновенная скорость

Для закрепления и разграничения понятий о средней и мгновенной скорости полезно решить задачи следующего содержания.

264. Определите, в каких случаях говорится о средней и в каких о мгновенной скорости: 1) спидометр мотоцикла показал скорость 70 км/ч; 2) ураган распространялся со скоростью 100 км/ч; 3) скорость ветра достигла 30 м/с; 4) скорость звука в сухом воздухе при температуре —10,9 °С равна 326 м/с.

При решении задач о средней скорости нужно предупредить распространенную ошибку учащихся, пытающихся найти среднюю скорость как среднее арифметическое скоростей тела на разных участках пути. Примеры задач, требующих применения формулы средней скорости $v_{ср} = \frac{s}{t}$, приведены в учебнике [13, упр. 5] и в задачнике [35, № 47—49].

Полезно решение, например, следующей задачи.

265. На рисунке 72 воспроизведено со стробоскопической фотографии движение шарика. Найдите среднюю скорость движения шарика на участке *AB* и

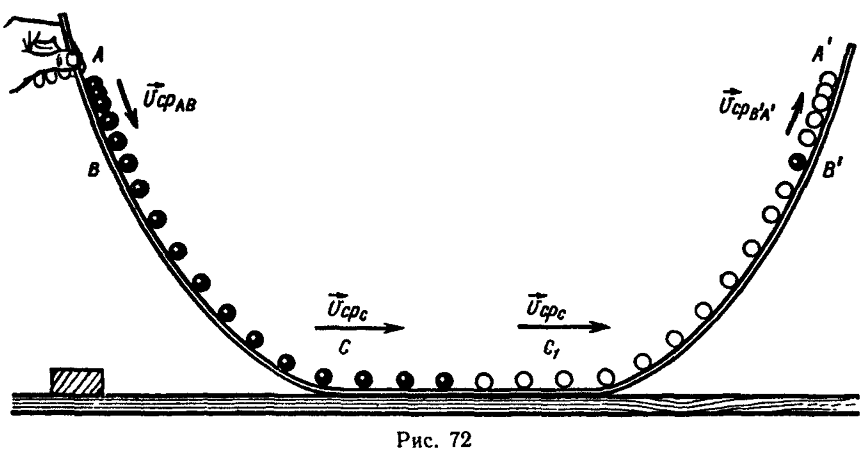


Рис. 72

мгновенную скорость в точке C, зная, что частота съемки 50 раз в 1 с. Натуральная длина спичечного коробка, изображенного на фотографии, равна 50 мм. Движение по горизонтальному участку считать равномерным [35, № 49].

Предварительно учащимся поясняют, что такое стробоскопическая фотография, если это понятие вводится впервые.

Решение. Среднюю скорость находим по формуле $v_{ср} = \frac{s}{t}$. В данном случае, судя по размерам спичечного коробка, расстояние $s_{AB} = 50 \text{ мм} \cdot 2 = 100 \text{ мм} = 1 \cdot 10^{-1} \text{м}$. Для снимков потребовалось 5 интервалов времени, т. е. $t = \frac{5}{50} \text{ с} = 0{,}1 \text{ с}$, поэтому

$$v_{ср AB} = \frac{1 \cdot 10^{-1} \text{м}}{0{,}1 \text{ с}} = 1 \text{ м/с}.$$

Аналогично для горизонтального участка найдем $v_{ср} \approx 2{,}2$ м/с.

В связи с решением этой задачи полезно заметить, что мгновенная скорость (в точке C) — это такая скорость, с которой двигалось бы тело, если, начиная с данного момента, его движение было равномерным.

Важно также разграничить понятия средней и мгновенной скорости. В этих целях можно использовать несколько видоизмененную предыдущую задачу.

266. Если трение ничтожно мало, то стробоскопическая фотография покажет, что шарик вкатывается вверх, как показано на рисунке 72. Вычислите среднюю скорость шарика на участке $B'A'$ и мгновенную скорость в точке C'. Отличаются ли эти скорости от тех, что найдены в предыдущей задаче? Изобразите графически скорости $\vec{v}_{срAB}$, $\vec{v}_C$, $\vec{v}_{срB'A'}$, $\vec{v}_{C'}$ и сделайте вывод о различии.

§ 49. Ускорение. Равноускоренное движение

По определению ускорение

$$a = \frac{\vec{v} - \vec{v}_0}{t}. \qquad (1)$$

По этой формуле можно найти значение среднего ускорения. Для вычислений прибегают к проецированию векторов на избранные оси координат. Обычно ось x направляют так же, как вектор $\vec{v}_0$, и используют уравнение $v_x = v_{0x} + a_x t$.

При решении задач особое внимание следует уделить определению знака проекции ускорения a_x.

Для формирования у учащихся понятия о новой для них физической величине — ускорении полезны следующие задачи.

267. Шарик скатывается вниз по желобу с ускорением 0,15 м/с². Какую скорость будет иметь шарик через 1, 2, 3 с? Запишите формулу скорости для данного движения. Сделайте чертеж, изобразите векторы скорости и ускорения для времени $t_1 = 0$ с, $t_2 = 3$ с.

Решение. Выполним чертеж (рис. 73), направляя ось x вниз параллельно желобу. Начальная скорость шарика в верхней точке

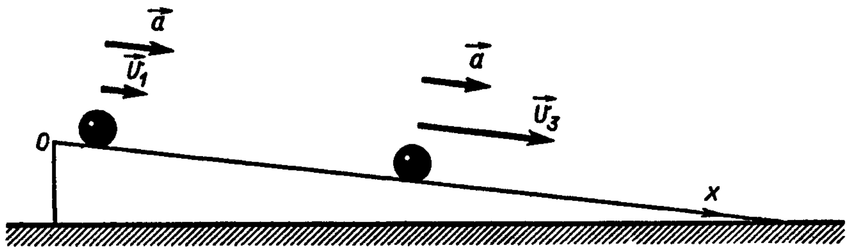


Рис. 73

желоба $v_0 = 0$. Для нахождения скорости через 1, 2, 3 с рассуждаем следующим образом.

Так как $v_0 = 0$, то за 1 с скорость возросла на 0,15 м/с, т. е. $v_1 = 0{,}15$ м/с. Еще через секунду $v_2 = 0{,}30$ м/с.

Для любого момента времени t (так как направление оси совпадает с направлением скорости и ускорения) скорость $v = 0{,}15\ \text{м/с}^2 \cdot t$ с, поэтому $v_3 = 0{,}15\ \text{м/с}^2 \cdot 3\ \text{с} = 0{,}45$ м/с.

При графическом изображении векторов $\vec{v}$ и $\vec{a}$ обращаем внимание на следующее:

1) векторы направлены вдоль наклонной плоскости в одну сторону;

2) масштаб векторов может быть различным, так как это различные физические величины;

3) в верхней точке $v = 0$, но $a \neq 0$ ($a = 0{,}15\ \text{м/с}^2$). Это обстоятельство нередко вызывает недоумение учащихся и на него надо обратить внимание, приводя следующие пояснения:

1) Если бы не было ускорения, т. е. если бы скорость не увеличивалась, то тело при $v = 0$ осталось бы на месте.

2) Из определения ускорения $a = \dfrac{\vec{v} - \vec{v}_0}{t}$ следует, что в частном случае $\vec{v}_0$ может быть равно нулю.

268. Какую скорость будет иметь шарик через 1, 2, 3, 4, 5 с, если его толкнуть вверх по желобу со скоростью 0,60 м/с, если модуль ускорения $a = 0{,}15\ \text{м/с}^2$. Изобразите векторы $\vec{v}$ и $\vec{a}$ для момента времени $t_1 = 0$, $t_2 = 3$ с, $t_3 = 5$ с.

Решение 1. Направим ось x вверх параллельно желобу и вектору $\vec{v}_0$ (рис. 74). Скорость шарика при его движении вверх по желобу за каждую секунду уменьшается на 0,15 м/с, следовательно, $v_1 = 0{,}45$ м/с, а $v_2 = 30$ м/с. Ускорение отрицательно, поэтому в общем случае для данной задачи $v = v_0 - 0{,}15\ \text{м/с}^2 \cdot t$, $v_3 = 15$ см/с; $v_4 = 0$ см/с; $v_5 = -15$ см/с. Следовательно, через 4 с шарик достигнет верхней точки, а затем двинется назад.

Решение 2. Используем чертеж предыдущей задачи и формулу $v_x = v_{0x} + a_x t$. Для данного случая вектор скорости $\vec{v}_0$

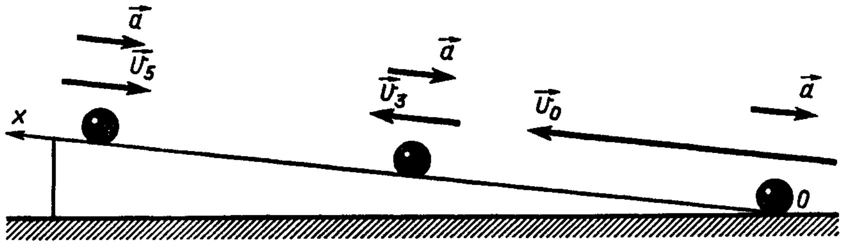


Рис. 74

противоположен направлению оси x, а вектор ускорения $\vec{a}$ совпадает с направлением оси x. Поэтому v_{0x} имеет знак « — », а a_x — знак « + ». Подставив числовые значения, получим:

$$v_x = -60\ \text{см/с} + 15\ \text{см/с}^2 \cdot t.$$

Далее нетрудно найти $v_1 = -60\ \text{см/с} + 15\ \text{см/с}^2 \cdot 1\ \text{с} = -45\ \text{см/с}$. Знак « — » показывает, что направление скорости $\vec{v}$ противоположно оси x; шарик движется вверх. Модуль скорости $v_4 = 0$; $v_5 = +15\ \text{см/с}$. Знак « + » показывает, что направление скорости v_5 и оси x совпадает; шарик движется вниз.

На примере решения 2 видна условность выбора направления оси координат. Для определения знака проекции ускорения a_x нужно руководствоваться следующими соображениями (когда $\vec{v}_0$ и ось координат имеют одинаковое направление):

а) если модуль скорости $\vec{v}$ возрастает, то проекция ускорения a_x — положительна, а если уменьшается (тело «тормозится»), то проекция a_x — отрицательна;

б) направление вектора $\vec{a}$ (а затем и знак его проекции) можно найти, определив направление скоростей тела в двух близких точках $\Delta\vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$, так как $\vec{a} = \dfrac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$.

269. Судя по спидометру, за 1 мин скорость автобуса изменилась с 18 до 72 км/ч. С каким средним ускорением двигался автобус?

Решение. Направим ось x по движению автобуса и изобразим векторы конечной и начальной скорости так, как показано на рисунке 75. Вычитая векторы, находим $\Delta\vec{v}$, а затем ускорение

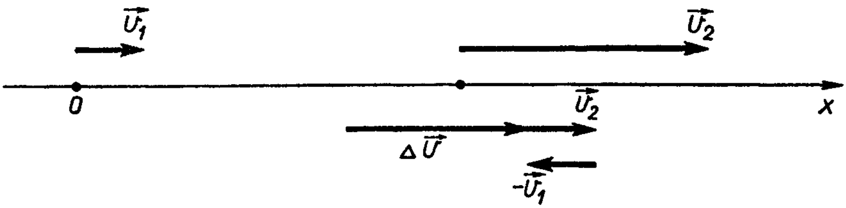


Рис. 75

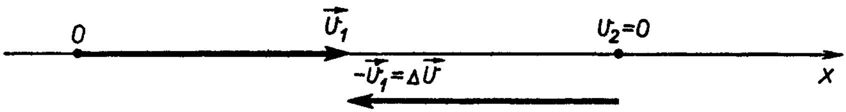


Рис. 76

$$\vec{a}=\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t};\ \vec{a}=\frac{\vec{v}_2-\vec{v}_1}{\Delta t};$$

$v_2 = 72$ км/ч $= 20$ м/с; $v_1 = 18$ км/ч $= 5$ м/с.

Оба вектора направлены вправо, и, следовательно, их проекции положительны:

$$\Delta v = 20\,\text{м/с} - 5\,\text{м/с} = 15\,\text{м/с}$$

Следовательно, положительна и проекция средней скорости

$$a_{\text{ср}}=\frac{15\,\text{м/с}}{60\,\text{с}}=0{,}25\,\text{м/с}^2.$$

270. Двигаясь со скоростью 27 км/ч, мотоциклист, увидев препятствие, затормозил и остановился через 2 с. С каким средним ускорением двигался мотоциклист?

Решение. Выполним чертеж (рис. 76). По чертежу видно, что проекции изменения скорости $\Delta\vec{v}$, а следовательно, и ускорения $\vec{a}$ должны быть отрицательными. По условию $v_2 = 0$; по модулю $v_1 = 27$ км/ч $= 7{,}5$ м/с; $\Delta v = 0$ м/с $- 7{,}5$ м/с;

$$a_{\text{ср}}=-\frac{7{,}5\,\text{м/с}}{2\,\text{с}}\approx -3{,}8\,\text{м/с}^2.$$

271. Пользуясь графиками, изображенными на рисунке 77, поясните, как двигались тела, и запишите формулу скорости для каждого движения.

Решение. Анализ графиков проводят по следующей схеме:

а) устанавливают, как изменяется скорость со временем: если возрастает — движение ускоренное, уменьшается — замедленное, остается постоянной — равномерное;

б) определяют, как изменяется ускорение $\vec{a}=\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$: если график скорости — прямая линия, наклоненная к оси времени, то для любой его точки ускорение — величина постоянная и движения равноускоренное;

в) записывают формулу скорости в виде: $v_x = v_{0x} + a_x t$;

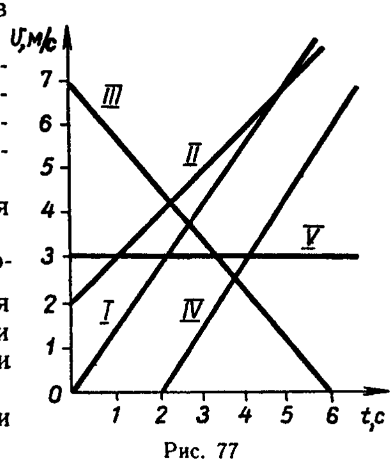


Рис. 77

г) по графику определяют постоянные величины (коэффициенты уравнения): по оси скорости — v_0 и рассчитывают

$$a_x = \frac{\Delta v_x}{\Delta t} = \frac{v_{2x} - v_{1x}}{t_2 - t_1}.$$

Значения v_{0x} и a_x подставляют в общую формулу.

Рассмотрим для примера графики II и V.

Для графика II: $v_0 = 2\,\text{м/с}$; $a = \frac{7\,\text{м/с} - 2\,\text{м/с}}{5\,\text{с}} = 1\,\text{м/с}^2$. Движение равноускоренное: $v = 2\,\text{м/с} + 1\,\text{м/с}^2 \cdot t\,\text{с}$.

Для графика V: $v_0 = 3\,\text{м/с}$; $a = 0$. Движение равномерное. Его можно рассматривать как частный случай равнопеременного движения, когда ускорение равно нулю.

§ 50. Перемещение, путь и координаты тела при равноускоренном движении

В данной теме основной является формула для проекции перемещения

$$s_x = v_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2} \qquad (1)$$

[13, § 13[1]]. В векторной форме данная зависимость имеет вид:

$$\vec{s} = \vec{v}_0 t + \frac{\vec{a} t^2}{2}. \qquad (2)$$

По формуле (1) для равноускоренного движения при положительном значении проекции ускорения a_x вычисляют проекцию перемещения и путь тела. При равнозамедленном движении ($a_x < 0$) значения проекции перемещения s_x и пути s могут не совпадать. В частном случае при $v_{0x} = 0$ формула принимает вид

$$s_x = \frac{a_x t^2}{2}.$$

При решении любых задач формулу (1) следует сначала записывать в общем виде.

Так как координата тела

$$x = x_0 + s_x, \qquad (3)$$

то следствием формул (1) и (3) является формула для координаты тела

$$x = v_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2},$$

на применение которой следует решить ряд задач.

[1] Для отдельных учащихся можно рекомендовать и аналитический вывод. См., например: Белкин И. К. Перемещение при прямолинейном равноускоренном движении.— Квант, 1983, № 10, с. 32—33.

Возможно также при решении задач использовать формулу

$$s_x = \frac{v_x^2 - v_{0x}^2}{2a_x}.$$

Чтобы теснее связать материал о скорости равноускоренного движения с новой темой и полнее использовать уже имеющиеся знания, полезно повторно, но с иной точки зрения использовать ранее рассмотренные задачи о равноускоренном движении.

272. Используя условие задачи № 267, найдите проекцию перемещения шарика s_x и его путь s за 1, 2, 3, 4, 5 с.

Решение. Воспользуемся формулой

$$s_x = v_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2}.$$

Так как $v_0 = 0$ и $a_x > 0$, то

$$s_{1x} = \frac{0{,}15\ \text{м/с}^2 \cdot 1\ \text{с}^2}{2} = 0{,}075\ \text{м}.$$

Аналогично по этой формуле найдем: $s_{2x} = 0{,}30$ м; $s_{3x} = 0{,}68$ м; $s_{4x} = 1{,}2$ м; $s_{5x} = 1{,}9$ м.

Путь s в любой момент времени t равен s_x.

Обращаем внимание на то, что при $a_x > 0$ и при $v_{0x} = 0$ $s_x \sim t^2$.

273. Путь тела s при равноускоренном движении за 1 с равен 3 м. Найдите путь s и проекцию перемещения s_x за 2, 3, 4 и 5 с ($a_x > 0$; $v_{0x} = 0$).

Решение. При $v_{0x} = 0$ путь равен модулю перемещения $s = s_x$. Следовательно,

$$s_{2x} = s_{1x} \cdot 4 = 3\ \text{м} \cdot 4 = 12\ \text{м};$$
$$s_{3x} = s_{1x} \cdot 9 = 3\ \text{м} \cdot 9 = 27\ \text{м};$$
$$s_{4x} = s_{1x} \cdot 16 = 3\ \text{м} \cdot 16 = 48\ \text{м};$$
$$s_{5x} = s_{1x} \cdot 25 = 3\ \text{м} \cdot 25 = 75\ \text{м}.$$

274. Используя условие и решение задачи № 268, найдите перемещение и путь шарика через 2, 4, 6 с.

Решение. Используем рисунок 74. Запишем уравнение движения шарика в векторной, а затем в скалярной форме:

$$\vec{s} = \vec{v}_0 t + \frac{\vec{a}t^2}{2}; \quad s_x = v_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2}.$$

Уравнение позволяет найти модуль и знак проекции перемещения.

Как уже было выяснено в задаче № 268, проекция скорости v_{0x} имеет знак «+», а проекция ускорения a_x — знак «—», поэтому проекция перемещения за 2 с равна

$$s_{2x} = 0{,}60\ \text{м/с} \cdot 2\ \text{с} - \frac{0{,}15\ \text{м/с}^2 \cdot (2\ \text{с})^2}{2} = 0{,}90\ \text{м}.$$

Аналогично найдем $s_{4x} = 1{,}20$ м; $s_{6x} = 0{,}90$ м.

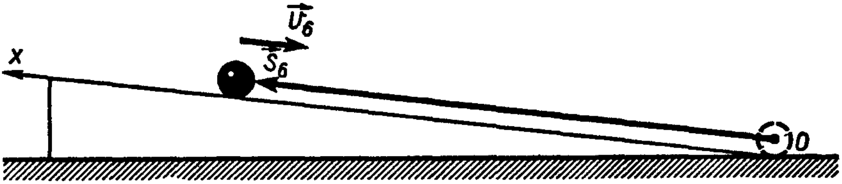


Рис. 78

Перемещение, например, за 6 с изобразится вектором $\vec{s}_6$ (рис. 78).

Из решения задачи № 268 видно, что шарик достигает верхней точки через 4 с. Следовательно, путь шарика равен

$$s_2 = 0{,}90\text{ м};\ s_4 = 1{,}20\text{ м};\ s_6 = 1{,}20\text{ м} + 0{,}30\text{ м} = 1{,}5\text{ м}.$$

275. В тот момент, когда мимо станции со скоростью 5 м/с проходил товарный состав, от платформы в том же направлении отошел пассажирский поезд. Через сколько времени и при какой скорости пассажирский поезд догонит товарный, если он двигался с ускорением 0,30 м/с², а товарный — равномерно?

Решите задачу двумя способами: графически и с помощью расчетов.

Решение 1. Примем за тело отсчета станцию и направим ось x по движению поездов. Товарный состав движется равномерно: $\vec{s} = \vec{s}_0 + \vec{v}t$; $\vec{s}_0 = 0$; тогда в проекции на ось x уравнение примет вид:

$$x_1 = v_{1x}t.$$

Пассажирский поезд движется равноускоренно:

$$\vec{s} = \vec{v}_0 t + \frac{\vec{a}t^2}{2};\ x_2 = v_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2}.$$

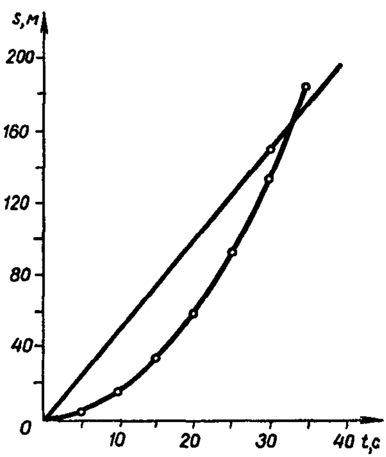


Рис. 79

Так как $v_{0x} = 0$ и $a_x > 0$, то $x_2 = \frac{at^2}{2}$.

Путь за время t движения пассажирского поезда можно найти как произведение $0{,}15\text{ м/с}^2 \cdot t^2$. Для построения графика пути равномерного движения достаточно двух точек, например точки начала координат и точки с координатами $t = 10$ с и $s = 5\text{ м/с} \cdot 10\text{ с} = 50$ м (рис. 79).

По графику находим: пассажирский поезд догонит товарный примерно через 33 с на расстоянии около 170 м от станции.

Найдем модуль средней скорости пассажирского поезда за последние 5 с как близкую к мгновенной:

$$v_{ср} = \frac{50 \text{ м}}{5 \text{ с}} = 10 \text{ м/с}.$$

Решение 2. При аналитическом решении воспользуемся формулами:

$$s_{2x} = \frac{a_x t}{2}; \quad s_{1x} = v_{1x} t.$$

По условию находится время, когда проекции перемещений поездов (или их пути) равны. Поэтому

$$s_{1x} = s_{2x}; \quad v_{1x} t = \frac{a_x t^2}{2}.$$

Отсюда время встречи поездов

$$t = \frac{2v_x}{a_x} = \frac{2 \cdot 5 \text{ м/с}}{0{,}30 \text{ м/с}^2} = 33{,}3 \text{ с}.$$

Следовательно, расстояние от станции равно

$$s_{1x} = v_x t = 5 \text{ м/с} \cdot 33{,}3 \text{ с} = 170 \text{ м}.$$

Модуль скорости пассажирского поезда

$$v = at = 0{,}30 \text{ м/с}^2 \cdot 33{,}3 \text{ с} \approx 10 \text{ м/с}.$$

276. С каким ускорением двигался автомобиль, если на пути 1 км его скорость возросла с 36 до 72 км/ч?

Этот тип задач интересен тем, что в нем требуется определить ускорение, когда неизвестно время движения. Задачу можно решить с помощью системы двух уравнений:

$$s_x = v_{0x} t + \frac{a_x t^2}{2}; \qquad (1)$$

$$v_x = v_{0x} + a_x t. \qquad (2)$$

Рациональнее, однако, воспользоваться уравнением

$$v_x^2 - v_{0x}^2 = 2as_x, \text{ откуда } a_x = \frac{v_x^2 - v_{0x}^2}{2} = 0{,}15 \text{ м/с}^2.$$

§ 51. Криволинейное движение. Движение по окружности

Цель решения задач по данной теме — сформировать понятие о криволинейном движении как движении с переменной скоростью, направленной по касательной к траектории, т. е. при криволинейном движении тело всегда движется с ускорением.

Вычислительные задачи в VIII классе решают преимущественно на равномерное движение по окружности. В этих задачах главное внимание обращают на вычисление угла поворота, угловой скорости или периода вращения, линейной (окружной) скорости. Значительное внимание следует уделить расчетам центростремительного ускорения, поскольку эти знания и умения потребуются учащимся при изучении динамики.

Углы измеряют в новых, непривычных для учащихся, единицах — радианах, а угловую скорость — в рад/с.

Для закрепления понятия о радиане нужно провести тренировочное упражнение по переводу радиан в градусы и наоборот.

Угловую скорость рассчитывают по формуле:

$$\omega = \frac{\varphi}{t},$$

где φ — угол поворота за время t.

Для запоминания и понимания учащимися этой формулы, особенно на первых порах, полезно обращаться к аналогии с формулой линейной скорости $v = \frac{s}{t}$.

Для решения задач важно, чтобы учащиеся твердо усвоили и умели использовать зависимость между линейной и угловой скоростью равномерного вращательного движения $v = \omega R$.

Нужно обратить также внимание на понимание учащимися формул $\omega = \frac{2\pi}{T}$ и $\omega = 2\pi n$, подчеркивая, что при измерении периода обращения T в секундах угловая скорость ω имеет размерность рад/с ($с^{-1}$).

Задачи должны также помочь учащимся составить представление об относительности движения тела при вращении системы отсчета.

277. Укажите, что нужно взять за тело отсчета, чтобы получить движение по окружности следующих точек: а) точек конца стрелок наручных часов; б) точек обода колеса едущего велосипеда; в) точек пропеллера летящего самолета.

Ответ: а) циферблат часов; б) велосипед; в) самолет.

278 (э). В отверстие картонного кружка, находящегося на некотором расстоянии от центра, вставьте острие карандаша. Положив кружок на лист бумаги, катите его вдоль линейки. Какую траекторию опишет острие карандаша? В какой системе траектория острия будет окружностью?

Решение. В системе отсчета, связанной с листом бумаги (рис. 80), острие карандаша опишет криволинейную траекторию (циклоиду). Траектория является окружностью относительно системы отсчета, которая связана с осью O.

279. Минутная стрелка часов сделала 5 полных оборотов. Вычислите угол поворота стрелки в градусах и радианах, а угловую скорость в радианах в секунду (рад/с).

Рис. 80

Решение. При одном обороте стрелка поворачивается на угол 360°, поэтому $\varphi = 360° \times 5 = 1800°$; $360° = 2\pi$ рад. Следовательно, $\varphi = 6{,}28$ рад $\times 5 = 31{,}40$ рад.

$$\omega = \frac{\varphi}{t},\ t = 5\ \text{мин} = 300\ \text{с}.$$

$$\omega = \frac{31{,}40\ \text{рад}}{300\ \text{с}} = 0{,}105\ \text{рад/с}\ (\text{с}^{-1}).$$

280. Допустимо ли насадить точильный круг на вал двигателя, делающего 2850 об/мин, если на круге имеется штамп завода: «35 м/с, 0,250 мм»? [22, № 146].

Решение. Чтобы ответить на вопрос задачи, нужно определить, какую линейную скорость будет иметь точка точильного круга, расположенная на конце его радиуса.

В первых задачах желательно пользоваться такой записью, чтобы учащиеся усвоили смысл формул и систему единиц

$$v = \frac{s}{t} = \frac{2\pi R}{T} = \omega R = 2\pi R n = \pi D n.$$

Если скорость v выражена в метрах в секунду (м/с), то радиус R берут в метрах, угловую скорость $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi n$ в радианах в секунду (рад/с) или с^{-1}. В формуле $v = 2\pi R n = \pi D n$ n — число оборотов в секунду, а D — диаметр вала. В данном случае $D = 250\ \text{мм} = 0{,}25$ м. Искомая скорость точильного круга

$$v = \frac{3{,}14 \cdot 0{,}25\ \text{м} \cdot 2850}{60\ \text{с}} = 37\ \text{м/с}.$$

Насаживать точильный круг, если он работает при такой скорости, недопустимо.

281. На рисунке 81 изображена траектория движения лыжника с горы. В конце наклонного прямолинейного участка пути в точке O_1 лыжник двигался со скоростью $v_1 = 20$ м/с. Время движения лыжника по криволинейной траектории $t = 0{,}75$ с. Наклон горы равен 60°. Найдите графически изменение скорости $\Delta\vec{v}$ и вычислите модуль среднего ускорения на участке O_1O_2.

Решение. В выбранном масштабе изобразим векторы $\vec{v}_1$ и $\vec{v}_2$ (рис. 82). Проведем касательные к траектории в точках O_1 и O_2 и по правилу вычитания векторов найдем вектор $\Delta\vec{v}$, который по модулю равен 23 м/с; модуль ускорения $a_{\text{ср}} = \frac{23\ \text{м/с}}{0{,}75\ \text{с}} = 31\ \text{м/с}^2$.

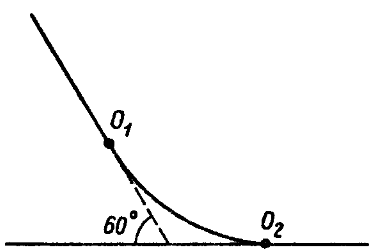


Рис. 81

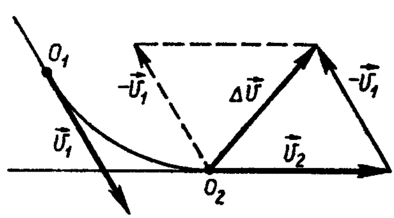


Рис. 82

282. Найдите центростремительное ускорение Луны при движении по орбите вокруг Земли и сравните его с ускорением свободного падения g, которое равно 9,8 м/с^2. Расстояние между центрами Земли и Луны 384 000 км, а период обращения Луны вокруг Земли 27,3 сут.

Решение. Модуль центростремительного ускорения

$$a = \omega^2 R = \frac{4\pi R}{T^2} = \frac{4 \cdot 3{,}14 \cdot 384 \cdot 10^6 \text{ м}}{(27{,}3 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 \text{ с})^2} = 0{,}0027 \text{ м/с}^2;$$

$$\frac{g}{a} = \frac{9{,}8 \text{ м/с}^2}{0{,}0027 \text{ м/с}^2} = 3600.$$

283. Определите модуль скорости v и центростремительного ускорения a точек земной поверхности на экваторе. Радиус Земли примите равным 6400 км.

Решение. Точки земной поверхности на экваторе движутся по окружности радиуса R, поэтому модуль их скорости

$$v = \frac{2\pi R}{T} = 465 \text{ м/с}; \; a = \frac{v^2}{R} = 0{,}034 \text{ м/с}^2.$$

Глава 16. ОСНОВЫ ДИНАМИКИ

§ 52. Первый закон Ньютона

При изучении инерции в средней школе обычно решают задачи, в которых не принимают во внимание размеры тела, т. е. рассматривают инерцию материальной точки.

При решении задач на первый закон Ньютона в VIII классе нужно учитывать и использовать знания, которые учащиеся получили в VI классе. Для повторения материала полезно решить несколько несложных задач, подобных приведенным в главе 5.

284. Древнегреческий ученый Аристотель утверждал, что без силы нет движения, а французский ученый Декарт писал: «Полагаю, что природа движения такова, что, если тело пришло в движение, уже этого достаточно, чтобы оно его продолжало с той же скоростью и в направлении той же прямой линии, пока оно не будет остановлено или отклонено какой-либо другой причиной»[1]. Кто прав — Аристотель или Декарт? Подтвердите свои выводы примерами.

285. Парашютист падает с постоянной по модулю скоростью. Чему равен модуль силы сопротивления воздуха при этом движении?

Назначение задачи № 285 — углубить понятие о том, что при равномерном и прямолинейном движении на тело действуют уравновешенные силы.

286. Справедлив ли закон инерции для системы отсчета, связанной с автобусом, который: а) набирая скорость, отходит от остановки; б) тормозит, подъезжая к остановке; в) движется с постоянной скоростью на прямолинейном участке пути; г) движется по криволинейному участку пути.

Решение. Для случаев а), б), г) закон инерции для системы отсчета, связанной с автобусом, не справедлив. Эта система не-

---

[1] Кудрявцев П. С. История физики.— М.: Учпедгиз, 1956, т. 1, с. 167.

инерциальная, так как в ней можно наблюдать неравномерные и криволинейные движения тел, хотя на них не действуют другие тела: например, при остановке пассажиры наклоняются вперед; на криволинейном участке пути наклоняются в сторону и т. д. В случае в) система инерциальная.

287. В «Занимательной физике» Я. И. Перельмана обсуждается «самый дешевый способ путешествовать» — подняться на воздушном шаре и подождать, пока Земля повернется. Поскольку линейная скорость точек на экваторе около 465 м/с, а на широте Ленинграда — 232 м/с, то это, видимо, и есть «очень быстрый способ путешествовать». Осуществим ли он? Ответ объясните.

Решение. Воздушный шар вследствие инертности движется с такой же скоростью, как и поверхность Земли, с которой он поднялся.

Иногда ученики считают, что такой способ путешествия неосуществим потому, что шар увлекается земной атмосферой. Если подняться и за пределы атмосферы, например на ракете, то все равно путешествие окажется невозможным по указанной выше причине.

§ 53. Второй закон Ньютона

Вначале решают задачи об инертности и массе тел, подобные тем, которые решали в VI классе. При этом следует, однако, использовать формулу

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{m_2}{m_1},$$

где a_1 и a_2 — модули ускорений как поступательного, так и вращательного движения. Следует кратко повторить известные учащимся из курса физики VI класса сведения о силах тяжести, трения и взаимодействия молекул, единицах их измерения, графическом изображении и сложении сил, когда силы действуют по одной прямой.

При решении задач на второй закон Ньютона учащиеся должны использовать следующие общие правила:

1) изобразить схематически тело и указать все действующие на него силы и кинематические величины;

2) выбрать тело отсчета и инерциальную систему отсчета (одну из осей декартовой системы координат обычно проводят в направлении движения тела; при вращательном движении тела одну из осей проводят в направлении радиуса, а вторую совмещают с касательной);

3) указать начало координат и начало отсчета времени;

4) для каждого тела записать уравнение второго закона Ньютона применительно к условиям задачи

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + ... + \vec{F}_n = m\vec{a};$$

5) заменить векторные уравнения скалярными, спроецировав

все векторы на оси координат:

$$F_{1x} + F_{2x} + \ldots + F_{nx} = ma_x; \; F_{1y} + F_{2y} + \ldots + F_{ny} = ma_y;$$
$$F_{1z} + F_{2z} + \ldots + F_{nz} = ma_z;$$

6) решить полученное уравнение относительно искомой величины.

Так как в средней школе, как правило, решают задачи о движении тел в одной плоскости, то для этого случая достаточно использовать только одно или два скалярных уравнения, написанные обычно для осей координат, направленных по линии скорости и перпендикулярно к ней.

Второй закон Ньютона при решении несложных задач можно записать в виде $\vec{F} = m\vec{a}$, где масса m и ускорение $\vec{a}$ в данной формуле относятся к одному и тому же телу или системе тел, а сила $\vec{F}$ является внешней силой (или суммой внешних сил). (Внутренние силы не могут сообщить телу ускореиия и вызвать его перемещение.) Такие задачи помогают уяснить физическую сущность второго закона Ньютона. Более сложные задачи решают в теме «Применение законов динамики» (гл. 18).

При решении несложных тренировочных задач главное внимание обращают на знание и понимание зависимости $\vec{F} = m\vec{a}$ и операции с единицами измерения. Последующие задачи служат для формирования понятия о векторном характере величин, входящих в формулу второго закона Ньютона. При этом нужно научить учащихся определять направление векторных величин, особенно ускорения. Ускорение всегда имеет то же направление, что и сила.

При решении задач, в которых неизвестно направление сил, действующих на тело, направление ускорения определяют по формуле $\vec{a} = \frac{\vec{v} - \vec{v}_0}{\Delta t}$ (гл. 15).

288. Два шарика с отверстиями связаны нитью и насажены на стержень, по которому они могут скользить с незначительным трением (рис. 83). Каково отношение масс шариков, если при их вращении они остаются в равновесии, когда один из них находится на расстоянии $R_1 = 7$ см, а второй — на расстоянии $R_2 = 14$ см от оси вращения?

Решение. Благодаря нити шарики действуют друг на друга и при этом должно соблюдаться соотношение:

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{a_2}{a_1},$$

где a_1 и a_2 — модули центростремительных ускорений шариков. Но $a_2 = \omega^2 R_2$; $a_1 = \omega^2 R_1$, следовательно,

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{\omega^2 R_2}{\omega^2 R_1} = 2.$$

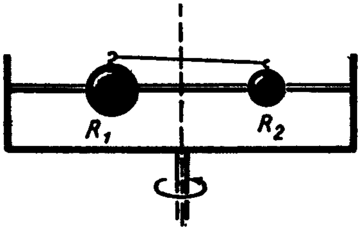


Рис. 83

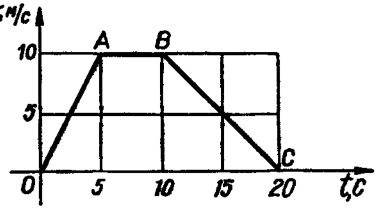


Рис. 84

289. В опыте (см. рис. 83) шарики соединили невесомым динамометром. Какую силу покажет динамометр, если масса первого шарика 100 г, а период вращения 0,50 с? Куда направлена эта сила?

Решение. По второму закону Ньютона действующая на шарик сила $\vec{F} = m\vec{a}$, где $\vec{a}_1$ — центростремительное ускорение. По модулю

$$a_1 = \omega^2 R_1;\ R_1 = 0{,}070\ \text{м};\ \omega = \frac{2\pi}{T};$$

$$F = 0{,}100\ \text{кг}\,\frac{(2\cdot 3{,}14)^2}{(0{,}50\ \text{с})^2}\cdot 0{,}070\ \text{м} = 1{,}1\ \text{Н}.$$

Вектор силы, как и вектор ускорения, в любой момент времени направлен к оси вращения.

В задачах показывается, что $a \sim F$ и $a \sim \frac{1}{m}$. Для этого вычисляют ускорение одного и того же тела под действием различных сил [35, № 130] или ускорение различных по массе тел под действием одной и той же силы [35, № 132]. В целях связи с предыдущим материалом, повторения и применения знаний по кинематике заслуживают также внимания задачи такого типа.

290. На рисунке 84 дан график изменения скорости тела массой 2 кг. Найдите силу, действующую на тело на каждом этапе движения [35, № 140].

Решение. Запишем второй закон Ньютона $\vec{F} = m\vec{a}$. Для определения силы по графику нужно найти ускорение. Проанализируем графики. Первые пять секунд модуль скорости тела увеличивался пропорционально времени, о чем свидетельствует линия OA, следовательно, ускорение — величина положительная:

$$a = \frac{v - v_0}{t} > 0.$$

Из графика видно, что $v_0 = 0$, поэтому

$$a = \frac{v}{t} = \frac{10\ \text{м/с}}{5\text{с}} = 2\ \text{м/с}^2;$$

тогда

$$F_1 = 2\ \text{кг}\cdot 2\ \text{м/с}^2 = 4\ \text{Н}.$$

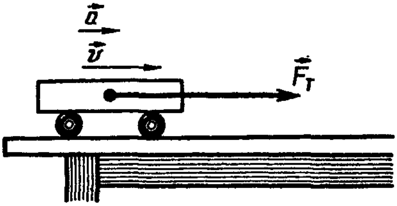


Рис. 85

Последующие пять минут модуль скорости тела не изменялся: $a = 0$; $F = 0$. В следующие 10 с скорость тела уменьшалась. Прямая BC говорит о равноускоренном (равнозамедленном) движении ($a < 0$):

$$a = \frac{v_c - v_в}{t}; \; v_c = 0;$$

$$a = -\frac{v_в}{t} = -\frac{10 \text{ м/с}}{10 \text{ с}} = -1 \text{ м/с}^2,$$

тогда

$$F_3 = -2 \text{ кг} \cdot 1 \text{ м/с} = -2 \text{ Н}.$$

291. С каким ускорением придет в движение вагонетка массой 200 кг, если на нее начнет действовать сила тяги $F_т = 20$ Н. Укажите на чертеже направление векторов скорости, силы и ускорения. Трение не учитывайте.

Решение. Выполнив схематичный чертеж (рис. 85), изобразим на нем только силу тяги, сообщающую вагонетке ускорение. (Во избежание громоздкости чертежа и преждевременного рассмотрения вопроса о силе реакции опоры эту силу и силу тяжести на рисунке не изображаем.) Систему отсчета связываем с Землей. Ось x направим по движению тележки.

Направление вектора ускорения $\vec{a}$ совпадает с направлением вектора силы тяги $\vec{F}_т$. Так как в начальный момент тележка находилась в состоянии покоя, то направление вектора скорости совпадает с направлением векторов ускорения и силы тяги. Это видно также из формулы

$$\vec{a} = \frac{\vec{v} - \vec{v}_0}{t}.$$

Так как $\vec{v}_0 = 0$, то $\vec{a} = \frac{\vec{v}}{t}$. Направления скорости и ускорения совпадают.

Проецируем векторы на ось x: $F_{т_x} = ma_x$. Проекция ускорения $a_x > 0$ и по модулю равна

$$a = \frac{F_т}{m} = \frac{20 \text{ Н}}{200 \text{ кг}} = 0{,}1 \text{ м/с}^2.$$

§ 54. Третий закон Ньютона

При решении задач на третий закон Ньютона целесообразно обратить внимание учащихся на следующее:

1) силы всегда возникают парами. Если есть одна сила, то есть и другая, ей противоположная;

2) силы приложены к различным телам, поэтому не имеют равнодействующей;

3) третий закон Ньютона ничего не говорит о результатах действия сил. Об этом говорит второй закон Ньютона.

Задачи решают по схеме: находят равные по модулю и противоположно направленные силы, с которыми действуют друг на друга тела; рассматривают каждое тело в отдельности и, учитывая все действующие на него силы, определяют, что произойдет с рассматриваемым телом: изменится ли его движение, возникнет деформация и т. д.

На третий закон Ньютона решают сравнительно несложные качественные задачи. Для решения более сложных задач третий закон Ньютона используют в связи с изучением реактивного движения, закона всемирного тяготения и ряда других тем.

292. Укажите направление и точки приложения действующей и противодействующей сил в следующих случаях: груз висит на динамометре; рука держит ведро с водой; газ давит на поршень двигателя.

293 (э). Каковы будут показания динамометров (рис. 86)? Проверьте ваш ответ на опыте. (Вес нижнего динамометра в расчет не принимайте.)

294 (э). На весах уравновешен стакан с водой. Нарушится ли равновесие весов, если в воду погрузить карандаш и держать его в руках, не касаясь стакана? Проверьте ваш ответ на опыте. (Вода не должна выливаться из стакана.)

Решение. На карандаш вверх со стороны жидкости действует архимедова сила. По третьему закону Ньютона карандаш тоже действует на жидкость с силой, равной по модулю, но направленной вниз. Чашка весов со стаканом опустится вниз.

295. К пристани на озере приближаются две одинаковые лодки (рис. 87). Оба лодочника подтягивают лодки с помощью веревки. Противоположный конец веревки первой лодки привязан к тумбе на пристани; противоположный же конец веревки второй лодки находится в руках матроса на пристани, который также тянет веревку к себе. Все трое прилагают одинаковые усилия. Какая лодка причалит раньше?

Решение. Так как лодочники тянут за веревку с равной по модулю силой, значит, и со стороны веревок на лодки действуют одинаковые по модулю силы. Лодки будут двигаться с одинаковой скоростью и причалят одновременно.

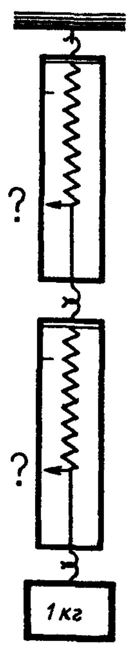


Рис. 86

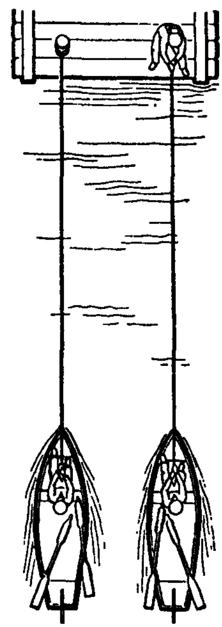


Рис. 87

Глава 17. СИЛЫ В ПРИРОДЕ

При изучении данной темы учащиеся должны получить понятие о силах упругости, гравитационных силах и силах трения. В соответствии с этим решают задачи на закон Гука, закон всемирного тяготения и законы трения. Эти сведения и навыки, важные сами по себе, имеют большое значение и для изучения последующего материала, особенно о применении законов движения Ньютона.

Тема позволяет решить ряд важных задач, имеющих большое мировоззренческое и политехническое значение. Первоначальные сведения о силах различной природы учащиеся получили в курсе физики VI и VII классов; эти сведения необходимо повторить. В VIII классе решают более сложные, в том числе и вычислительные задачи, с использованием знаний по кинематике и динамике.

§ 55. Силы упругости

В данном разделе учащиеся получают общее представление о силах упругости, возникающих при деформации тел. В связи с этим решают качественные задачи о силах, возникающих при сжатии твердых тел, жидкостей и газов. Для твердых тел изучают также закон Гука ($F_{\text{упр}_x} = -kx$).

296. Какая сила приводит в движение пулю пневматического ружья и стрелу лука? Какова причина возникновения сил?

297. Какой груз нужно подвесить к пружине, жесткость которой $k = 1000$ Н/м, чтобы растянуть ее на 10 см?

Решение. При растяжении пружины возникают силы упругости, для которых справедлив закон Гука: $F_{\text{упр}_x} = -kx$. По третьему закону Ньютона вес груза $\vec{P} = \vec{F}_{\text{упр}}$. По модулю вес $P = 1000$ Н/м $\cdot 0{,}1$ м $= 100$ Н.

298. Грузовик взял на буксир легковой автомобиль «Волгу» массой $m = 2{,}0$ т и, двигаясь равноускоренно, за 50 с проехал путь 400 м. На сколько удлинился при этом трос, соединяющий автомобили, если его жесткость $k = 2{,}0 \cdot 10^6$ Н/м. Трение не учитывайте.

Решение. Направим ось координат по движению автомобилей. При буксировке трос растягивается и действует на легковой автомобиль согласно закону Гука с силой $F_{\text{упр}x} = -kx$. По модулю $x = \frac{F}{k}$. Сила упругости троса сообщает «Волге» ускорение, поэтому $(F_{\text{упр}})_x = ma_x$. Проекцию ускорения a_x найдем из формулы для проекции перемещения

$$s_x = \frac{a_x t^2}{2} \Rightarrow a_x = \frac{2s_x}{t^2}.$$

Следовательно,

$$x = \frac{2ms_x}{kt^2}; \qquad x = \frac{2000\ \text{кг} \cdot 2 \cdot 400\ \text{м}}{2{,}0 \cdot 10^6\ \text{Н/м} \cdot 50 \cdot 50\ \text{с}^2} = 1{,}6 \cdot 10^{-3}\ \text{м} = 1{,}6\ \text{мм}.$$

§ 56. Гравитационные силы

Модули гравитационных сил, действующих между двумя любыми частицами вещества, пропорциональны произведению их масс m_1 и m_2 и обратно пропорциональны квадрату расстояния r между ними:

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}, \quad G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \text{Н} \cdot \text{м}^2/\text{кг}^2.$$

Эта формула справедлива для точечных тел, линейными размерами которых можно пренебречь по сравнению с расстояниями между ними. Если же необходимо найти силы притяжения между двумя телами произвольной формы, расположенными близко друг от друга, то нужно последовательно рассмотреть, а затем просуммировать силы взаимодействия между их отдельными частицами. Поэтому задачи, в которых, например, нужно определить силу притяжения между рядом стоящими людьми, вагонами и т. д., можно решать по данной формуле с соответствующими оговорками. Только к однородным телам сферической формы данная формула применима независимо от их размеров и взаимных расстояний.

На закон всемирного тяготения полезно решить ряд задач исторического содержания, поясняющих методы, которыми пользовались ученые при установлении и проверке данного закона, а также задачи мировоззренческого характера, в том числе связанные с освоением космоса (гл. 18, §60—61).

299. Почему отвес, опущенный с обрыва большой горы, немного отклоняется от вертикального направления?

300. Какими опытами можно было бы проверить, изменяется ли вес тела в зависимости от его высоты над поверхностью Земли?

301. Расстояние между центрами Земли и Луны равно 60 земным радиусам. Пользуясь данными задачи № 282 и считая, что центростремительное ускорение Луны обусловлено силой земного притяжения, сделайте вывод: как изменяется эта сила с расстоянием?

Решение. Используя данные задачи № 282, для модулей ускорений и сил можно записать:

$$\frac{a}{g} = \frac{ma}{mg} = \frac{F_1}{F_2} = \frac{1}{3600},$$

где F_1 — модуль силы тяготения, действующей на тело массой m на расстоянии 60 земных радиусов, а F_2 — модуль силы, с которой данное тело притягивается Землей на расстоянии одного радиуса от ее центра. Расстояние увеличилось в 60 раз, а сила уменьшилась в 60^2 раз, следовательно, $F \sim \frac{1}{r^2}$, т. е. сила обратно пропорциональна расстоянию между телами.

302. В одной опытной проверке закона всемирного тяготения сила притяжения между свинцовым шаром массой 5 кг и шариком массой 10 г на расстоянии

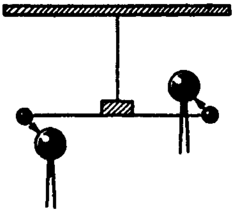


Рис. 88

7 см была равна $6{,}13\cdot10^{-8}$ Н (рис. 88). Чему равна на основании этих данных гравитационная постоянная?

Ответ: $G = 6\cdot10^{-11}$ м^3/(кг$\cdot$с^2).

303. Используя закон всемирного тяготения, определите: а) массу Земли; б) ускорение свободного падения на высоте 3600 км.

Решение. а) Для любого тела на Земле сила тяготения $\vec{F} = m\vec{g}$, по модулю $F = G\frac{mM_З}{r^2}$, откуда $M_З = \frac{gr^2}{G}$. Принимая $r = 6400$ км, получим $M_З \approx 6\cdot10^{24}$ кг.

б) По закону всемирного тяготения модуль силы

$$F = G\frac{mM_З}{r^2} = mg \Rightarrow g = G\frac{M_З}{r^2},$$

где $M_З$ — масса Земли, а r — расстояние от ее центра. Подставив в эту формулу значения величин, найдем

$$g = 6{,}67\cdot10^{-11}\ \text{Н}\cdot\text{м}^2/\text{кг}^2\ \frac{6\cdot10^{24}\ \text{кг}}{(64\cdot10^5\ \text{м} + 36\cdot10^5\ \text{м})^2} = 4\ \text{м/с}^2.$$

304. Рассчитайте, с какой силой Земля притягивается Солнцем. Какую площадь поперечного сечения должен был бы иметь стальной трос, чтобы выдержать эту силу, если принять, что трос сечением 1 см^2 выдерживает груз весом $7\cdot10^4$ Н.

Решение. Модуль силы найдем по закону всемирного тяготения

$$F = G\frac{M_C M_З}{r^2} = \frac{6{,}67\cdot10^{-11}\ \text{Н}\cdot\text{м}^2/\text{кг}^2\cdot2\cdot10^{30}\ \text{кг}\cdot6\cdot10^{24}\ \text{кг}}{1{,}5^2\cdot10^{22}\ \text{м}^2} = 3{,}5\cdot10^{22}\ \text{Н}.$$

Выразим грузоподъемность троса в СИ: $7\cdot10^4$ Н/см^2 $= 7\cdot10^8$ Н/м^2. Тогда гипотетический трос должен был бы иметь площадь

$$S_{тр} = \frac{3{,}5\cdot10^{22}\ \text{Н}}{7\cdot10^8\ \text{Н/м}^2} = 5\cdot10^{13}\ \text{м}^2 = 5\cdot10^7\ \text{км}^2.$$

Анализируя ответ, интересно вычислить площадь большого круга земного шара ($S_З = \pi R^2 = 3{,}14\ (6400\ \text{км})^2 = 1{,}3\cdot10^8\ \text{км}^2$) и сравнить с полученным ответом $\frac{S_З}{S_{тр}} = 2{,}6$.

§ 57. Силы трения

В VIII классе учащиеся получают понятие о силах сухого трения и силах трения в жидкой и газообразной среде. Для сухого трения различают трение скольжения и трение качения. Причиной трения скольжения является шероховатость трущихся поверхностей и силы молекулярного взаимодействия в местах их соприкосновения. Различают также силы трения скольжения и трения покоя. Сила трения покоя может иметь любые значения от нуля до некоторого максимума, численно равного силе тяги, при которой тело приходит в движение.

Вначале следует решить несколько качественных и экспериментальных задач. Вычислительные задачи с использованием формулы

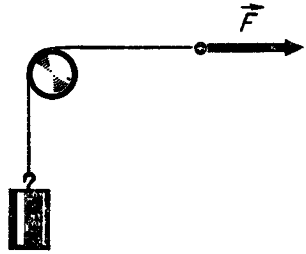


Рис. 89

$$F_{\text{тр}_{max}} = \mu N \qquad (1)$$

решают по общей схеме для задач по динамике.

В данной теме решают в основном несложные задачи по формуле (1). Более сложные задачи рассмотрены в теме «Применение законов динамики» (гл. 18, § 62).

305 (э). Положите на стол брусок и, постепенно увеличивая силу тяги, измерьте ее с помощью динамометра. Как изменяется сила тяги во время опыта? Придумайте и проделайте опыт для установления зависимости силы трения от силы давления. Одинаковой ли будет сила трения при перемещении бруска на плоскости широкой и узкой гранями? Ответ проверьте на опыте.

306 (э). Зажмите в лапке штатива металлический цилиндр и, перекинув через него проволочку с гирей на конце (рис. 89), измерьте силу трения. Повторите опыт с резиновой пробкой такого же диаметра и сделайте вывод о зависимости силы трения от рода трущихся поверхностей.

В связи с решением этой задачи полезно использовать таблицу коэффициентов трения скольжения [23, 24].

307. Возьмите стопку из нескольких книг с одинаковыми обложками и попробуйте вытащить из стопки одну из них, не трогая другие. Какие книги приходят в движение и почему?

Решение. Приходит в движение книга, которую тянут, и лежащие на ней книги. Нижние книги остаются на месте, так как на них, согласно формуле $F_{\text{тр}} = \mu N$, действует большая сила трения: чем ниже книга, тем больший вес давит со стороны других книг на ее обложку.

308 (э). Найдите, используя лабораторный динамометр, коэффициент трения одной книжной обложки по другой.

309. Какую надо приложить силу, чтобы вытащить из стопки (рис. 90) третью книгу, и с какой силой при этом нужно придерживать вторую книгу? Масса каждой книги 200 г, коэффициент трения $\mu = 0{,}3$.

Решение. Изобразим стопку книг (см. рис. 90), свяжем систему отсчета с Землей и направим ось x вправо по движению третьей книги. Сила тяги $\vec{F}_{\text{т}}$ направлена вправо и по модулю равна силам трения. Силы трения возникают как на верхней, так и на нижней сторонах обложки, они направлены противоположно движению книги, т. е. влево.

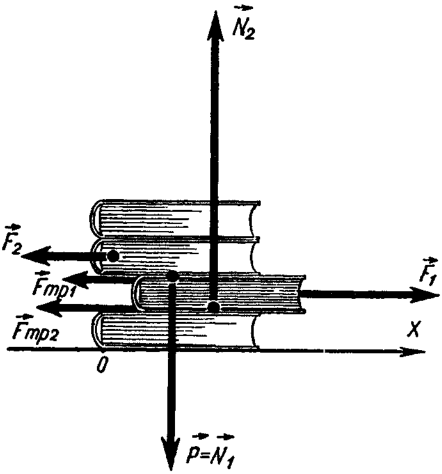


Рис. 90

Для нахождения сил трения по формуле $F_{тр} = \mu N$ нужно сначала вычислить силы реакции, действующие на обложки.

На верхнюю обложку третьей книги действует вес двух книг

$$P_1 = N_1 = (m_1 + m_2)g;$$
$$N_1 = 2 \cdot 0{,}2 \text{ кг} \cdot 10 \text{ м/с}^2 = 4 \text{ Н}.$$

На нижнюю сторону обложки действует сила реакции N_2 со стороны четвертой книги. Она равна по модулю весу трех верхних книг, но направлена вверх: $N_2 = 3\,mg = 6$ Н.

Силы трения, действующие на обложки третьей книги, равны: $F_{тр1} = 0{,}3 \cdot 4\text{Н} = 1{,}2$ Н; $F_{тр2} = 0{,}3 \cdot 6 \text{ Н} = 1{,}8$ Н. По модулю $F_1 = F_{тр1} + F_{тр2} = 3$ Н.

Для определения силы, удерживающей вторую книгу, найдем сначала действующую на нее силу трения $F_{тр3}$. По третьему закону Ньютона $\vec{F}_{тр3} = -\vec{F}_{тр1}$. Поэтому на вторую книгу, для того чтобы она осталась на месте, нужно подействовать с силой $F_2 = 1{,}2$ Н. Расчеты желательно проверить на опыте, используя динамометры.

На примере этой задачи полезно обратить внимание на то, что силы трения действуют на трущиеся поверхности обоих тел и по третьему закону Ньютона они равны по модулю, противоположны по направлению и приложены к разным (взаимодействующим) телам.

При вычислении силы трения, действующей на вторую книгу, можно рассуждать также следующим образом.

Свяжем неподвижную систему отсчета с третьей книгой и направим ось x по движению второй книги. Она движется влево, следовательно, сила $F_{тр3}$ направлена вправо. По модулю сила реакции N_3 равна весу двух книг, но направлена вверх.

На примере решения задач также следует показать, что сила реакции опоры $\vec{N}$ и, следовательно, $\vec{F}_{тр}$ могут возникать не только под действием силы трения, но и сил упругости и электромагнитных сил, при этом сила трения $\vec{F}_{тр}$ может иметь различное направление в пространстве, но всегда перпендикулярна $\vec{N}$.

Ввиду большого практического значения трения при движении колесного транспорта и возникающих у учащихся затруднений при объяснении явлений, связанных с трением, приводим для учи-

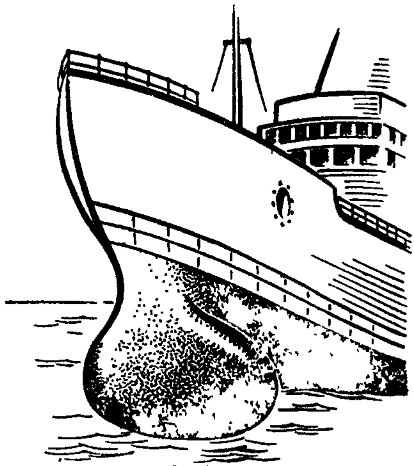


Рис. 91

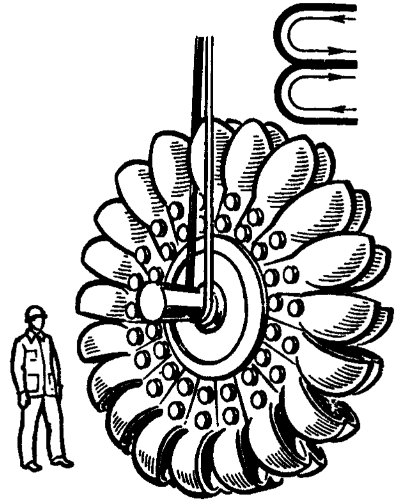


Рис. 92

теля задачу № 310, которая может быть также использована на внеклассных занятиях.

310. Решая задачу о том, может ли электровоз массой 132 т, все колеса которого ведущие, везти по горизонтальному участку пути состав массой 2000 т, ученик ответил, что электровоз легче состава и согласно формуле $F_{тр} = \mu N$ он не сможет стронуть его с места. Верен ли ответ ученика?

Решение. Силу тяги электровоза определяют по формуле $F_э = \mu_1 N_1 = \mu_1 P_1$, где $\mu_1 \approx 0{,}20$ — коэффициент сцепления, соответствующий коэффициенту трения покоя колес электровоза о рельсы, а $P_1 = m_э g$ — вес электровоза, приходящийся на ведущие колеса. Сила трения для состава весом $P_c = m_c g$ определяют по формуле $F_{тр} = \mu_2 P_c$, где μ_2 — коэффициент трения качения ($\mu_2 \approx 0{,}005$). Тогда максимальная сила тяги электровоза

$$F_э = \mu_1 m_э g = 0{,}20 \cdot 1{,}32 \cdot 10^5 \text{ кг} \cdot 10 \text{ м/с}^2 = 2{,}6 \cdot 10^5 \text{ Н}.$$

Сила трения, действующая на состав, равна

$$F_{тр\ c} \approx 0{,}005 \cdot 2 \cdot 10^6 \text{ кг} \cdot 10 \text{ м/с}^2 \approx 10^5 \text{ Н}.$$

Электровоз может везти состав.

В заключение решают качественные задачи (см. № 311—313) о силах сопротивления, возникающих при движении тел в жидкостях и газах (см. также [35, № 197—203]). Ряд экспериментальных задач учащиеся могут решить в домашних условиях [35, № 204—206].

311. Почему даже самый слабый ветерок приводит в движение в океане огромные айсберги, но только ураган может сдвинуть с места кусок льда на берегу?

312. Почему легковая автомашина с матерчатым верхом развивает меньшую скорость, чем такая же машина с металлическим полированным кузовом?

313. Объясните целесообразность формы носа океанского корабля (рис. 91)[1] и лопатки турбины (рис. 92).

Приведите примеры обтекаемости форм движущихся тел в живой и неживой природе.

Глава 18. ПРИМЕНЕНИЕ ЗАКОНОВ ДИНАМИКИ

Полученные учащимися знания о различных видах движения, законах Ньютона позволяют решать основные задачи динамики в инерциальных системах отсчета.

Опираясь на знания учащихся по кинематике равнопеременного движения, вначале решают задачи о прямолинейном движении тел под действием силы тяжести. Затем переходят к задачам о криволинейном движении, где главное внимание уделяют движению тел, брошенных горизонтально и под углом к горизонту, а также равномерному движению тел по окружности, в том числе движению планет и искусственных спутников по круговым орбитам.

§ 58. Движение тел под действием силы тяжести по вертикали

Данное движение рассматривается как частный случай равноускоренного движения, но с определенным для всех случаев ускорением свободного падения $g = 9{,}8$ м/с^2 (для упрощения расчетов принимают $g = 10$ м/с^2). В задачах используют известные учащимся формулы равноускоренного движения, направляя ось y или x вертикально вверх и обозначая высоту буквой h. Сопротивление воздуха не учитывают.

Вначале, используя знания о равноускоренном движении и законы Ньютона, полезно решить устно следующие задачи.

314. Используя второй закон Ньютона и формулу $\vec{g} = \dfrac{\vec{v} - \vec{v}_0}{t}$, поясните, куда направлено ускорение свободного падения $\vec{g}$ при движении тела: вниз; вверх.

315. Из вертолета, неподвижного относительно Земли, выбросили вымпел. Какую он будет иметь скорость через 1, 2 и 3 с вертикального падения?

316. Какую скорость имело бы тело через 1, 2, 3, 4 с, если бы его бросили вверх со скоростью 30 м/с?

В данной задаче нужно обратить внимание на то, что через 3 с скорость станет равной 0, а затем тело будет падать вниз.

Сравнивая решения последних двух задач, следует также сделать вывод: падающее тело при $\vec{v}_0 = 0$ за определенное время (в данном случае 3 с) достигает такой скорости (в данном случае 30 м/с), которая ему необходима, чтобы при полете вверх достичь

---

[1] Форма носа корабля подсказана кораблестроителям формой головы кита.

скорости $\vec{v} = 0$. После этого последнюю задачу решим аналитически.

Решение. Выбираем систему отсчета, связанную с Землей, направляем ось y вверх, параллельно начальной скорости $\vec{v}_0$ (рис. 93). Начало отсчета совмещаем с начальным положением тела. Записываем уравнение скорости $\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{g}t$. В проекции на ось y уравнение примет вид:

$$v_y = v_{0y} + g_y t. \qquad (1)$$

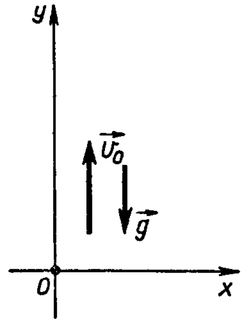


Рис. 93

При выполнении расчетов обращаем внимание на то, что направление вектора $\vec{v}_0$ совпадает, а направление вектора $\vec{g}$ противоположно направлению оси y, поэтому $v_1 = 30$ м/с — 10 м/с$^2 \cdot 1$ с = 20 м/с; $v_2 = 10$ м/с; $v_3 = 0$; $v_4 = -10$ м/с. (Тело достигает наибольшей высоты за 3 с; знак « — » показывает, что в течение четвертой секунды тело падает вниз.)

317. По условию предыдущей задачи вычислите перемещение и путь тела за 2, 3 и 4 с.

Решение. Поскольку движение равноускоренное, запишем общую формулу

$$\vec{s} = \vec{s}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{\vec{g}t^2}{2}. \qquad (1)$$

Начало отсчета выберем так, что $s_0 = 0$. Проецируем векторы на ось y:

$$s_y = v_{0y} t + \frac{g_y t^2}{2}. \qquad (2)$$

Это уравнение позволяет вычислить перемещение в любой момент времени.

Так как по условию $v_{0y} = 30$ м/с, а $g = -10$ м/с^2, то по формуле (2) найдем $s_{y2} = 40$ м, $s_{y3} = 45$ м. Как было показано в предыдущей задаче, тело достигает верхней точки за 3 с. Следовательно, 45 м — это максимальная высота. Значения пути и перемещения за 2 и 3 с совпадают.

Далее тело падает в течение одной секунды. Его положение можно найти по формуле (2), полагая, что $t = 4$ с:

$$s_{y4} = 30 \text{ м/с} \cdot 4 \text{ с} - \frac{10 \text{ м/с}^2 \cdot (4 \text{ с})^2}{2} = 40 \text{ м}.$$

Это же значение полезно найти и другими способами, приняв во внимание, что тело двигалось вниз от верхней точки 1 с.

1) Запишем уравнением (1) для положения тела в верхней точке, где $s_0 = 45$ м, а $v_0 = 0$, $t = 1$ с. Тогда

$$s_y = 45 \text{ м} - \frac{10 \text{ м/с}^2 \cdot (1 \text{ с})^2}{2} = 40 \text{ м}.$$

Следовательно, тело падало 45 м — 40 м = 5 м. Путь тела за 4 с: $s = 45 \text{ м} + 5 \text{ м} = 50$ м.

2) Поместим начало координат в верхнюю точку, а ось y направим вниз: $s_0 = 0$; $v_0 = 0$; $\vec{s} = \frac{\vec{g}t^2}{2}$. Тогда

$$s_y = \frac{10 \text{ м/с}^2 \cdot (1 \text{ с})^2}{2} = 5 \text{ м}.$$

Это решение интересно в том отношении, что во многих задачах систему координат выбирают так, что расстояние, пройденное телом при свободном падении, находят по формуле:

$$\vec{s} = \frac{\vec{g}t^2}{2}.$$

После решения рассмотренных выше несложных «прямых» задач по формулам (1) и (2) решают задачи, в которых нужно определить время свободного падения тела t, положение тела относительно других движущихся тел и т. д. Примеры двух таких задач обстоятельно рассмотрены в учебнике [13, § 36].

318. Из гондолы аэростата, поднимающегося равномерно со скоростью $v_2 = 4$ м/с, на высоте $h_0 = 20$ м от Земли бросили вверх предмет со скоростью $v_1 = 6$ м/с относительно аэростата. Через сколько времени предмет упадет на Землю? На какой высоте будет аэростат в этот момент?

Решение. Свяжем неподвижную систему отсчета с Землей, а подвижную — с аэростатом и направим ось y вверх. В векторной форме в неподвижной системе отсчета уравнение движения примет вид:

$$\vec{s} = \vec{v}t + \frac{\vec{g}t^2}{2};$$

а в проекции на оси y

$$s_y = v_y t + \frac{g_y t^2}{2}.$$

С учетом знаков проекций запишем $s = vt - \frac{gt^2}{2}$, при этом $v = v_1 + v_2$.

В любой момент t расстояние предмета от Земли $s_y = h$ может быть найдено по формуле:

$$h = h_0 + vt - \frac{gt^2}{2}.$$

По условию задачи для момента падения предмета на Землю $h = 0$. Следовательно,

$$\frac{gt^2}{2} - (v_1 + v_2)t - h_0 = 0,$$
$$gt^2 - 2(v_1 + v_2)t - 2h_0 = 0.$$

Подставив числовые данные, получим: $10\ м/с^2 \cdot t^2 - 20\ м/с \cdot t - 40\ м = 0$; $t = 3{,}2\ с$, $h = 33\ м$.

§ 59. Движение тел под действием силы тяжести при начальной скорости, направленной под углом к горизонту

При решении задач по этой теме используют и закрепляют знания и умения, полученные при изучении предыдущих разделов кинематики и динамики. В них рассматривают движение тел со сравнительно небольшими скоростями и малой дальностью полета, когда поверхность Земли можно принять за плоскость. Следуя принятой методике решения задач на равноускоренное движение, сначала, используя понятие об ускорении и второй закон Ньютона, нужно показать качественно, почему и как изменяется скорость тела, брошенного под углом к горизонту. Сопротивлением воздуха в задачах пренебрегают. Требовать от всех учащихся умения решать вычислительные задачи о движении тела, брошенного под углом к горизонту, в VIII классе в данной теме не следует. Этот материал будет закрепляться в конце учебного года и в IX классе в связи с изучением движения электрических частиц в электромагнитных полях.

Расчеты выполняют только для частного случая движения тела, брошенного вертикально и горизонтально.

319. Используя стробоскопическую фотографию [13, рис. 118] полета шарика или наблюдая за струей воды, направленной под углом к горизонту, покажите, как направлены скорость и ускорение в разных точках траектории.

Решение. Скорость в любой точке направлена по касательной к траектории. На тело действует сила тяжести $\vec{F} = m\vec{g}$, направленная вниз. Следовательно, и ускорение тела $\vec{g}$ всюду направлено вниз.

320. Тело брошено под углом 45° к горизонту со скоростью $v_0 = 50$ м/с. Найдите графически модуль и направление скоростей $\vec{v}_1$, $\vec{v}_2$, $\vec{v}_3$ и $\vec{v}_6$ тела через 1, 2, 3 и 6 с.

Решение. В выбранном масштабе, например 1 см — 10 м/с, изобразим вектор скорости $\vec{v}_0$ (рис. 94, *а*). Изменение

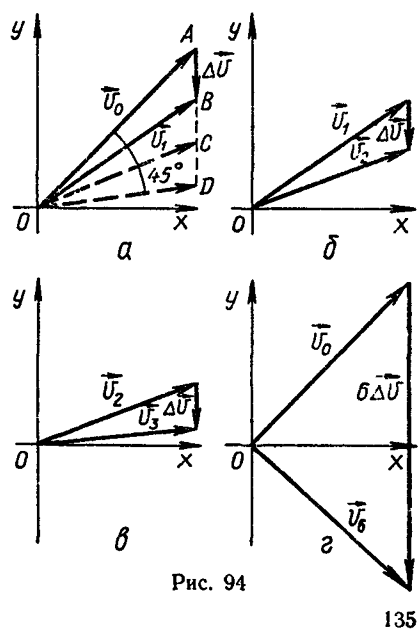


Рис. 94

скорости Δv за 1 с численно равно ускорению. Ускорение телу сообщается силой тяжести, поэтому оно направлено вниз и равно по модулю $g = 10$ м/с^2. Следовательно, $\Delta v = 10$ м/с.

Складывая векторы $\vec{v}_0$ и $\Delta\vec{v}$, найдем вектор $\vec{v}_1$. Аналогично найдем векторы $\vec{v}_2$ и $\vec{v}_3$ (рис. 94, *б* и *в*). Следует отметить, что векторы $\vec{v}_2$ и $\vec{v}_3$ можно найти, складывая вектор $\vec{v}_0$ соответственно с векторами $2\Delta\vec{v}$ и $3\Delta\vec{v}$. Поэтому вектор $\vec{v}_6$ найдем, сложив вектор $\vec{v}_0$ с вектором $6\Delta\vec{v}$, численно равным $6g$ (рис. 94, *г*).

Примеры показывают, что в общем случае движения тела, брошенного под углом к горизонту, скорость определяется по формуле $\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{g}t$.

Общее решение типичной задачи обстоятельно рассмотрено в учебнике [13, § 37].

Из-за обилия формул, громоздких вычислений и новых понятий задачи оказываются трудными для многих учащихся. Поэтому в данной теме достаточно показать, почему и как изменяется со временем проекция скорости $\vec{v}_0$ на вертикальную ось координат, для чего можно последовательно рассмотреть ряд несложных частных, в том числе экспериментальных задач по определению высоты, дальности и времени полета тел. Рассмотрим такие задачи.

321. Используя задачу № 320 и ее решение, покажите, изменяются ли и как проекции вектора скорости на ось y и ось x со временем.

Решение. Рассмотрим для примера проекцию вектора скорости v_{0y} на ось y за третью секунду. Из рисунка 94, *а* видно, что в этом случае $v_y = v_{0y} - 3\Delta v = v_{0y} - g_y 3$ с. Аналогичные формулы можно получить для любого момента времени. Следовательно, в общем случае

$$v_y = v_{0y} + g_y t = v_0 \sin\alpha + g_y t.$$

Знаки проекций g_y и v_{0y} зависят от направления оси y и векторов $\vec{g}$ и $\vec{v}_0$.

На примере решения задачи № 320 видно, что проекция вектора скорости $v_{0x} = v_0 \cos\alpha = \text{const}$ со временем не изменяется.

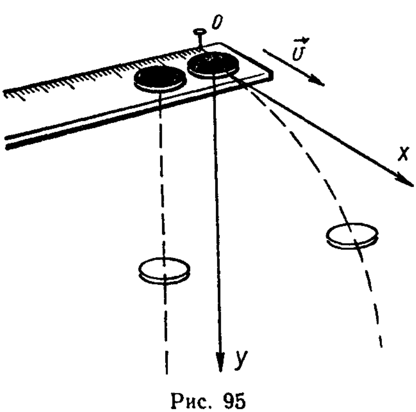


Рис. 95

322 (э). Воткните в линейку булавку и положите на нее две монеты или резинки так, как показано на рисунке 95. Бросьте с линейки резинку *1* в горизонтальном направлении и по звуку определите, одновременно ли она упадет на пол с резинкой *2*. Объясните явление. Рассчитайте время полета резинки и ее начальную скорость.

Решение. Совместим начало координат с точкой бросания и направим ось y вниз, а ось x — горизонтально (по движению линейки).

Запишем формулы для проекций координат тела, брошенного под углом к горизонту:

$$x = v_{0x}t; \ y = v_{0y}t + \frac{g_y t_1^2}{2}.$$

Для тела *1*: $v_{0y} = 0$; $y_1 = \dfrac{g_y t^2}{2}$; $x_1 = v_{0x}t$.

Для тела *2*: $v_0 = 0$; $y_2 = \dfrac{g_y t_2^2}{2}$; $x_2 = 0$.

Так как $y_1 = y_2$, то $t_1 = t_2$.

Следовательно, тело, брошенное горизонтально на некоторой высоте, летит столько же времени, сколько и тело, свободно падающее с той же высоты, что и подтверждается опытом. Этот факт был впервые установлен Галилеем. Из опыта легко находят искомое время полета $t = \sqrt{\dfrac{2y}{g_y}} = \sqrt{\dfrac{2h}{g}}$; начальную скорость $v_0 = v_{0x} = \dfrac{x}{t}$; высоту h и дальность полета x.

323 (э). Бросьте под углом к горизонту мяч и подсчитайте время его полета t. Какой наибольшей высоты достиг мяч?

Решение. В одном из опытов подсчитано, что $t = 4$ с. Значит, время подъема и падения $t' = 2$ с. За 2 с при свободном падении тело пройдет путь

$$y = \frac{gt'^2}{2} = \frac{10 \text{ м/с}^2 \cdot (2 \text{ с})^2}{2} = 20 \text{ м}.$$

Из разных частных случаев заслуживает внимания также следующий, который можно рассмотреть на внеклассных занятиях или с учащимися, проявляющими к физике повышенный интерес.

324. Сравните дальность полета и высоту подъема двух тел, брошенных под углом 30 и 60° к горизонту с одинаковыми по модулю скоростями.

Решение. Формула для дальности полета тела $\left(l = \dfrac{v_0^2 \sin\alpha \cdot \cos\alpha}{g}\right)$ приведена в учебнике [13, § 37, задача 1]. Сравнив дальности полета двух тел, установим, что они одинаковы, если одно брошено под углом α к горизонту, а второе под углом $90° - \alpha$. Примерный вид траекторий показан на рисунке 96.

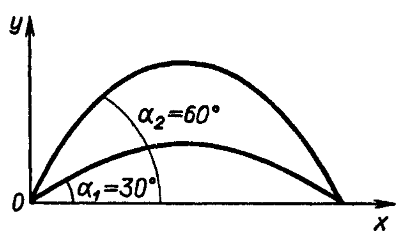


Рис. 96

Данную закономерность используют артиллеристы для поражения открытых (парабола 1) и закрытых, например, возвышенностью целей (парабола 2).

§ 60. Вес тела и невесомость

По теме сначала следует решить экспериментальные и качественные задачи и несложные вычислительные, поясняющие существо понятия «вес» и условия, когда наступает невесомость.

325. Человек массой 70 кг взвешивается на весах. Каков по модулю вес человека $\vec{P}$? Куда направлен вектор $\vec{P}$ и к чему он приложен? В чем отличие веса тела от силы тяжести? Укажите причины, которые влияют на вес тела.

326 (э). Привяжите к мячу, картофелине, камню или какому-либо иному телу тонкую резиновую нить, которая бы значительно растянулась от веса тела. Резко поднимите тело за нить вверх. Как изменилась длина нити и ее сила упругости? Какой следует сделать вывод о весе тела, т. е. силе, с которой оно действует на подвес? Опустите резко нить и снова сделайте вывод о весе тела в этом случае. Объясните изменения, которые произошли с весом тела на основе второго закона Ньютона.

При ответе на этот вопрос ученики должны воспроизвести те объяснения, которые даны о весе тела, движущегося вертикально с ускорением, в учебнике [13, § 38].

327. Найдите вес маятника массой m, подвешенного на нити в ракете, в следующие периоды ее вертикального полета: 1) при ускоренном движении вверх; 2) при равномерном полете вверх; 3) при подъеме с выключенными двигателями; 4) при свободном падении вниз; 5) при работе тормозной установки.

Решение. Свяжем систему отсчета с Землей и направим ось y вниз. Изобразим условно ракету и маятник и укажем действующие на него силу тяжести $\vec{F} = m\vec{g}$ и силу натяжения нити $\vec{F}_н$ (рис. 97). В соответствии со вторым законом Ньютона

$$m\vec{g} + \vec{F}_н = m\vec{a}.$$

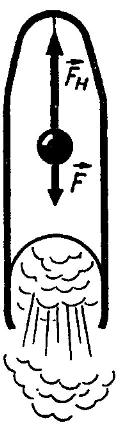


Рис. 97

По третьему закону Ньютона вес (искомая величина) $\vec{P} = -\vec{F}_н$. В проекции на ось y уравнение примет вид:

$$P_y = m(g_y - a_y).$$

Проекция g на ось y имеет знак « + ». Дальнейшая задача при разборе всех частных случаев заключается в определении знака проекции a_y. При этом примем, что маятник движется с таким же ускорением, как вся ракета в целом.

1) При ускоренном движении вверх равнодействующая силы тяжести и силы тяги двигателей направлена вверх, поэтому проекция ускорения a_y отрицательна: $P = m[g - (-a)] = m(g + a)$ (перегрузка).

2) При равномерном полете: $a = 0$, $P = mg$.

3) и 4) При движении только под действием силы

тяжести как вверх, так и вниз $a = g$, $P = 0$ (невесомость). Интересно отметить, что тело будет в состоянии невесомости и в верхней точке, когда $v = 0$.

5) При работе тормозной установки возможны следующие условия:

а) вначале сила тяги двигателей меньше силы тяжести. Результирующая сила и ускорение $\vec{a}$ направлены вниз: $P = m(g - a)$ (частичная невесомость);

б) сила тяги становится равной силе тяжести: $a = 0$, $P = mg$. Ракета является инерциальной системой отсчета, движущейся равномерно относительно Земли;

в) сила тяги больше силы тяжести. Равнодействующая сил и ускорение $\vec{a}$ направлены вверх: $P = m(g + a)$ (перегрузка).

328 (э). Проделайте следующий опыт. В резиновом или пластмассовом, пришедшем в негодность мяче или в пластмассовой бутылке прожгите раскаленным гвоздем несколько отверстий. Погрузите мяч (или закупоренную бутылку) в ведро с водой и наполните его. Вынув мяч из воды, наблюдайте, как бьют из отверстий в разные стороны струйки воды. Бросьте мяч вертикально вверх, перебросьте его «по параболе» товарищу. Бьют ли во время полета мяча струйки воды? Объясните явление.

Понятие о перегрузках и невесомости закрепляют при решении динамических задач о движении тел по окружности. Вначале решают задачи, в которых силы, действующие на движущееся по окружности тело, направлены по одной прямой.

329. Определите силу давления лыжника на снег: а) на горизонтальном участке дороги; б) на середине вогнутого участка; в) на середине выпуклого участка. Масса лыжника 70 кг, скорость 20 м/с, радиус кривизны криволинейных участков 80 м. Силой трения пренебрегите.

Р е ш е н и е. Систему отсчета свяжем с Землей. Ось y направим к центру окружности, а ось x — по касательной к ней. За начало отсчета примем точку, в которой в данный момент находится лыжник.

Во всех трех случаях на лыжника действует сила реакции опоры $\vec{N}$ и сила тяжести $\vec{F} = m\vec{g}$. По второму закону Ньютона

$$\vec{N} + \vec{F} = m\vec{a}, \qquad (1)$$

в проекциях на оси y

$$N_y + F_y = ma_y. \qquad (2)$$

а) Для горизонтального участка пути (рис. 98, *а*) $a = 0$. С учетом знаков проекций уравнение (2) запишем так:

$$N - mg = 0, \text{ или } N = F = mg \approx 690 \text{ Н}.$$

По третьему закону Ньютона лыжник действует на опору с силой $\vec{P} = -\vec{N}$. По модулю $P = N$.

б) На вогнутом участке пути (рис. 98, *б*) ускорение направлено

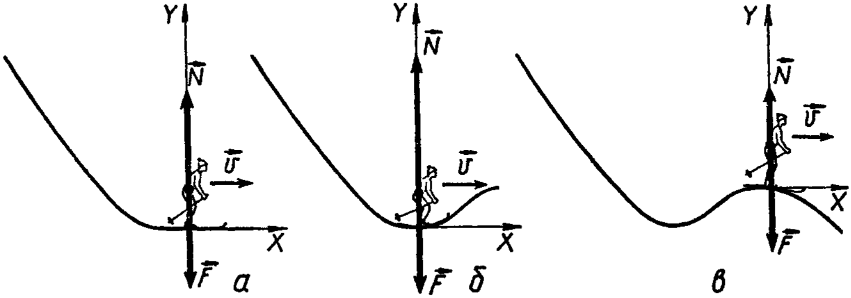


Рис. 98

по радиусу к центру, поэтому согласно уравнению (2) $N - F = ma$. По модулю $N = F + ma = 690\ \text{Н} + 70\ \text{кг}\ \dfrac{(20\ \text{м/с})^2}{80\ \text{м}} \approx 1000\ \text{Н}$. Следовательно, вес лыжника в данном случае превышает его вес на горизонтальном участке дороги на величину ma, где центростремительное ускорение $a = \dfrac{v^2}{R}$.

Этот факт, который нередко удивляет учащихся, нужно обсудить более подробно. На рисунке 98 следует указать не только силы, но и вектор скорости $\vec{v}$. Без этого у учащихся часто возникает вопрос: «Если $N > F$, то почему лыжник не летит вверх?» По инерции лыжник двигался бы по прямой линии, но на его пути встречается препятствие — подъем, который действует на лыжника, изменяя траекторию его движения и скорость. По третьему закону Ньютона лыжник с такой же по модулю силой действует на участок дороги. Следовательно, сила давления на вогнутый участок дороги будет больше, чем на горизонтальный.

в) Для выпуклого участка (рис. 98, *в*) $F - N = ma$. Ускорение направлено по радиусу вниз, поэтому $N < F$, что видно и из уравнения $N = F - \dfrac{mv^2}{R} = 690\ \text{Н} - 350\ \text{Н} = 340\ \text{Н}$, т. е. вес в этом случае меньше, чем на горизонтальном участке дороги. Причину этого можно пояснить следующим образом: по инерции, имея скорость $\vec{v}$, лыжник стремится двигаться по прямой (по оси x), удаляясь от дороги, поэтому сила его давления на выпуклый участок дороги меньше, чем на горизонтальный. Можно сослаться на известный учащимся факт: тело, движущееся горизонтально, может вообще оторваться от поверхности Земли (прыжки лыжника или мотоциклиста, с большой скоростью въехавшего на выпуклый участок дороги).

330 (э). Небольшое ведерко, полное воды (рис. 99, *а*), вращайте в вертикальной плоскости так, чтобы вода не выливалась, когда ведерко располагается вверх дном. Объясните это явление и сравните силу давления воды на дно ведра в нижней и верхней точках траектории.

Р е ш е н и е. Считаем размеры ведерка малыми по сравнению с радиусом окружности и примем воду за материальную точку массой m. Для положения ведерка в нижней точке ось y направим вверх, куда направлен и вектор центростремительного ускорения $\vec{a}$. В нижней точке траектории на воду действуют сила тяжести $\vec{F} = m\vec{g}$ и сила реакции дна ведра $\vec{N}$:

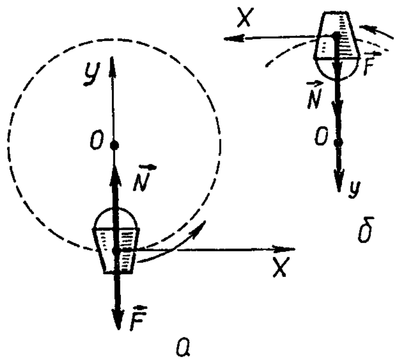


Рис. 99

$$\vec{N} + m\vec{g} = m\vec{a}; \quad \vec{N} = m(\vec{a} - \vec{g});$$
$$\vec{P} = -\vec{N} = m(\vec{g} - \vec{a}).$$

В проекциях на ось y: $P_y = m(g_y - a_y)$.

С учетом знаков проекций уравнение примет вид: $P = -m(g + a)$. Знак « — » говорит о том, что вес в нижней точке направлен вниз и по модулю равен $P > mg$ (перегрузка). Гидростатическое давление у дна ведра должно возрасти.

В верхней точке ось y также направим к центру окружности (рис. 99, *б*): $\vec{N} + \vec{F} = m\vec{a}$, $\vec{N} = m(\vec{a} - \vec{g})$, $\vec{P} = m(\vec{g} - \vec{a})$. С учетом знаков проекций можно записать: $-P = m(g - a)$, или $P = m(a - g)$.

Вес тела, т. е. сила давления воды на дно ведерка, направлен вверх и по модулю может принимать различные значения.

При $a = g$ вес тела $P = 0$ (невесомость); гидростатическое давление отсутствует. При $a = 2g$ вес тела $P = mg$; гидростатическое давление такое же, как в неподвижном ведерке. При $a > 2g$ вес тела $P > mg$ — перегрузка; гидростатическое давление возросло.

§ 61. Движение искусственных спутников и планет

Движение искусственных спутников и планет рассматривают как равномерное движение по окружности. Ряд данных о Солнечной системе учащимся по мере решения задач полезно записать в тетради, с тем чтобы они были «под рукой». Многие задачи о движении спутников и планет могут быть решены как с помощью кинематики, так и с помощью динамики, что полезно для повторения пройденного материала и проверки полученных результатов. Поскольку во многих задачах используют значения массы Земли, Солнца и Луны, вначале желательно решить задачи на определение этих величин.

Все задачи решают единообразно на основе второго закона

Ньютона: $\vec{F} = m\vec{a}$, где $\vec{F}$ — сила всемирного тяготения между телами, $\vec{a}$ — центростремительное ускорение тела массой m, которое движется вокруг центрального. Для примера подробно рассмотрим решение следующей задачи.

331. Определите массу Солнца, считая, что скорость обращения Земли вокруг Солнца $v = 30$ км/с, а радиус земной орбиты $r = 1{,}5 \cdot 10^{11}$ м.

Решение. Свяжем систему отсчета с Солнцем и звездами. Начало координат совместим с центром Солнца (рис. 100). По второму закону Ньютона $\vec{F} = m\vec{a}$, или в проекции на ось x (радиус земной орбиты) :

$$F_x = ma_x.$$

По модулю

$$F = G\frac{M_C M_З}{R^2};\ a = \frac{v^2}{R}.$$

Следовательно,

$$G\frac{M_C M_З}{R^2} = \frac{M_З v^2}{R},$$

где M_C и $M_З$ — соответственно массы Солнца и Земли, R — средний радиус земной орбиты, а v — скорость движения Земли вокруг Солнца. Найдем массу Солнца:

$$M_C = \frac{v^2 R}{G} = \frac{(3{,}0 \cdot 10^4\ м/с)^2 \cdot 1{,}5 \cdot 10^{11}\ м}{6{,}7 \cdot 10^{-11}\ Н \cdot м^2/кг^2} \approx$$
$$\approx 2 \cdot 10^{30}\ кг.$$

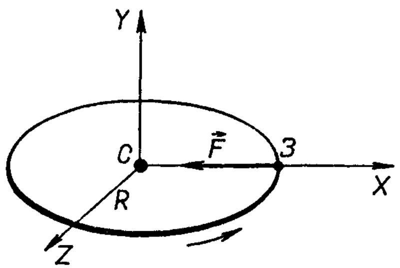


Рис. 100

332. Какую скорость должен иметь искусственный спутник, чтобы обращаться по круговой орбите на высоте 600 км над поверхностью Земли? Каков период его обращения? Радиус Земли примите равным 6400 км [35, № 231]. Спутник запускается в направлении с севера на юг.

Задача призвана закрепить и несколько расширить сведения об искусственных спутниках Земли, приведенные в учебнике.

Решение. Используя общие правила решения задач по динамике, выполним чертеж (рис. 101), указывая действующую на спутник силу притяжения Земли $\vec{F}$ и вектор его скоро-

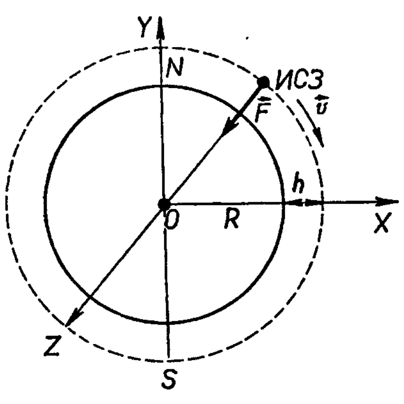


Рис. 101

сти $\vec{v}$. Инерциальную систему отсчета свяжем с земной осью, считая, что она движется равномерно и прямолинейно в неподвижной системе отсчета, связанной со звездами и Солнцем. Рассмотрим движение спутника как тела, вращающегося под действием силы $\vec{F} = m\vec{a}$ по окружности вокруг оси z, перпендикулярной земной оси.

По закону всемирного тяготения

$$F_т = G\frac{M_з m}{(R+h)^2}.$$

Следовательно,

$$G\frac{M_з m}{(R+h)^2} = \frac{mv^2}{R+h},$$

отсюда

$$v = \sqrt{G\frac{M_з}{R+h}},$$

масса Земли $M_з = 6 \cdot 10^{24}$ кг. Подставляя числовые данные, получим $v = 7{,}7$ км/с. Следовательно, скорость спутника на высоте h меньше, чем у поверхности Земли, где она равна ≈ 8 км/с [13, § 40].

Период обращения спутника $T = \frac{2\pi R}{v}$; $T = 95$ мин. Полезно также решить аналогичные задачи, в которых вычисляется первая космическая скорость для Луны, Венеры и других планет [35, № 228, 229]. При повторении и закреплении материала полезно решить также задачу, в которой при запуске искусственного спутника учитывается вращение Земли.

333. С какой скоростью относительно поверхности Земли должна запускаться ракета у экватора: а) в направлении вращения Земли; б) против вращения Земли, чтобы она стала искусственным спутником?

Р е ш е н и е. Систему координат выбираем так же, как в предыдущей задаче. Ракета должна двигаться у поверхности Земли вокруг ее оси с первой космической скоростью $v = 8$ км/с. Согласно правилу сложения скоростей $\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2$. В данном случае $\vec{v}_1$ — вектор скорости спутника относительно Земли, а $\vec{v}_2$ — вектор скорости вращения точек земной поверхности на экваторе: $\vec{v}_1 = \vec{v} - \vec{v}_2$.

а) В проекции на касательную к экватору $v_1 = v - v_2$. Проекция скорости спутника относительно Земли v_1 меньше 8 км/с на $v_2 = 465$ м/с, если он запускается на восток; б) если ракета запускается на запад, то $v_1 = v + v_2$.

Скорость спутника относительно Земли больше 8 км/с на v_2.

334. На каком расстоянии R_1 от центра Земли спутник сможет «висеть» над одной и той же точкой земной поверхности («синхронный спутник»)? Примите $g = 10$ м/с^2.

Решение. На спутник действует сила тяжести $\vec{F} = m\vec{g}_1$, где $\vec{g}_1$ — центростремительное ускорение, равное ускорению свободного падения на расстоянии R_1 от центра Земли. Следовательно,

$$mg_1 = \frac{mv^2}{R_1} = m\omega^2 R_1,$$

отсюда $R_1 = \frac{g_1}{\omega^2}$; g_1 можно найти так: $mg = G\frac{M_3 m}{R^2}$; $mg_1 = G\frac{Mm}{R^2}$; следовательно, $\frac{g_1}{g} = \frac{R^2}{R_1^2}$; $g_1 = \frac{R^2 g}{R_1^2}$, тогда

$$R_1 = \sqrt[3]{\frac{gR^2}{\omega^2}} = 4{,}2 \cdot 10^7 \text{ м}.$$

С какой скоростью должна двигаться Земля, чтобы не упасть на Солнце, если сила, заставляющая ее двигаться вокруг Солнца, равна $3{,}5 \cdot 10^{22}$ Н?

Решение. Сила $\vec{F}$, с которой Солнце притягивает Землю, сообщает ей центростремительное ускорение $a_{ус} = \frac{v^2}{R}$. По второму закону Ньютона

$$F = \frac{mv^2}{R} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{FR}{m}};$$

$$v = \sqrt{\frac{3{,}5 \cdot 10^{22}\text{ Н} \cdot 1{,}5 \cdot 10^{11}\text{ м}}{6 \cdot 10^{24}\text{ кг}}} \approx 3 \cdot 10^4 \text{ м/с}.$$

Проверка. Зная радиус земной орбиты и период обращения Земли вокруг Солнца (1 год), вычислим ее скорость:

$$v = \frac{2\pi R}{T} = \frac{2 \cdot 3{,}14 \cdot 1{,}5 \cdot 10^{11}\text{ м}}{365 \cdot 24 \cdot 3600\text{с}} \approx 3{,}0 \cdot 10^4 \text{ м/с}.$$

§ 62. Движение тела под действием силы трения

Ранее при изучении темы о силах трения в основном решали качественные задачи, в которых объясняли явления, вызванные трением, а также задачи на расчет сил трения по формуле: $F_{тр} = \mu N$. Сейчас рассматриваются в основном три типа задач, связанных с движением тел под действием сил трения: а) определение тормозного пути; б) учет силы трения при криволинейном движении (при поворотах); в) расчет максимально допустимых ускорений. Задача первого типа рассмотрена в общем виде в учебнике [13, § 41] . Подчеркнем некоторые аспекты подобных задач на следующем примере.

335. Велосипедист, ехавший со скоростью 36 км/ч, увидел примерно в 10 м от себя препятствие и резко затормозил. Успеет ли велосипедист остановиться до препятствия?

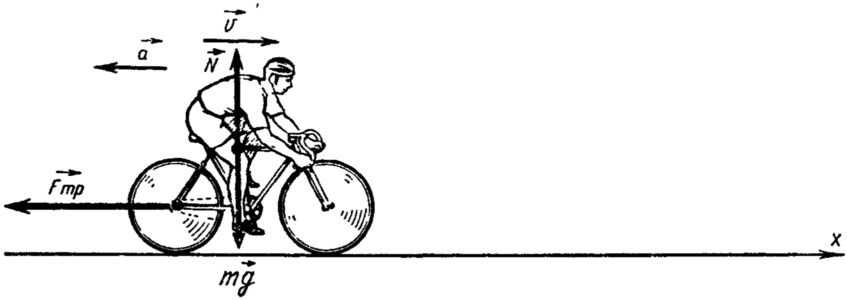


Рис. 102

Решение. Свяжем систему отсчета с Землей, а за начало координат примем то место, где началось торможение. Положительное направление оси x совместим с направлением скорости (рис. 102). Изобразим вектор силы трения $\vec{F}_{тр}$, противоположный вектору скорости $\vec{v}$, силу тяжести $m\vec{g}$ и реакцию дороги $\vec{N}$. Согласно второму закону Ньютона

$$\vec{F}_{тр} + m\vec{g} + \vec{N} = m\vec{a}.$$

В общем виде в проекциях на оси x и y уравнение примет вид:

$$F_{трx} + mg_x + N_x = ma_x;\ F_{трy} + mg_y + N_y = ma_y.$$

Так как $mg_x = 0$; $N_x = 0$; $F_{трy} = 0$ и $ma_y = 0$, то, учитывая знаки и модули проекций, уравнения можно записать в виде:

$$F_{тр} = ma;\ mg = N.$$

Следовательно, тело движется с постоянным ускорением, модуль которого $a = \frac{F_{тр}}{m}$, т. е. оно направлено противоположно скорости. Поскольку время движения неизвестно, проекцию перемещения найдем по формуле

$$x = \frac{v_x^2 - v_{0x}^2}{2a_x}.$$

По условию $v_x = 0$. Следовательно,

$$x = \frac{-v_{0x}^2}{2a_x};$$

v_{0x} — величина положительная, а проекция ускорения a_x — отрицательная, поэтому тормозной путь

$$x = \frac{v_0^2}{2a} = \frac{v_0^2 m}{2F_{тр}}.$$

Так как $F_{тр} = \mu N$, то $x = \frac{v_0^2}{2\mu g}$. Из этой формулы видно, что тормозной путь x не зависит от массы движущегося тела.

Поскольку значение μ в задаче не указано, его нужно найти

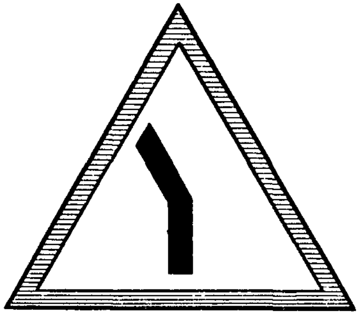


Рис. 103

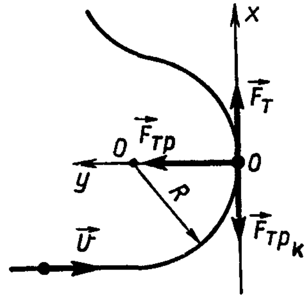


Рис. 104

из таблиц [23, 24], задавшись конкретными условиями. Примем сначала лучший для велосипедиста вариант $\mu = 0{,}7$ (трение шины по сухому асфальту), тогда $v = 36$ км/ч $= 10$ м/с:

$$x = \frac{(10\ \text{м/с})^2}{2\cdot 0{,}7\cdot 10\ \text{м/с}^2} \approx 7\ \text{м}.$$

После этого полезно устно ответить на следующие вопросы: каков тормозной путь при гололеде (трение шины по гладкому льду)? ($\mu = 0{,}20$; $x = 25$ м.) Как изменится тормозной путь, если скорость возрастет вдвое? (Тормозной путь увеличится в 4 раза; $x = 28$ м.)

Решение задач следует использовать для обсуждения мер по безопасности движения транспорта и пешеходов.

336*. Шофер грузовика, едущего со скоростью 72 км/ч, заметил на дороге знак (рис. 103). Сможет ли он, не сбавляя скорости, проехать поворот, если его радиус равен 25 м? Считайте $\mu = 0{,}4$.

Решение. Примем систему отсчета, связанную с Землей, и направим ось x по направлению вектора скорости, а ось y — к центру окружности (рис. 104). По второму закону Ньютона

$$\vec{F}_{тр} + \vec{F}_{т} + F_{тр\cdot к} + m\vec{g} + \vec{N} = ma,$$

где $\vec{F}_{тр}$ — сила трения покоя, $\vec{F}_{т}$ — сила тяги, $F_{тр\cdot к}$ — сила трения качения и сопротивления воздуха ($\vec{N}$ — сила реакции опоры и $m\vec{g}$ — сила тяжести на чертеже не указаны, так как они перпендикулярны его плоскости). Учтем, что машина движется равномерно по дуге окружности. В этом случае с учетом модулей и знаков проекций уравнение в проекциях на оси x, y примет соответственно вид:

$$\vec{F}_{т} - F_{тр\cdot к} = 0;\ F_{тр} = ma.$$

Возможный для равномерного движения на повороте радиус кривизны определяется из второго уравнения динамики, поскольку по модулю центростремительное ускорение $a = \frac{v^2}{R}$, т. е.

$$F_{тр} = m\frac{v^2}{R}.$$

Из закона трения следует, что $F_{тр} = \mu N$, а по третьему закону динамики $\vec{N} = -m\vec{g}$ или по модулю $N = mg$. Следовательно,

$$\mu N = \frac{mv^2}{R} \Rightarrow R = \frac{mv^2}{\mu N} = \frac{mv^2}{\mu mg} = \frac{v^2}{\mu g} = \frac{(20\ м/с)^2}{0{,}4 \cdot 10\ м/с^2} = 100\ м.$$

Ясно, что шофер должен уменьшить скорость грузовика, в противном случае его занесет на обочину дороги. Согласно формуле $F_{тр} = \frac{mv^2}{R}$, при заданных значениях силы трения $F_{тр}$ и модуля скорости v должен быть определенным и радиус поворота R. С увеличением скорости при неизменной силе трения увеличивается и радиус поворота $R = \frac{mv^2}{F_{тр}}$, притом $R \sim v^2$.

§ 63. Движение тела под действием нескольких сил

Сначала решают задачи, в которых силы направлены по одной прямой, а затем под углом друг к другу, при этом направление равнодействующей $\vec{F}$ совпадает с направлением начальной скорости тела $\vec{v}_0$. Затем рассматривают задачи, в которых направления векторов силы $\vec{F}$ и скорости $\vec{v}_0$ не совпадают. Простейшие задачи такого типа решали ранее (см. № 335), их можно учащимся задать на дом в качестве повторения.

337. Тележка массой $m_1 = 5{,}0$ кг движется под действием гири массой $m_2 = 2{,}0$ кг. Определите натяжение нити: без учета трения; с учетом трения ($\mu = 0{,}10$).

Решение. Рассмотрим для примера более сложный и общий случай, когда $\mu \neq 0$. На тележку действуют сила тяжести $\vec{F}_1 = m_1\vec{g}_1$, реакция опоры $\vec{N}_1$, сила натяжения нити $\vec{F}_н$ и сила трения $\vec{F}_{тр}$ (рис. 105, *а*). На гирю действует сила натяжения нити $\vec{F}_н$ и сила тяжести $m_2\vec{g}$ (рис. 105, *б*). Нить будем считать нерастяжимой. Это значит, что ускорение $\vec{a}$ обоих тел по модулю одинаково. Систему координат свяжем с Землей, ось x направим по движению тележки, а ось y — вертикально вверх. Применим второй закон Ньютона к каждому телу в отдельности:

$$m_1\vec{g} + \vec{N}_1 + \vec{F}_{тр} + \vec{F}_н = m_1\vec{a}_1, \qquad (1)$$

$$m_2\vec{g} + \vec{F}_н = m_2\vec{a}_2. \qquad (2)$$

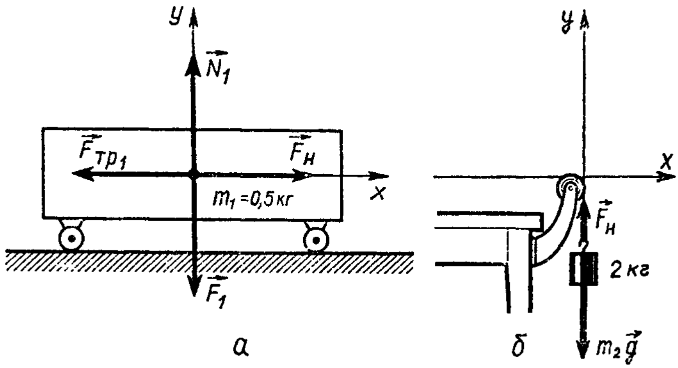


Рис. 105

В проекциях на оси x и y, учитывая, что $N_x = 0$; $m_1g_x = 0$, $F_{тр y} = 0$; $F_{нy} = 0$, уравнение (1) примет вид:

$$F_{нx} + F_{тр x} = m_1a_x;\quad N_{1y} + m_1g_y = 0.$$

Уравнение (2) достаточно записать в проекциях только на ось y:

$$F'_{нy} + m_2g_y = m_2a_{2y}.$$

Учтем, что по модулю $a_1 = a_2$ и $F_н = F'_н$.

Далее с учетом знаков проекций уравнения запишем в следующем виде:

$$F_н - F_{тр} = m_1a; \tag{1}$$
$$N - m_1g = 0; \tag{2}$$
$$F_н - m_2g = -m_2a. \tag{3}$$

Кроме того, запишем, что

$$F_{тр} = \mu N. \tag{4}$$

Решив систему уравнений (1) — (4) получим

$$F_н = \frac{m_1m_2g(1+\mu)}{m_1+m_2};$$

подставив числовые значения, найдем $F_н = 15$ Н. При $\mu = 0$ $F_н = 14$ Н.

Анализируя полученные результаты, отметим, что в обоих случаях при равноускоренном движении гири вниз $F_н < m_2g$ (частичная невесомость). При этом сила натяжения нити и, следовательно, вес тела тем меньше, чем больше ускорение. При $a = g$ наступит невесомость.

Если же гиря покоится или движется равномерно ($a = 0$), как видно из уравнения (3), $F_н = m_2g = 20$ Н.

338. Два тела, имеющие массы $m_1 = 10$ кг и $m_2 = 25$ кг, подвешены на блоках, как показано на рисунке 106. Найдите натяжение нитей и силы давления на оси блоков. Трением, массой блоков и нитей пренебрегите. Нить считайте нерастяжимой.

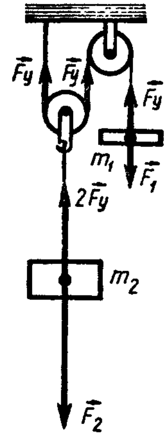


Рис. 106

Р е ш е н и е. Используя знания учащихся о блоках, заключаем, что тело, подвешенное к подвижному блоку, должно равноускоренно опускаться. За время t тело 2 опустится на высоту $h = \frac{a_2t^2}{2}$; а тело 1 поднимется на высоту $2h = \frac{a_1t^2}{2}$, поэтому $a_1 = 2a_2$.

Таким образом, особенность задачи состоит в том, что тела движутся с различными ускорениями. Применим второй закон Ньютона к каждому телу в отдельности. Систему отсчета свяжем с Землей и ось y направим в сторону движения тел. Тогда запишем:

$$\vec{F}_y + \vec{F}_1 = m_1\vec{a}_1; \ \vec{F}_2 + 2\vec{F}_y = m_2\vec{a}_2.$$

Решив эту систему уравнений, найдем: $a_2 = 0{,}754$ м/с^2 $F_y = 113$ Н. Сила давления на оси блоков $2F_y = 226$ Н.

Задачи, типичные для прямолинейного движения тела под действием нескольких сил, направленных под углом друг к другу,— это задачи о движении тел по наклонной плоскости. Эти задачи позволяют помимо углубления понятий о применении второго закона Ньютона ознакомить учащихся с наклонной плоскостью как широко распространенным простым механизмом.

Дополнительно к рассмотренной в учебнике [13, § 42] полезно решить следующие задачи.

339. По доскам в кузов грузовика равномерно втаскивают ящик массой $m = 100$ кг. Какую нужно при этом приложить силу, если высота кузова $h = 1{,}5$ м, а длина досок $l = 4{,}5$ м. Задачу решите: 1) с учетом сил трения ($\mu = 0{,}3$); 2) пренебрегая силами трения. Какой выигрыш в силе даст наклонная плоскость в обоих случаях?

Р е ш е н и е. Задачу можно решить двояко: 1) Последовательно рассмотреть оба случая: сначала движение тела без учета сил трения, а затем с учетом сил трения.

2) Решить задачу в общем виде с учетом сил трения, а движение тела без трения рассмотреть как следствие или частный случай, когда $\mu = 0$. Рассмотрим как более экономный второй способ.

Изобразим наклонную плоскость и действующие на тело силы: тяжести — $m\vec{g}$, трения — $\vec{F}_{тр}$, тяги — $\vec{F}_т$ и реакции опоры плоскости — $\vec{N}$ (рис. 107).

Систему координат свяжем с наклонной плоскостью, направив ось x вниз по наклонной плоскости, а ось y перпендикулярно наклонной плоскости. По второму закону Ньютона при $a = 0$ запишем:

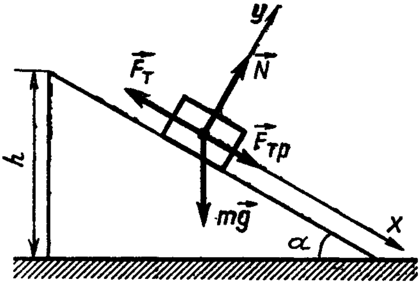


Рис. 107

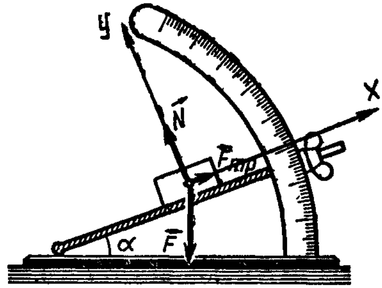


Рис. 108

$$\vec{F}_т + \vec{F}_{тр} + m\vec{g} + \vec{N} = 0.$$

С учетом знаков проекций векторов на оси x и y уравнение соответственно примет вид:

$$F_т - F_{тр} - mg\sin\alpha = 0; \qquad (1)$$
$$N - mg\cos\alpha = 0; \qquad (2)$$
$$F_{тр} = \mu N. \qquad (3)$$

Решив систему уравнений (1) — (3), найдем:

$$F_т = mg(\sin\alpha + \mu\cos\alpha).$$

Угол α найдем из соотношения

$$\sin\alpha = \frac{h}{l} = \frac{1{,}5\ м}{4{,}5\ м} = 0{,}33.$$

Подставив в формулу числовые значения величин, получим $F_т = 1200$ Н. Из полученной для силы тяги формулы также следует, что при $\mu = 0$ $F_т = mg\sin\alpha = 660$ Н. Выигрыш в силе составил бы

$$\frac{mg}{F_т} = \frac{2000\ Н}{670\ Н} = 3 = \frac{l}{h}.$$

Фактически выигрыш в силе из-за трения значительно меньше: $\frac{2000\ Н}{1200\ Н} \approx 1{,}7.$

340 (э). Угол α наклона плоскости к горизонту, при котором тело начинает равномерно скользить вниз, называют предельным углом. Пользуясь прибором (рис. 108) или доской с транспортиром, определите предельный угол для тел с различной обработкой поверхности, а по углу α найдите коэффициент трения.

Решение. Запишем уравнение второго закона Ньютона в векторной форме:

$$\vec{F}_{тр} + m\vec{g} + \vec{N} = 0.$$

В проекциях на оси x и y, учитывая, что $N_x = 0$ и $F_{тy} = 0$, уравнение примет вид:

$$F_x + mg_x = 0; \; N_y + \\ + mg_y = 0.$$

С учетом знаков проекций следует записать:

$$-F_{\text{тр}} - mg \sin \alpha = 0; \; (1)$$

$$N - mg \cos \alpha = 0. \quad (2)$$

Так как $F_{\text{тр}} = \mu N$, то, решив систему уравнений (1) и (2), найдем: $\mu = \operatorname{tg} \alpha$.

Экспериментально находим угол α, а затем $\mu = \operatorname{tg} \alpha$.

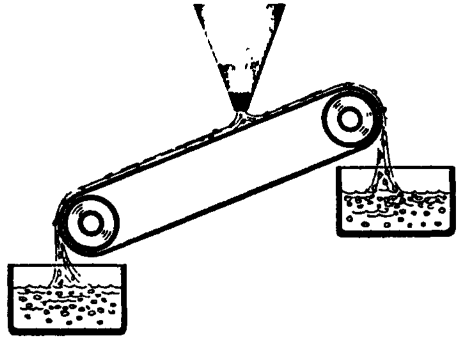


Рис. 109

В качестве практического применения найденной закономерности полезно решить следующую задачу.

341. Полотняная горка (рис. 109) служит для очистки семян льна от примесей. На движущееся вверх полотно сыплются семена льна с примесями, при этом примеси движутся вверх по полотну, а семена льна — вниз. Почему? С каким углом наклона нужно поставить горку, чтобы разделить на ней смесь семян с коэффициентами трения 0,60 и 0,80?

342. Каков радиус R виража для конькобежца, едущего со скоростью $v = 10$ м/с, при угле наклона ко льду $\alpha = 60°$?

Р е ш е н и е 1. Изобразим конькобежца (рис. 110) и укажем действующие на него силу тяжести $m\vec{g}$ и силу реакции льда $\vec{N}$. Равнодействующая этих сил создает центростремительное ускорение, направленное горизонтально по радиусу R.

В соответствии со вторым законом Ньютона запишем: $\vec{F} = m\vec{a}_{\text{ц с}}$; по модулю $F = \frac{mv^2}{R}$, откуда $R = \frac{mv^2}{F}$.

Так как $F = mg \operatorname{ctg} \alpha$, то получаем

$$R = \frac{v^2}{g \operatorname{ctg} \alpha} = 18 \text{ м}.$$

Эту же задачу полезно решить координатным методом.

Р е ш е н и е 2. Свяжем систему координат с Землей. Ось y направим вверх, а ось x — по радиусу к центру окружности. По второму закону Ньютона

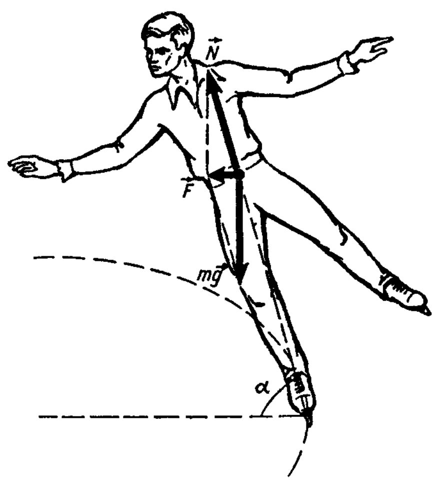


Рис. 110

$$m\vec{g} + \vec{N} = m\vec{a};\ a = \frac{v^2}{R};\ \vec{F} = m\vec{g}.$$

Чтобы найти радиус виража R, запишем уравнение в проекциях на оси координат:

$$F_x + N_x = ma_x;\ F_y + N_y = ma_y.$$

С учетом знаков проекций уравнения примут вид:

$$N \cos\alpha = ma;\ N \sin\alpha - mg = 0, \text{ или } N \sin\alpha = mg.$$

Отсюда

$$\operatorname{ctg}\alpha = \frac{a}{g} = \frac{v^2}{Rg};\ R = \frac{v^2}{g \operatorname{ctg}\alpha}.$$

При решении этой задачи у учащихся нередко возникает вопрос, почему сила $\vec{N}$ направлена под углом к поверхности льда, ведь они привыкли к тому, что сила реакции опоры всегда перпендикулярна к поверхности. Это в данном случае можно объяснить тем, что лезвие конька режет лед и возникает сила, нормальная к поверхности льда в этом месте (рис. 111). В более общем случае вектор силы $\vec{N}$ есть равнодействующая сил трения и реакции опоры.

343. Покажите на чертеже, как располагается отвѐс на Земле в средних широтах.

Р е ш е н и е. Примем за систему отсчета инерциальную систему, связанную с осью вращения Земли. На отвес (рис. 112) действует сила тяготения $\vec{F}$ и сила натяжения нити $\vec{F}_н$. По второму закону Ньютона

$$\vec{F} + \vec{F}_н = m\vec{a}_{ц\,с}, \text{ где } a_{ц\,с} = \frac{v^2}{R}.$$

Ускорение направлено по радиусу малой окружности, которую описывает отвес при вращении вокруг земной оси на данной широте. Следовательно, равнодействующая силы тяготения и силы

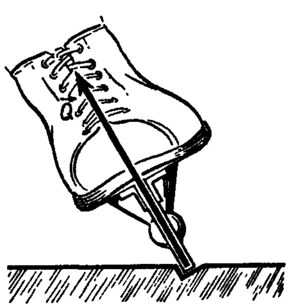


Рис. 111

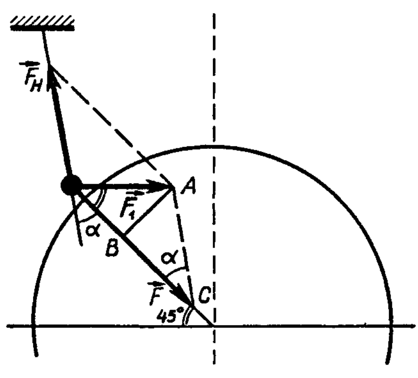


Рис. 112

реакции нити также направлена по радиусу, перпендикулярно земной оси. Из этого следует, что векторы сил $\vec{F}$ и $\vec{F}_н$ расположены под углом друг к другу и нить отвеса отклонена от радиуса Земли в направлении к экватору на некоторый угол α.

Так как угол α невелик (порядка нескольких минут), в первом приближении считают, что отвес направлен к центру Земли. (Масштаб сил на рис. 112 не соблюден.)

Глава 19. ЭЛЕМЕНТЫ СТАТИКИ

§ 64. Равновесие невращающихся тел

Согласно первому и второму законам Ньютона для равновесия материальной точки необходимо, чтобы геометрическая сумма всех приложенных к ней сил равнялась нулю:

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \ldots + \vec{F}_n = 0. \qquad (1)$$

Наиболее общим можно считать такой прием решения задач по статике: выбирают систему координат и проецируют векторы сил на оси с учетом того, что ускорение равно нулю. При этом подходе задачи по статике будут продолжением задач по динамике. При решении ряда задач полезно также использовать то обстоятельство, что любую из приложенных к материальной точке сил можно рассматривать как уравновешивающую для всех остальных.

Типовыми являются задачи о равновесии материальной точки на тросе, кронштейне, наклонной плоскости и блоках. Эти задачи ученики должны уметь решать графически и аналитически.

344 (э). Перекиньте через блок шнур с грузами и подвесьте на его середину гири (рис. 113). Найдите графически несколько значений равнодействующей сил,

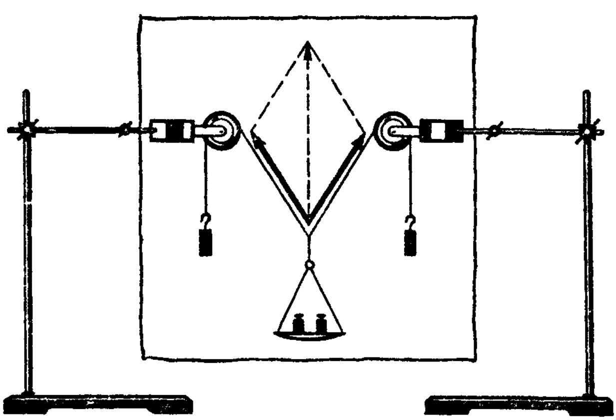


Рис. 113

действующих на точку подвеса гирь. Сравните ее с уравновешивающей силой и установите, как изменяется она в зависимости от угла между составляющими.

345. Найдите силы, действующие на стержень AC и трос BC (рис. 114), если $AC = 2$ м, $AB = 1{,}5$ м.

Решение 1. Свяжем систему координат с Землей, а за начало координат примем точку C. На точку C действует вес груза $\vec{P}$. В результате этого стержень AC сжимается и действует на точку C с силой $\vec{F}_1$. Трос BC растягивается и потому действует на точку C с силой $\vec{F}_2$.

По второму закону Ньютона: $\vec{P} + \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = 0$.

Проецируем векторы на оси x и y. С учетом знаков проекций получим уравнения:

$$F_2 \sin\alpha = -F_1;\ P = F_2\cos\alpha;\ \cos\alpha = \frac{AB}{BC};$$
$$BC = \sqrt{AC^2 + AB^2};\ \sin\alpha = \frac{AC}{BC}.$$

Решив систему уравнений, найдем: $F_1 = 400$ Н и $F_2 = 500$ Н.

Искомые силы равны по модулю силам $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$, но противоположны им по направлению и приложены соответственно к стержню и тросу.

Решение 2. Равнодействующая сил $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$ равна по модулю и противоположна по направлению вектору веса $\vec{P}$. Для построения векторов сил $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$ от точки C вертикально вверх откладываем вектор $\vec{F}$, численно равный весу $\vec{P}$. Из подобия треугольников ABC и CDE следует:

$$\frac{F}{F_1} = \frac{AB}{AC};\ F_1 = \frac{F \cdot AC}{AB} = \frac{300\ \text{Н} \cdot 2\ \text{м}}{1{,}5\ \text{м}} = 400\ \text{Н};$$
$$F_2 = \sqrt{F^2 + F_1^2} = 500\ \text{Н}.$$

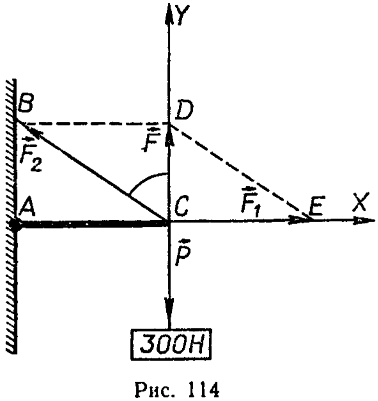


Рис. 114

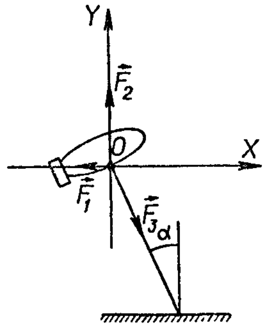


Рис. 115

При составлении и решении задач на кронштейн, особенно экспериментальных, нужно иметь в виду следующее. В кронштейнах все стержни должны быть на шарнирах, а шнуры не должны проскальзывать в местах соединений. Если стержень AC наглухо заделан в стену и трос в точке C не закреплен, а перекинут через блок, то во всех случаях натяжение троса будет равно весу груза. Если трос закрепить в точке C, то, поскольку стержень не только сжимается, но и изгибается, такой расчет силы растяжения троса окажется неверным.

346. На аэростат в горизонтальном направлении действует ветер с силой 1000 Н. Натяжение троса равно 2000 Н. На какой угол от вертикали отклонится трос и каково его натяжение в безветренную погоду?

Решение. Свяжем систему координат с Землей, а за начало координат примем точку O (рис. 115). На точку O аэростата действует сила ветра $\vec{F}_1$, подъемная сила $\vec{F}_2$ и натяжение троса $\vec{F}_3$:

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = 0.$$

Проецируя векторы на оси координат и учитывая знаки проекций, получим уравнения:

$$F_2 - F_3 \cos\alpha = 0; \quad -F_1 + F_3 \sin\alpha = 0,$$

отсюда

$$\sin\alpha = \frac{F_1}{F_3} = 0{,}5; \quad \alpha = 30°;$$

$$F_2 = F_3 \cos 30° = 2000 \text{ Н} \cdot 0{,}866 \approx 1700 \text{ Н}.$$

§ 65. Равновесие тел с закрепленной осью вращения

Первое понятие о равновесии тел, имеющих ось вращения, учащиеся получают в VI классе на примере равновесия рычагов, ворота, блоков. Как уже говорилось в главе 7, задачи этого типа в VI классе решали с помощью пропорции $\frac{F_1}{F_2} = \frac{l_2}{l_1}$. В VIII классе нужно использовать эти сведения, решив с учащимися в качестве повторения задачи, подобные тем, которые приведены в главе 7, § 29—30.

Восьмиклассники получают понятие о моменте сил $M = Fd$ и знакомятся с общим правилом, согласно которому твердое тело находится в равновесии, если результирующая всех действующих на него сил и сумма моментов всех сил равны нулю:

$$\sum\vec{F} = 0; \quad \sum M = 0.$$

Последнее равенство справедливо относительно любой точки.

Понятие о моменте силы как векторе не вводится, поэтому при решении задач составляют сразу скалярные уравнения $M_1 - M_2 = 0$, считая моменты сил, вращающих тело по часовой стрелке,

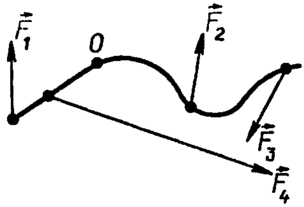


Рис. 116

положительными, а против часовой стрелки — отрицательными.

Как показывает опыт, ряду учащихся необходимы упражнения, поясняющие, в каком случае сила может вызвать вращение тела по часовой стрелке и в каком — против часовой стрелки. Такие упражнения полезно сопровождать экспериментом. Необходимы также упражнения для определения плеч сил, особенно в случае «криволинейного» рычага.

347 (э). На рисунке 116 показан в равновесии рычаг, имеющий закрепленную ось вращения *O*. Какие силы действуют на него? В каком направлении каждая сила повернет рычаг, если не будет других сил? Укажите плечо для каждой силы. Вычислите моменты всех сил и укажите их знаки.

Вызывают затруднения задачи, в которых не указаны в явном виде силы и ось вращения.

348. На рисунке 117 показан молоток с гвоздодером, длина рукоятки которого 30 см. Укажите, какие силы действуют на него, когда вытаскивают гвоздь, и какой выигрыш в силе он дает. Весом молотка пренебрегите.

Решение. Рука действует на рукоятку с силой $\vec{F}_1$. Гвоздь давит на молоток вниз с силой $\vec{F}_2$. При этом молоток поворачивается вокруг оси *O*.

Пользуясь указанным масштабом, определим плечи сил относительно оси *O*: $l_1 = 25$ см и $l_2 = 10$ см. Тогда

$$\sum M = 0;\ F_1 l_1 - F_2 l_2 = 0;\ \frac{F_2}{F_1} = \frac{l_1}{l_2} \approx 2{,}5.$$

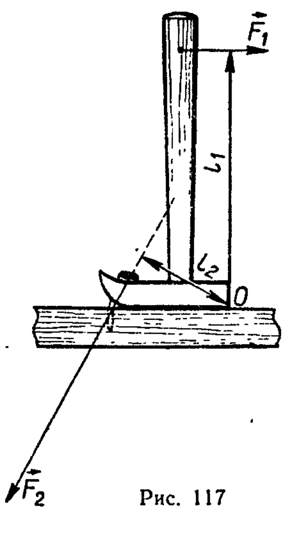


Рис. 117

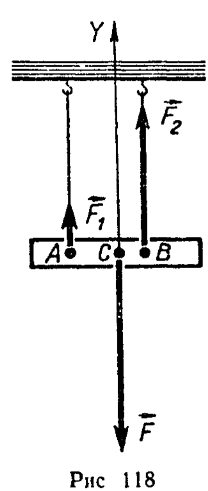


Рис 118

349. Балка весом 1400 Н подвешена на двух канатах (рис. 118). Какова сила натяжения этих канатов, если расстояние $AC = 3$ м и $CB = 1$ м?

Решение. Покажем на чертеже все силы, действующие на балку: силу тяжести $\vec{F}$ и силы натяжения канатов $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$. Начало координат совместим с точкой C и направим ось y вверх.

Так как балка находится в равновесии, то

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F} = 0; \ \sum M = 0.$$

Запишем уравнение, проецируя векторы сил на ось y и учитывая знаки проекций:

$$F_1 + F_2 - F = 0.$$

Теперь найдем сумму моментов сил относительно, например, точки A: $F \cdot AC - F_2 \cdot AB = 0$. Подставив числовые значения величин, найдем: $F_1 = 350$ Н и $F_2 = 1050$ Н.

Тот же результат получится, если уравнение моментов записать относительно точки C ($F_1 \cdot AC - F_2 \cdot CB = 0$) или любой другой точки.

350 (э). Определите силу, приложенную к правому концу рычага, и силу давления опоры (рис. 119), если вес одного груза 1 Н, а вес линейки — 2 Н.

Решение. Собирают установку на демонстрационном столе, пользуясь демонстрационным рычагом с делениями по 0,1 м и набором грузов по механике. Учащиеся зарисовывают установку и обозначают силы, действующие на рычаг.

По условию равновесия рычага $\sum \vec{F} = 0$ и $\sum M = 0$. Запишем сначала со знаком «плюс» все моменты сил, вращающие рычаг по часовой стрелке относительно точки O, а затем со знаком «минус» — моменты, вращающие рычаг против часовой стрелки. При этом учтем, что моменты силы давления опоры $\vec{F}_7$ и силы тяжести

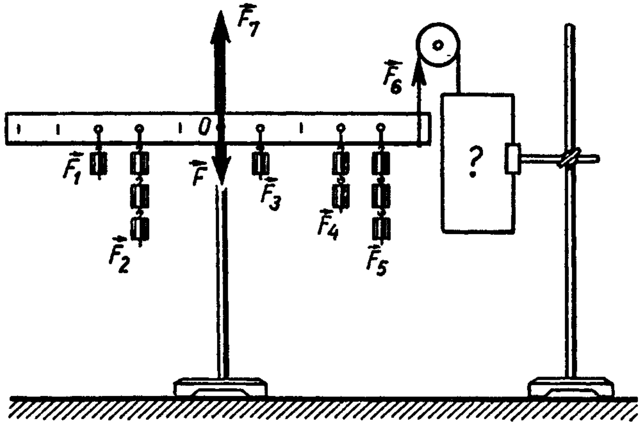


Рис. 119

линейки $\vec{F}$ равны нулю:

$$F_3l_3 + F_4l_4 + F_5l_5 - F_1l_1 - F_2l_2 - F_6l_6 = 0;$$

$1\,Н \cdot 0{,}1\,м + 2\,Н \cdot 0{,}3\,м + 3\,Н \cdot 0{,}4\,м - 1\,Н \cdot 0{,}3\,м - 3\,Н \cdot 0{,}2\,м - F_6 \cdot 0{,}5\,м = 0$. Отсюда $F_6 = 2\,Н$.

Сняв экран, убеждаемся в правильности полученного ответа. Считая силы, направленные вверх, положительными, а вниз — отрицательными, запишем первое уравнение в скалярной форме:

$$F_7 + F_6 - F_1 - F_2 - F_3 - F_4 - F_5 = 0; \quad F_7 = 10\,Н.$$

Подвесив рычаг в точке O к динамометру, убеждаемся, что $F_7 = 10\,Н$.

§ 66. Устойчивость равновесия тел

При решении задач по данной теме в основном используют знания по статике и понятие о центре тяжести тел. При повторении материала некоторые задачи полезно решить повторно, используя знания о механической энергии.

351 (э). Определите на опыте и обоснуйте теоретически положение центра тяжести круга, прямоугольника и треугольника, вырезанных из картона.

При решении этой задачи обращаем внимание на то, что тело с точкой опоры в центре тяжести находится в равновесии. Это положение, важное само по себе, используется далее при решении задач.

352. Где расположен центр тяжести карандаша? обруча? Всегда ли центр тяжести располагается внутри тела?

353 (э). Пользуясь спицами и нитками, определите центр тяжести куска пенопласта.

Решение. Пенопласт подвешивают два-три раза в разных положениях и протыкают по направлению нити спицей. Разрезав пенопласт, обнаруживают, что все отверстия сходятся в одной точке — центре тяжести.

354 (э). С помощью медных монет определите вес линейки.

Решение. На конец линейки кладут монеты и уравновешивают, как показано на рисунке 120, *а*. Из рисунка видно, что $F_2 \cdot AO - F_1 \cdot BO = 0$. Вес линейки численно равен $F_2 = \dfrac{F_1 \cdot BO}{AO}$.

К задачам этого типа учащиеся нередко делают чертежи, подобные изображенному на рисунке 120, *б*, и при решении учитывают вес рычага по обе стороны от точки опоры. В этом нет надобности, так как равнодействующая сил $\vec{F}_3$ и $\vec{F}_2'$ равна $\vec{F}_2$ и приложена к центру тяжести.

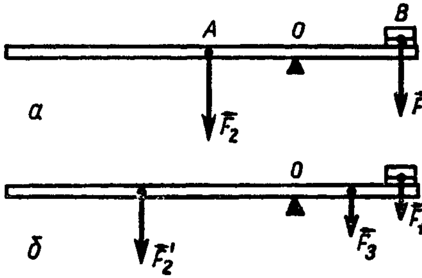


Рис. 120

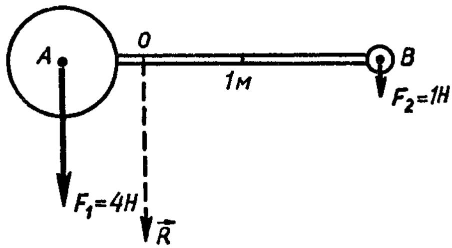


Рис. 121

355. Найдите центр тяжести двух грузов весом 4 и 1 Н (рис. 121). Расстояние между центрами грузов равно 1 м. Весом соединительного стержня пренебрегите.

Решение. Грузы останутся в равновесии, если стержень имеет точку опоры в центре тяжести (точке O). Запишем условие равновесия: $\sum M = 0$, откуда $F_2 \cdot OB - F_1 \cdot OA = 0$, или 1 Н (1 м $-$ AO) $= F_1 \cdot AO$; $AO = 0{,}2$ м.

356. Устойчивое, неустойчивое или безразличное положение равновесия занимают следующие тела: гимнаст, висящий на руках на перекладине, и гимнаст, сделавший на ней стойку; канатоходец на канате. Каким образом гимнаст (рис. 122) и канатоходец поддерживают равновесие?

Решение. Для гимнаста, делающего стойку, перекладину можно считать осью вращения (см. рис. 122). При отклонении его центра тяжести в сторону от вертикали, проходящей через ось возникает вращающий момент $M = Fd$, удаляющий гимнаста от положения равновесия, которое, следовательно, неустойчиво.

Аналогично доказываем неустойчивость равновесия канатоходца и устойчивость равновесия гимнаста, висящего на руках. На этом примере обращаем внимание на то, что в положении устойчивого равновесия центр тяжести тела расположен ниже оси вращения.

Гимнаст, делающий стойку, и канатоходец поддерживают положение равновесия, смещая часть своего тела, например руку или ногу, в сторону, противоположную той, куда они начинают падать.

357. Длинный шест, поставленный вертикально, находится в положении неустойчивого равновесия. Как его удерживает жонглер? Проделайте аналогичный опыт самостоятельно с какой-либо рейкой или линейкой.

358. В каком положении и почему будет находиться в устойчивом равновесии на столе яйцо?

Решение. Рассматриваем равновесие яйца в трех положениях: когда оно поставлено на

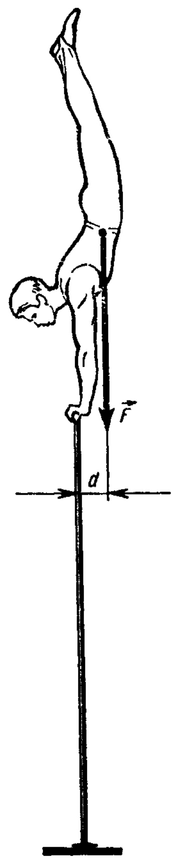


Рис. 122

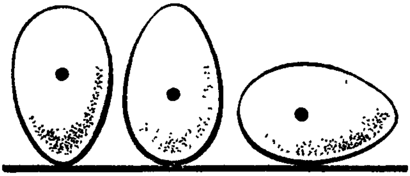


Рис. 123

острый и тупой конец и лежит «на боку» (рис. 123), при этом принимаем, что яйцо поворачивается вокруг точки, в которой оно касается стола[1].

На данном примере показываем, что в устойчивом положении равновесия центр тяжести находится в низшем из возможных положений.

359. Деревянную линейку закрепите под углом к горизонту и поставьте на нее спичечные коробки, снабженные отвесами, как показано на рисунке 124, *а*. Чтобы коробки не соскальзывали по линейке, воткните в нее кнопки. Какая из коробок упадет раньше, если увеличивать угол наклона линейки? Почему? Положите коробки плашмя (рис. 124, *б*). Какая стопка опрокинется раньше, если увеличивать угол наклона? Почему?

Решение. На коробку действует сила тяжести и реакции опоры. Коробка будет в равновесии, если $\sum M = 0$, или $F_1 l_1 - F_2 l_2 = 0$. Пока отвес не выходит за площадь опоры, момент силы возвращает тело в положение равновесия и, наоборот, опрокидывает его, когда отвес выходит за площадь опоры.

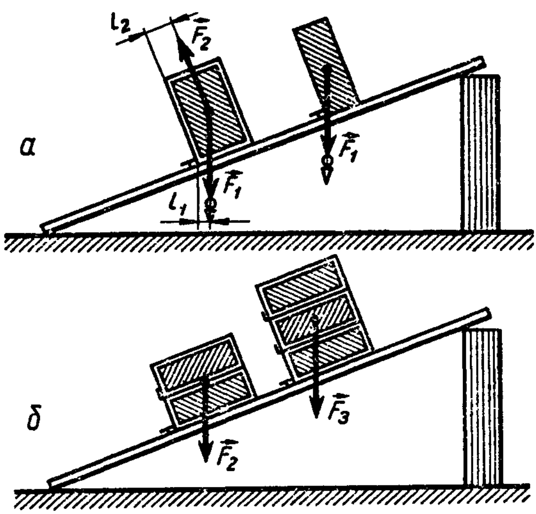


Рис. 124

[1] Мгновенная ось вращения.

В начале изучения этого раздела нужно ознакомить учащихся с применением второго закона Ньютона, записанного в следующем виде:

$$\vec{F}t = m\vec{v}_2 - m\vec{v}_1.$$

Это облегчит формирование и разграничение важных физических понятий: импульс силы и импульс (количество движения). В начале темы в качестве повторения полезно также решить одну-две задачи, подобные № 91, 92, используя соотношение

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{\Delta v_2}{\Delta v_1}, \text{ или } \frac{m_1}{m_2} = \frac{v_2 - v_2'}{v_1 - v_1'}.$$

Затем этому выражению придают следующий вид:

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = m_1\vec{v}_1' + m_2\vec{v}_2'.$$

Данное уравнение является частным случаем закона сохранения количества движения (импульса) — одного из фундаментальных законов физики, справедливого для любой замкнутой системы тел в инерциальной системе отсчета. Оно показывает, что векторная сумма всех импульсов замкнутой системы есть величина постоянная.

Восьмиклассники решают несложные задачи о взаимодействии двух изолированных тел, движущихся по одной прямой, при этом за тело отсчета принимают Землю. Но при повторении материала в старших классах желательно решить несколько задач, в которых скорости тел направлены под углом друг к другу.

Векторное уравнение закона сохранения импульса эквивалентно уравнениям в проекциях на оси x, y, z:

$$m_1v_{1x} + m_2v_{2x} = m_1v_{1x}' + m_2v_{2x}',$$
$$m_1v_{1y} + m_2v_{2y} = m_1v_{1y}' + m_2v_{2y}',$$
$$m_1v_{1z} + m_2v_{2z} = m_1v_{1z}' + m_2v_{2z}'.$$

Так как оси координат x, y, z могут быть выбраны произвольно, то это означает, что имеет место сохранение суммы проекций импульсов на любое направление.

В средней школе рассматривают движение тел в одной плоскости, поэтому при решении задач обычно бывает достаточно использовать проекции импульса только на одно или два соответствующим образом выбранных направления, по которым на систему не действуют внешние силы или же их равнодействующая равна нулю.

С данными направлениями и совмещают оси координат x и y.

Возможен и другой прием: в систему включают все взаимодействующие тела, в том числе и Землю, учитывая при решении

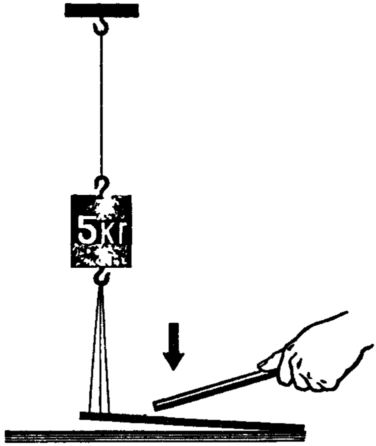


Рис. 125

задач, что изменение ее скорости во время движения ввиду огромной массы равно нулю. Такие задачи предназначены для учащихся, проявляющих повышенный интерес к физике.

360. На тонкой нити висит массивная гиря (рис. 125). Снизу к гире на трех таких же нитях привязан стержень. Что произойдет, если резко ударить по стержню? медленно действовать на стержень рукой, постепенно увеличивая силу давления?

Р е ш е н и е. В соответствии с формулой $\vec{F}t = m\vec{v} - m\vec{v}_0$ при малом времени действия t даже большой силы $\vec{F}$ изменение количества движения $m(\vec{v} - \vec{v}_0)$, а следовательно, скорости и местоположения тела может быть незначительным. Тело практически остается на месте. Если сила $\vec{F}$ окажется больше силы упругости нижних нитей, то они оборвутся. При длительном действии силы, превышающей вместе с весом гири прочность верхней нити, последняя оборвется.

361. Молекула массой $m = 4{,}65 \cdot 10^{-26}$ кг ударяется и без потери скорости отскакивает от стенки сосуда. Найдите импульс силы, полученный стенкой, если молекула летит и отскакивает: а) перпендикулярно; б*) под углом 30° к стенке. Скорость молекулы равна 600 м/с.

Р е ш е н и е. а) Направим ось x перпендикулярно стенке (рис. 126, *а*). На молекулу действует импульс силы $\vec{F}t = m(\vec{v}_2 - \vec{v}_1)$. Так как $\vec{v}_2 = -\vec{v}_1$, то $\vec{F}t = -2m\vec{v}_1$. Знак «минус» показывает, что сила, с которой стенка действует на молекулу, противоположна направлению скорости $\vec{v}_1$. По третьему закону Ньютона молекула действует на стенку с такой же по модулю, но противо-

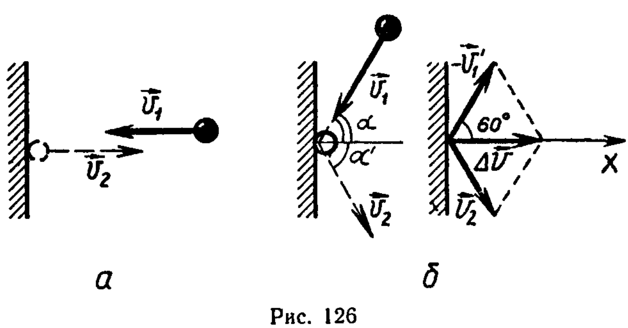


Рис. 126

положно направленной силой, модуль импульса которой равен $Ft = 2{,}8\cdot10^{-23}$ Н·с.

б) В ознакомительном плане учащимся сообщают, что при упругом соударении со стенкой (рис. 126, *б*) молекула отскакивает от нее под тем же углом, под которым летит к ней ($\angle\alpha = \angle\alpha'$). При этом модуль скорости молекулы остается без изменения ($v_1 = v_2$). Запишем для молекулы уравнение $\vec{F}t = m(\vec{v}_2 - \vec{v}_1)$ в проекциях на ось x:

$$F_x t = m(v_{2x} - v_{1x}) = m(v_2\cos\alpha + v_1\cos\alpha) = 2mv_1\cos\alpha.$$

Стенка получает такой же по модулю импульс силы

$$Ft = 2\cdot4{,}65\cdot10^{-26}\ \text{кг}\cdot600\ \text{м/с}\cdot0{,}5 = 2{,}8\cdot10^{-23}\ \text{Н}\cdot\text{с}.$$

362. Электровоз массой 180 т, движущийся по инерции с выключенными двигателями со скоростью 0,5 м/с, подъезжает к неподвижному вагону и продолжает движение с ним вместе. Какова масса вагона, если скорость локомотива уменьшилась до 0,4 м/с? Трением локомотива и вагона о рельсы пренебрегите.

Р е ш е н и е. Проведем ось x вдоль движения состава. Приравниваем импульсы, которые имели все тела (в данном случае локомотив и вагон) до столкновения и после столкновения:

$$m_л\vec{v}_л + m_в\vec{v}_в = m_л\vec{v}\,'_л + m_в\vec{v}\,'_в.$$

По условию $\vec{v}\,'_л = \vec{v}\,'_в = \vec{v}$, а $v_в = 0$ и все векторы имеют одно направление. Запишем это уравнение в проекциях на ось x:

$$m_л v_л = (m_л + m_в)v \Rightarrow m_в = \frac{m_л(v_л - v)}{v} = 45\ \text{т}.$$

363. Человек массой 80 кг прыгает в направлении, перпендикулярном берегу, на плот массой 300 кг, который плывет по течению. С какой скоростью и в каком направлении двигался бы плот, если бы не было сопротивления воды? Скорость течения равна 1 м/с, а скорость движения человека 7 м/с.

Р е ш е н и е. Свяжем систему отсчета с Землей. Ось x направим по течению реки, а ось y — перпендикулярно берегу. Изобразим на чертеже (рис. 127) векторы импульсов человека и плота и результирующий импульс. Согласно закону сохранения импульса запишем

$$m_п\vec{v}_п + m_ч\vec{v}_ч = (m_п + m_ч)\vec{v}. \qquad (1)$$

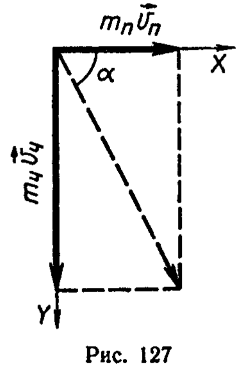


Рис. 127

Направление скорости плота определим из соотношения:

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{m_ч v_ч}{m_п v_п} \approx 1{,}87;\ \alpha \approx 62°.$$

С учетом знаков проекций на оси x, y уравнение (1) можно записать в следующем виде:

$$m_п v_п = (m_п + m_ч)v\cos\alpha;\ m_ч v_ч = (m_п + m_ч)v\sin\alpha.$$

Решив данную систему уравнений, найдем:

$$v = \sqrt{\frac{(m_п v_п)^2 + (m_ч v_ч)^2}{m_п + m_ч}} = 1{,}7 \text{ м/с}.$$

364. От третьей ступени ракеты-носителя, движущейся по орбите вокруг Земли со скоростью $v_р = 8$ км/с, отделилась головная часть массой $m_г = 20$ кг. С какой скоростью $v'_р$ стала двигаться ракета-носитель, если скорость головной части увеличилась на 5 м/с? Масса ракеты-носителя без головной части $m_р = 1$ т. (Все числа при вычислениях считать точными до пятой значащей цифры.)

Решение. Свяжем систему отсчета с Землей и направим ось y по движению ракеты. Запишем закон сохранения импульса

$$(m_р + m_г)\vec{v}_р = m_р\vec{v}'_р + m_г\vec{v}'_г.$$

Так как масса головной части по сравнению с массой ракеты невелика и изменение ее скорости незначительно, то можно предположить, что векторы скорости $\vec{v}_р$ и $\vec{v}'_г$ совпадают по направлению. Поэтому уравнение в проекциях на ось y примет вид:

$$(m_р + m_г)v_р = m_р v'_р + m_г v'_г,$$

отсюда

$$v'_р = \frac{m_р v_р + m_г(v_р - v'_г)}{m_р} = 7999{,}9 \text{ м/с}.$$

Если предположить, что направление скорости ракеты-носителя изменится на противоположное, то уравнение следует записать в таком виде:

$$(m_р + m_г)v_р = -m_р v'_р + m_г v'_г,$$

отсюда $v'_р = -7999{,}9$ м/с.

Знак «минус» говорит о том, что направление скорости противоположно тому, которое предполагалось.

365. Брусок массой m_1 скользит по наклонной плоскости, высота которой h и угол наклона α, и падает на тележку с песком массой m_2 (рис. 128). Какую скорость после этого будет иметь тележка? Трением при движении тел пренебрегите.

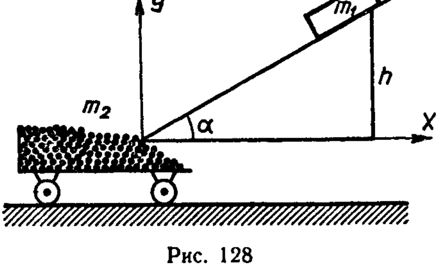


Рис. 128

Решение 1. Примем за тело отсчета Землю и направим ось x горизонтально вправо, а ось y вертикально вверх. Для замкнутой системы тел m_1 и m_2 справедливо уравнение $m_1\vec{v}_1 = (m_1 + m_2)\vec{v}_2$. Но так как в данном случае на тела действует неуравновешенная сила реакции опоры, то $m_1\vec{v}_1 \neq (m_1 + m_2)\vec{v}_2$. Это видно уже из того, что векторы ско-

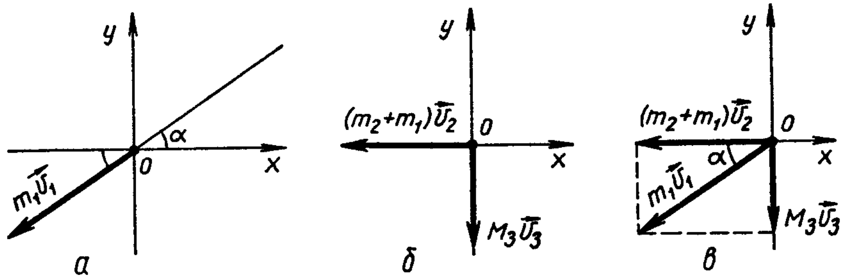


Рис. 129

рости $\vec{v}_1$ и $\vec{v}_2$ имеют различное направление. Уравнение, однако, справедливо в проекции на горизонтальную ось x, так как в этом направлении на тело не действуют внешние силы:

$$m_1 v_{1x} = (m_1 + m_2) v_{2x},$$

или

$$m_1 v_1 \cos\alpha = (m_1 + m_2) v_2.$$

Так как $v_1 = \sqrt{2gh}$, то

$$v_2 = \frac{m_1\sqrt{2gh}\cos\alpha}{m_1 + m_2}.$$

Решение 2*. Изобразим графически импульсы тел до и после соударения (рис. 129, *а* и *б*), включив в систему тел и Землю. При этом будем пользоваться системой отсчета, связанной с неподвижными звездами. Начало системы координат свяжем с воображаемой точкой соударения тел. Смещением этой точки во время скольжения тела по наклонной плоскости пренебрежем.

Согласно закону сохранения импульса (рис. 129, *в*)

$$m_1\vec{v}_1 = (m_1 + m_2)\vec{v}_2 + M_3\vec{v}_3, \qquad (1)$$

где M_3 и $\vec{v}_3$ — соответственно масса и скорость Земли. В проекции на ось x уравнение примет вид:

$$m v_1 \cos\alpha = (m_1 + m_2) v_2,$$

что мы уже имели в решении 1. Из уравнения (1) можно найти и скорость Земли, спроецировав векторы на ось y:

$$m_1 v_1 \sin\alpha = M_3 v_3,$$

отсюда

$$v_3 = \frac{m_1 v_1 \sin\alpha}{M_3}.$$

Ясно, что ввиду огромной массы Земли скорость v_3 практически равна нулю.

Глава 21. ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ ЭНЕРГИИ

Центральный вопрос темы — закон сохранения и превращения энергии и его применения к различным процессам и явлениям. В том числе с энергетической точки зрения рассматривают движение жидкостей и газов (закон Бернулли). Многие задачи поэтому являются комбинированными. Это усложняет их решение, но зато дает учителю средство обобщения и повторения пройденного.

§ 67. Механическая работа

Для повторения и закрепления материала сначала решают задачи, когда перемещение совпадает с направлением силы, а затем задачи, в которых перемещения не совпадают по направлению с действующей силой. Для этого случая используют формулу

$$A = Fs\cos\alpha,$$

где α — угол между направлением силы $\vec{F}$ и перемещением $\vec{s}$.

С помощью задач углубляют и закрепляют новые понятия: работа A может быть равной нулю, хотя векторы $\vec{F}$ и $\vec{s}$ не равны нулю: работа может быть величиной отрицательной. Отрицательную работу, например, совершают силы трения. Следует также решить несколько задач, по условию которых сила является переменной величиной. На примере этих задач нужно ознакомить учащихся с графическим способом вычисления работы и показать, как переменная сила при некоторых расчетах может быть заменена ее средним значением.

Используя знания о силах, решают задачи о работе силы тяжести, силы упругости и силы трения.

366. Вагонетку массой 2 т равномерно перемещает рабочий по горизонтальному пути. Какую работу он совершил на пути 100 м и какую работу совершает сила трения, если коэффициент трения равен 0,01?

Решение. Выполним рисунок 130, указав силы тяги $\vec{F}_т$ и трения $\vec{F}_{тр}$, действующие на вагонетку, а также силы $m\vec{g}$ и $\vec{N}$. При равномерном движении по второму закону Ньютона

$$\vec{F}_т + \vec{F}_{тр} + \vec{F} + \vec{N} = 0,$$

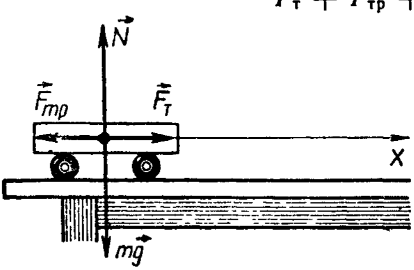


Рис. 130

или в проекции на ось x:

$$F_т - F_{тр} = 0.$$

По модулю $F_т = F_{тр}$. Сила тяги $\vec{F}_т$ и совершает работу против сил трения. Сила трения $\vec{F}_{тр} = \mu N = \mu mg$.

Вычислим работу, которую совершает рабочий:

$$A = Fs\cos\alpha;$$

так как $\alpha = 0$, то $\cos\alpha = 1$ и $A = Fs = \mu mgs$. Подставив в формулу числовые значения величин, найдем $A = 20$ кДж;

$$A_{тр} = \mu mg\cos 180° = -20 \text{ кДж}.$$

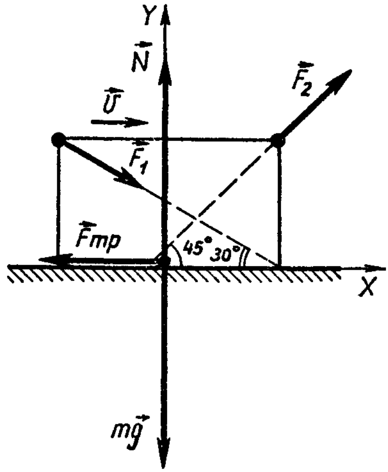


Рис. 131

367. Двое рабочих передвигают равномерно по полу ящик весом $F = 900$ Н. При этом один толкает его сзади с силой $F_1 = 300$ Н, направленной под углом $\alpha_1 = 30°$ к полу, а второй тянет с такой же по модулю силой F_2 за веревку, которая образует с полом угол $\alpha_2 = 45°$. Какую работу совершат рабочие, передвигая равномерно ящик на расстояние $s = 20$ м?

Р е ш е н и е. Изобразим на чертеже (рис. 131) действующие на ящик силу тяжести $\vec{F} = m\vec{g}$, силу реакции опоры $\vec{N}$, силу трения $\vec{F}_{тр}$ и силы $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$. Систему отсчета свяжем с Землей и направим ось x по движению ящика. По второму закону Ньютона

$$\vec{F} + \vec{F}_2 + \vec{N} + \vec{F}_{тр} = 0.$$

С учетом знаков проекций на ось x уравнение примет вид:

$$F_1\cos\alpha_1 + F_2\cos\alpha_2 - F_{тр} = 0.$$

Силы, имеющие знак «плюс», совершают работу против сил, препятствующих движению:

$$A = (300 \text{ Н} \cos 30° + 300 \text{ Н} \cos 45°)\cdot 20 \text{ м} = 9{,}4\cdot 10^3 \text{ Дж}.$$

368*. По Земле волоком равномерно перемещают мешок массой $m = 50$ кг на расстояние $s = 10$ м. Какую при этом нужно приложить к мешку силу и какую совершить работу, если коэффициент трения $\mu = 0{,}6$? Как в общем случае сила и ее работа зависят от угла α между силой и перемещением? При каком угле α сила наименьшая?

Р е ш е н и е. Свяжем систему координат с Землей, начало отсчета совместим с положением в данный момент центра масс, ось x направим горизонтально по движению тела, а ось y — вверх (рис. 132). По второму закону Ньютона, учитывая, что $a = 0$, запишем

$$\vec{N} + m\vec{g} + \vec{F} + \vec{F}_{тр} = 0.$$

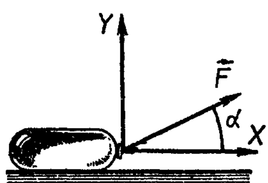


Рис. 132

Спроецируем силы на оси x и y:

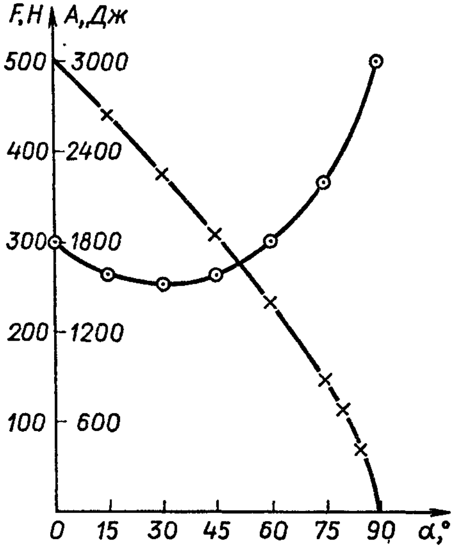


Рис. 133

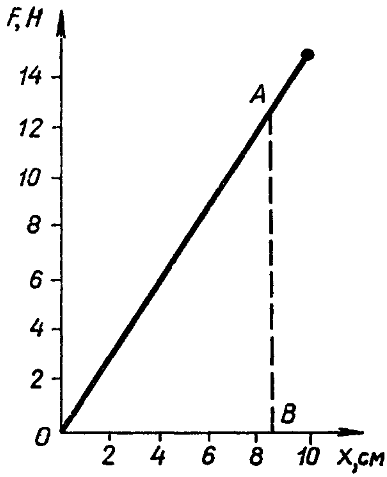


Рис. 134

$$F\cos\alpha - F_{тр} = 0; \qquad (1)$$
$$N - mg + F\sin\alpha = 0; \qquad (2)$$
$$F_{тр} = \mu N. \qquad (3)$$

Решив систему уравнений, найдем

$$F = \frac{\mu mg}{\cos\alpha + \mu\sin\alpha}; \qquad (4)$$

$$A = Fs\cos\alpha = \frac{\mu mg}{1 + \mu\,\mathrm{tg}\,\alpha}\,s. \qquad (5)$$

Найдем модули F и A для предельных значений угла $\alpha(0-90°)$:

при $\alpha = 0°$ $\quad F = \mu mg$; $A_{max} = \mu mgs$;

при $\alpha = 90°$ $\quad F = mg$; $A_{min} = 0$.

Сила $\vec{F}$ перпендикулярна перемещению и работы не совершает. Подставив в формулы (4) и (5) значения m, s, μ и α, построим график зависимости $F = F(\alpha)$ и $A = A(\alpha)$ (рис. 133).

По графику $F = F(\alpha)$ видно, что сила $\vec{F}$ минимальна при угле $\alpha \approx 30°$. Для учителя заметим, что этот результат можно получить и аналитически из формулы (4): F_{max} при минимальном значении знаменателя дроби.

По теореме экстремумов функции находим:

$(\cos\alpha + \mu\sin\alpha)' = 0$, или $-\sin\alpha + \mu\cos\alpha = 0$; $\mathrm{tg}\,\alpha = \mu$.

По условию $\mu = 0{,}6$ и, следовательно, $\alpha \approx 30°$.

Данное решение можно использовать при повторении в X классе.

369. Начертите график зависимости удлинения пружины от действующей на нее силы, если жесткость пружины $k = 1{,}5$ Н/см. По графику определите модуль силы $\vec{F}$ и работу A, необходимые для растяжения пружины на 8,5 см.

Решение 1. Так как зависимость F от x прямо пропорциональная (рис. 134), то достаточно взять две точки, например, с координатами (0 см; 0 Н) и (8,5 см; 12,8 Н) (координата $x = 8{,}5$ см берется произвольно, а координата для силы F находится по закону Гука $F_{\text{упр}_x} = -kx$). Работа численно равна площади треугольника OAB:

$$A = 0{,}5 \cdot OB \cdot AB = 0{,}5 \cdot 0{,}085 \text{ м} \cdot 12{,}8 \text{ Н} \approx 0{,}54 \text{ Дж}.$$

Решение 2. Вычислим работу по формуле:

$$A = \frac{kx^2}{2} = \frac{1{,}5 \cdot 10^2 \text{ Н/м} (8{,}5 \cdot 10^{-2} \text{ м})^2}{2} = 0{,}54 \text{ Дж}.$$

§ 68. Механическая энергия

Опираясь на знания школьников, вначале полезно решить качественные задачи, которые показывают, что движущееся тело способно совершить работу и, следовательно, обладает кинетической энергией, зависящей от его массы и скорости (№ 144). После этого решают задачи о кинетической энергии, используя формулы:

$$E_k = \frac{mv^2}{2}; \; A = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}.$$

При этом надо обратить внимание на то, что кинетическая энергия зависит от системы отсчета, в которой измеряется скорость. Для закрепления и углубления соответствующего материала учебника решают задачи с использованием понятия о потенциальной энергии тела, на которое действует сила тяжести, и потенциальной энергии $E_p = \frac{kx^2}{2}$ упруго деформированного тела.

При решении задач о потенциальной энергии нужно обратить внимание на то, что значение потенциальной энергии определяют относительно уровня, условно принимаемого за нулевой. Обычно это уровень поверхности Земли. Учащиеся должны помнить, что формула $E_p = mgh$ приближенная, так как g изменяется с высотой и зависит от географической широты места. Только для небольших по сравнению с радиусом Земли значений h можно считать g постоянной величиной.

Главное внимание уделяют задачам на закон сохранения энергии в механических процессах, в том числе при работе простых механизмов. Для уяснения физической сущности закона сохранения энергии в механических процессах сначала на примере энергии падающего тела решают задачи для идеальных условий, без учета сил сопротивления, пользуясь формулой

$$E = mgh + \frac{mv^2}{2}.$$

Вначале следует решить несложные задачи, в которых необходимо вычислить кинетическую энергию по формуле $E_k = \frac{mv^2}{2}$ по известной массе и скорости тела [13, упр. 32, № 3]. Полезны также следующие задачи.

370. Сравните кинетическую энергию пули массой $m_п = 0{,}9$ г, летящей со скоростью $v_п = 600$ м/с, и человека массой $m_ч = 60$ кг, бегущего со скоростью $v_ч = 18$ км/ч.

Решение. Кинетическая энергия пули

$$E_п = \frac{m_п v_п^2}{2} = \frac{90 \cdot 10^{-3}\,\text{кг} \cdot 600\,\text{м/с}}{2} = 1{,}6 \cdot 10^3\ \text{Дж}.$$

Аналогично найдем $E_ч = 7{,}5 \cdot 10^2$ Дж; $E_п \gg E_ч$, так как $E_k \sim v^2$.

371. Стрелок бомбардировщика стреляет из пушки в летящий навстречу истребитель. Какова кинетическая энергия снаряда массой m относительно Земли и истребителя? Скорость истребителя $v_и = 1080$ км/ч, бомбардировщика $v_б = 720$ км/ч и снаряда пушки $v_с = 800$ м/с.

Решение. Примем за тело отсчета Землю и направим ось x по движению бомбардировщика. Согласно формуле сложения скоростей

$$\vec{v}_{сЗ} = \vec{v}_с + \vec{v}_б.$$

В проекции на ось x уравнение примет вид:

$$v_{сЗ} = v_с + v_б;\ v_{сЗ} = 800\ \text{м/с} + 200\ \text{м/с} = 1000\ \text{м/с};$$

$$E_{kС} = \frac{mv_{сЗ}^2}{2} = \frac{m\ \text{кг}\,(1000\ \text{м/с})^2}{2} = 5m \cdot 10^5\ \text{Дж}.$$

Примем за тело отсчета истребитель:

$$v_{си} = v_{сЗ} + v_и;$$

$$v_{си} = 1000\ \text{м/с} + 300\ \text{м/с} = 1300\ \text{м/с};$$

$$v_и = 1030\ \text{км/ч} = 300\ \text{м/с};\ E_{k_и} = \frac{mv^2{}_{си}}{2} = 8{,}4\ m \cdot 10^5\ \text{Дж}.$$

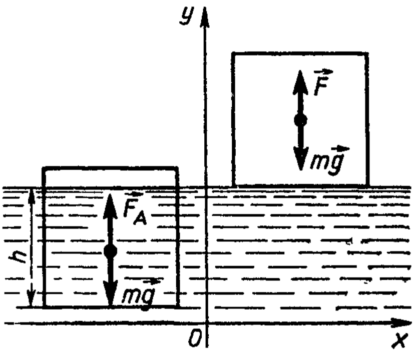


Рис. 135

372. Какую нужно совершить работу, чтобы поднять из воды глыбу льда в форме куба объемом $v_л = 1$ м³?

Решение. Изобразим лед в воде и действующие на него силу тяжести $m\vec{g}$ и архимедову силу $\vec{F}_A$ (рис. 135, *а*).

Во втором положении (рис. 135, *б*) на лед, поднятый из воды, действуют силы $\vec{F}$ и $m\vec{g}$. Свяжем систему отсчета с Землей и ось y направим вверх, а за начало отсчета примем нижнюю точку льда под водой. Лед поднимается из воды на высоту h. Определим это расстояние, используя второй закон Ньютона: $\vec{F}_A + m\vec{g} = 0$. Проецируя векторы сил на ось y, можно записать

$$F_A = mg, \text{ или } \rho_в V' g = \rho_л V_л g,$$

где $\rho_в$ и V' — соответственно плотность воды и объем погруженной в воду части льда:

$$V' = \frac{V\rho_л}{\rho_в} = \frac{1 \text{ м}^3 \cdot 900 \text{ кг/м}^3}{1000 \text{ кг/м}^3} = 0{,}9 \text{ м}^3.$$

Так как V' это объем параллелепипеда с площадью основания 1 м^2, то его высота $h = 0{,}9$ м. На такое расстояние и поднимает лед внешняя сила $\vec{F}$. В первый момент необходимая для подъема сила $F = 0$. Затем эта сила по мере подъема будет возрастать, так как будет уменьшаться выталкивающая сила. В последний момент

$$F = 9{,}8 \text{ м/с}^2 \cdot 1000 \text{ кг} \approx 10\,000 \text{ Н}.$$

В любой момент времени при равномерном поднятии льда согласно второму закону Ньютона $\vec{F} + m\vec{g} + \vec{F}_A = 0$. Проецируя векторы на ось y, следует записать

$$F - mg + F_A = 0; \; mg = V\rho_л g = Sh_л\rho_л g,$$

где $h_л$ — полная высота льда, равная 1 м;

$$F_A = V'\rho_в g = Sh'\rho_в g.$$

Следовательно, поднимающая лед сила

$$F = Sh_л\rho_л g - Sh'\rho_в g;$$

$\rho_л = 0{,}9\,\rho_в$, поэтому

$$F = Sg(h_л\, 0{,}9\rho_в - \rho_в h') = Sg\rho_в(0{,}9h - h');$$

$0{,}9h_л$ — высота плавающего льда, находящегося в воде, а h' — высота льда, частично поднятого из воды. Следовательно, величина $0{,}9 - h' = \Delta l$ является тем расстоянием, на которое подняли лед. Поэтому сила $\vec{F}$ линейно зависит от высоты поднятия льда и для вычисления работы можно взять среднюю силу $F_{ср}$:

$$A = F_{ср}s = 5000 \text{ Н} \cdot 0{,}9 \text{ м} = 4{,}5 \cdot 10^3 \text{ Дж} = 4{,}5 \text{ кДж}.$$

373. С какой минимальной высоты должен скользить без трения брусок, чтобы описать «мертвую петлю» (рис. 136), не оказывая на нее давления в верхней точке *E*? Рассчитайте силу давления бруска на петлю в точке *B*. Как двигался бы дальше брусок, пройдя точку *E*, если бы не было участка петли *EMB*?

Решение. Свяжем систему отсчета с Землей и для каждого положения тела ось x будем направлять по радиусу к центру, а ось y по касательной к окружности. Согласно второму закону Ньютона

$$\vec{F} + \vec{N} = m\vec{a}. \qquad (1)$$

Так как по условию в точке E $N = 0$, то в проекции на ось y уравнение примет вид:

$$F = ma,$$

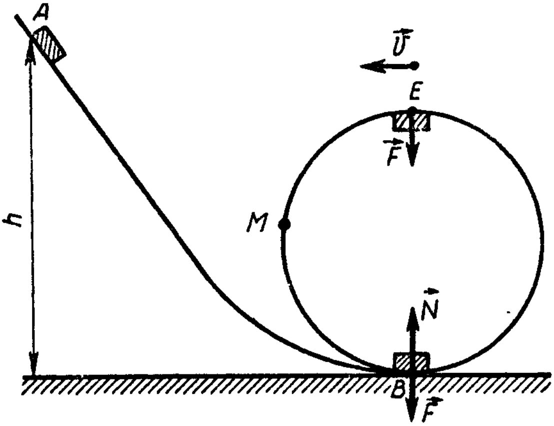


Рис. 136

где a — модуль центростремительного ускорения $\left(a = \frac{v^2}{R}\right)$, а F — сила тяжести (mg), поэтому

$$mg = \frac{mv^2}{R} \Rightarrow v^2 = gR.$$

По закону сохранения энергии для положения в точке E:

$$mgh = \frac{mv^2}{2} + 2mgR, \text{ или } h = \frac{v^2}{2g} + 2R. \qquad (2)$$

Следовательно,

$$h = \frac{R}{2} + 2R = 2{,}5R.$$

Для точки B:

$$N - F = \frac{mv^2}{R}.$$

Так как $v^2 = 2gh = 5gR$, то $N = 6mg$ (шестикратная перегрузка).

Если бы не было участка EMB, то тело от точки E летело бы по параболе. Дальность полета

$$s = v_E t = \sqrt{2gh'} \cdot \sqrt{\frac{2h_2}{g}} = \sqrt{2g \cdot 0{,}5R} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 2R}{g}} = 2R.$$

374. Цирковой артист весом 600 Н прыгает с высоты 10 м на растянутую сетку. С какой средней силой он давит на сетку, если она прогибается на 1 м? Какова была бы средняя сила давления на сетку, если бы прогиб был только 0,1 м?

Решение. Поскольку в задаче не учитываются потери энергии, можно считать, что потенциальная энергия поднятого тела превратилась в потенциальную энергию упруго деформированной сетки:

$$mgh = \frac{kx^2}{2} = \frac{kx}{2}x = F_{ср}x.$$

Сила упругости F_y зависит линейно от деформации x, поэтому можно записать

$$F_{ср1} = \frac{mgh}{x_1} = \frac{600\ Н \cdot 11\ м}{1\ м} = 6{,}6 \cdot 10^3\ Н.$$

При $x_2 = 0{,}1$ м $F_{ср2} \approx 6{,}1 \cdot 10^4$ Н.

На примере этой задачи видно значение «мягких» амортизаторов для уменьшения силы удара, что полезно пояснить также формулой $\vec{F}_{ср}t = m\vec{v}_2 - m\vec{v}_1$. Так как $mv_2 = 0$, то $\vec{F}_{ср} = \frac{m\vec{v}_1}{t}$. Чем больше деформация x, тем больше время t и меньше по модулю сила $F_{ср}$ при одной и той же по модулю скорости $\vec{v}$.

375. При испытаниях обнаружили, что тормозной путь «Москвича» массой 1300 кг по сухому асфальту при начальной скорости 30 км/ч оказался равным 5 м, а при скорости 50 км/ч — 12 м. Определите по этим данным среднюю силу сопротивления при торможении для каждой скорости.

Решение. Работа против силы сопротивления совершается за счет уменьшения кинетической энергии, поэтому

$$F_{ср1}s = \frac{mv_1^2}{2} - \frac{mv_2^2}{2};$$

$$v_2 = 0;\ F_{ср1} = \frac{mv^2}{2s};\ v_1 = 30\ км/ч \approx 8{,}3\ м/с;$$

$$F_{ср1} = \frac{1300\ кг \cdot (8{,}3\ м/с)^2}{2 \cdot 5\ м} = 9{,}0\ кН.$$

Аналогично находим $F_{ср2} = 10$ кН.

На примере этой задачи следует пояснить, что сопротивление зависит от скорости движения тел.

376. Докажите, что при неупругом соударении двух тел, одно из которых покоится, их общая кинетическая энергия $E_{к2}$ после соударения меньше, чем кинетическая энергия $E_{к1}$ до соударения.

Решение. Так как одно из тел, допустим второе, имеющее массу m_2, покоится, то кинетическая энергия $E_{к1} = \frac{m_1v_1^2}{2}$. Общую скорость данных тел после их неупругого соударения найдем из уравнения закона сохранения импульсов тел

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = \vec{v}(m_1 + m_2).$$

Так как $v_2 = 0$, то $m_1\vec{v}_1 = \vec{v}(m_1 + m_2)$. В проекции на ось x $mv_x = v_x(m_1 + m_2)$. Следовательно, при их неупругом соударении

$$v = \frac{m_1v_1}{m_1 + m_2};$$

$$E_{к2} = \frac{m_1 + m_2}{2} \cdot \left(\frac{m_1 v_1}{m_2 + m_2}\right)^2 = \frac{m_1^2 v_1^2}{2(m_1 + m_2)} = \frac{m_1 v_1^2}{2} \cdot \frac{m_1}{m_1 + m_2};$$

так как $\frac{m_1}{m_1 + m_2} < 1$, то $E_{к1} > E_{к2}$.

Во внутреннюю энергию взаимодействовавших тел превратилась энергия $E_{к1} - E_{к2}$.

377. Рассчитайте, какое количество механической энергии превращается во внутреннюю в случае неупругого соударения двух тел.

Р е ш е н и е. Общая кинетическая энергия обоих тел до соударения равна

$$E_{к1} = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2};$$

после соударения

$$E_{к2} = \frac{Mv^2}{2},$$

где $M = m_1 + m_2$, а общая скорость согласно закону сохранения импульсов

$$v = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2};$$

$$E_{к2} = \frac{(m_1 + m_2)}{2} \cdot \left(\frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}\right)^2.$$

Далее несложно рассчитать, что

$$E_{к1} - E_{к2} = \frac{m_1 m_2 (v_2 - v_1)^2}{2(m_1 + m_2)}.$$

Заметим, что и в общем случае $E_{к1} > E_{к2}$, так как $E_{к1} - E_{к2} > 0$.

§ 69. Мощность. КПД

Понятие о мощности как физической величине, определяемой формулой

$$N = \frac{A}{t}, \qquad (1)$$

и единицах ее измерения учащимся известно из VI и VII классов. Для повторения решают задачи, в которых находят работу или время по формуле (1).

Значительный интерес для политехнической подготовки учащихся имеют задачи на применение формулы $N = Fv$, связанной с законом сохранения энергии и «золотым правилом» механики.

Понятие о коэффициенте полезного действия, также известное учащимся из VI класса, закрепляют сначала с помощью качественных задач, а затем решают задачи, в которых описывается работа реальных машин и механизмов с учетом неизбежных потерь энергии на трение, нагревание тел и т. д.

378. Какую мощность развивает человек, поднимающий за 8 с из колодца глубиной 5 м ведро воды массой 12 кг?

Проделайте аналогичный опыт и примерно оцените, какую вы развиваете мощность, поднимая на некоторую высоту ведро с водой или иной груз?

379. Как можно определить выигрыш в силе, который дает простой механизм (лебедка, домкрат и т. д.), не рассматривая его устройства? Трение не учитывайте.

Р е ш е н и е. По закону сохранения энергии работа, которая производится на одном конце механизма, равна работе, совершенной на другом его конце:

$$A_1 = A_2, \text{ или } F_1s_1 = F_2s_2. \qquad (2)$$

Следовательно,

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{s_2}{s_1},$$

т. е. нужно найти отношение путей, которые проходят точки приложения сил на концах механизма. Выигрывая в силе, во столько же раз проигрывают в расстоянии.

Поделив обе части уравнения (2) на время действия сил t, получим:

$$F = \frac{s_1}{t} = F_2\frac{s_2}{t}, \text{ или } F_1v_1 = F_2v_2; \; N_1 = N_2 = \frac{F_1}{F_2} = \frac{v_2}{v_1}.$$

Иными словами, выигрывая в силе, во столько же раз при одной и той же мощности проигрывают в скорости.

380. Когда и почему, не увеличивая мощности, развиваемой двигателем, шофер включает первую и четвертую скорости?

381. С помощью блоков на высоту 10 м поднимают груз массой 50 кг. Конец веревки, за который тянут с силой 300 Н, перемещается на расстояние 20 м. Начертите возможную схему блоков и определите их КПД.

Р е ш е н и е. При использовании данных блоков проигрывают в два раза в расстоянии (20 м : 10 м = 2), следовательно, применяют один подвижный блок:

$$\eta = \frac{A_п}{A_з}\cdot 100\% = \frac{500\ \text{Н}\cdot 10\ \text{м}}{300\ \text{Н}\cdot 20\ \text{м}}\cdot 100\% = 83\%.$$

382 (э). Используя доску, брусок и динамометр, установите, как изменяется КПД наклонной плоскости в зависимости от угла ее наклона к горизонту, и объясните полученные результаты.

Р е ш е н и е. $\eta = \frac{A_п}{A_з}\cdot 100\% = \frac{Fh}{F_тl}\cdot 100\%.$

В одном из опытов были получены такие данные:

а) $\alpha_1 = 30°$; $F = 2{,}0$ Н; $h = 0{,}40$ м; $F_т = 1{,}5$ Н; $l = 0{,}80$ м; $\eta = 67\%$;

б) $\alpha_2 = 60°$; $h = 0{,}70$ м; $F = 2{,}0$ Н; $\eta = 85\%$. КПД увеличивается с возрастанием угла α. Это объясняется уменьшением силы трения $F_{тр} = \mu N$, поскольку с увеличением угла α уменьшается сила реакции N.

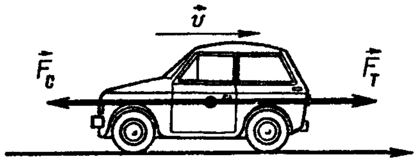


Рис. 137

383. Какую мощность развивает двигатель автомобиля массой 1000 кг при равномерном движении по горизонтальной дороге со скоростью 36 км/ч? Сила сопротивления движению составляет 0,05 от веса.

Р е ш е н и е. Изображаем схематично движущийся автомобиль (рис. 137) и действующие на него силу тяги $\vec{F}_т$ и силу сопротивления $\vec{F}_с$. Ось x направим по движению автомобиля. По второму закону Ньютона запишем:

$$\vec{F}_т + \vec{F}_с = 0.$$

В проекции на ось x:

$F_т - F_с = 0$, или $F_т = F_с = 0{,}05\,P = 0{,}05\,mg$; $N = F_т v$;
$v = 36$ км/ч $= 10$ м/с; $N = 0{,}05 \cdot 1000$ кг$\cdot 10$ м/с$^2 \cdot 10$ м/с $= 5$ кВт.

Аналогичная задача приведена в учебнике [13, упр. 37].

384. Какую среднюю мощность развивает двигатель автомобиля «Жигули», если он за 20 с набирает скорость 72 км/ч? Масса автомобиля равна 1 т, а коэффициент сопротивления движению 0,05.

Р е ш е н и е. Двигатель совершает работу A_1 против сил трения и, кроме того, работу A_2, за счет которой увеличивается кинетическая энергия автомобиля. Найдем общую работу:

$$A = A_1 + A_2 = F_{тр}s + \frac{mv^2}{2}; \; F_{тр} = \mu mg.$$

Считая движение равноускоренным, путь s найдем из формулы

$$s = \frac{at^2}{2}; \; a = \frac{v}{t}; \; s = \frac{vt^2}{2t} = \frac{vt}{2}.$$

Тогда

$$A = \mu mg \frac{vt}{2} + \frac{mv^2}{2}.$$

Подставив в уравнения числовые значения величин, получим $A = 3 \cdot 10^5$ Дж; $N = 15$ кВт.

§ 70. Движение жидкостей и газов

По данной теме после краткого повторения гидро- и аэростатики (гл. 6) сначала следует решить задачи о движении жидкостей и газов, пренебрегая их сжимаемостью и вязкостью. При решении задач используют уравнение неразрывности струи

$$Sv = \text{const}, \text{ или } \frac{v_1}{v_2} = \frac{S_2}{S_1}.$$

В VIII классе решают задачи о горизонтальном течении жидкости или газа, при этом используют качественную зависимость: где больше скорость потока v, там меньше давление p.

В соответствии со сказанным, типовыми являются задачи, в которых определяют скорость течения и расход жидкости в потоке; рассчитывают мощность потока; динамическое, статическое или полное давление; объясняют действие таких приборов, как водоструйный насос, измеритель скорости самолета и т. п.; объясняют и рассчитывают подъемную силу крыла самолета.

В ознакомительном плане полезно также рассмотреть влияние формы и скорости тел на силы сопротивления их движению в жидкости и газе [13, § 34 и 62].

385 (э). Определите на опыте скорость течения воды у отверстия водопроводного крана и рассчитайте скорость воды в трубе, к которой он присоеди-... . Диаметр D трубы, к которой обычно присоединяют краны, примите рав-... 1,27 см.

Решение. Скорость течения воды v_1 у отверстия крана определим следующим образом: за 1 с частица воды проходит путь, численно равный скорости v. Объем вытекающей за 1 с воды

$$V_1 = v_1 S_1 = v_1 \frac{\pi D^2}{4},$$

где D — диаметр отверстия крана. Заметим время t, за которое наполняется водой сосуд известного объема V. Тогда $V = v_1 \frac{\pi D^2}{4} t$, откуда

$$v_1 = \frac{4V}{\pi D^2 t}.$$

В одном из опытов были получены следующие данные: $V = 2$ л $= 2 \cdot 10^{-3}$ м^3; $D = 9$ мм $= 9 \cdot 10^{-3}$ м; $t = 15$ с, тогда $v \approx 2$ м/с.

Скорость течения v_2 в подводящей трубе найдем из пропорции

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{S_2}{S_1}, \text{ отсюда } v_2 = \frac{v_1 D_1^2}{D_2^2} = 1 \text{ м/с}.$$

386. Держа лист бумаги за уголок в вертикальном положении, направьте на него струю воздуха из трубочки, сначала перпендикулярно, а затем вдоль его поверхности. Куда и почему отклоняется лист бумаги в каждом случае?

387. Скорость воздуха можно измерить прибором, показанным на рисунке 138. Объясните принцип действия этого прибора.

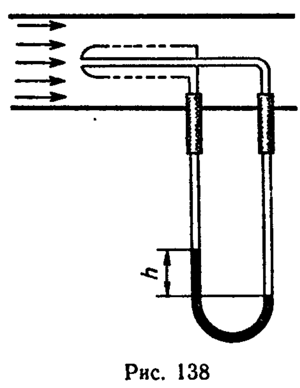


Рис. 138

На основе решения этой задачи следует сказать учащимся, что принцип действия данного прибора используют для измерения скорости полета самолетов.

388. Определите подъемную силу и лобовое сопротивление самолета, имеющего крылья площадью

$20\ м^2$, если давление под крылом 10^5 Па, над крылом — $9{,}9 \cdot 10^4$ Па, а лобовое сопротивление в 20 раз меньше подъемной силы.

Решение. Подъемная сила

$$F_1 = (p_2 - p)S = (10^5\ \text{Па} - 9{,}9 \cdot 10^4\ \text{Па}) \cdot 20\ \text{м}^2 = 2{,}0 \cdot 10^4\ \text{Н}.$$

Лобовое сопротивление $F_2 = \frac{1}{20} F_1 = 1{,}0 \cdot 10^3$ Н.

389*. Силу сопротивления воздуха, действующую на тело, движущееся со скоростью v, вычисляют по формуле $F = \beta S v^2$, где S — площадь лобового сопротивления, а β — коэффициент обтекаемости воздуха. Рассчитайте силу сопротивления воздуха для гоночного обтекаемого автомобиля и мотоцикла с коляской, движущихся со скоростью $v = 72$ км/ч, если соответственно для автомобиля $\beta_а = 0{,}1\ \text{Н} \cdot \text{с}^2/\text{м}^4$; $\beta_м = 0{,}8\ \text{Н} \cdot \text{с}^2/\text{м}^4$; $S_а = 1{,}5\ \text{м}^2$; $S_м = 1\ \text{м}^2$.

Решение. Обращаем внимание на то, что приведенная в задаче формула согласуется с известной учащимся зависимостью $F \sim v^2$ [13, § 62]. Рассчитаем сначала силу сопротивления воздуха, действующую на автомобиль:

$$F_а = \beta_а S_а v^2 = 0{,}1\ \text{Н} \cdot \text{с}^2/\text{м}^4 \cdot 1{,}5\ \text{м}^2 \cdot (20\ \text{м/с})^2 = 60\ \text{Н}.$$

Аналогично на мотоцикл действует сила:

$$F_м = 0{,}8\ \text{Н} \cdot \text{с}^2/\text{м}^4 \cdot 1\ \text{м}^2 \cdot (20\ \text{м/с})^2 = 320\ \text{Н}.$$

На примере этой задачи ясно видно, какое большое значение для уменьшения сопротивления воздуха имеет обтекаемая форма тела. $F_м$ превышает $F_а$ больше чем в 5 раз, хотя $S_а > S_м$. В связи с этим полезно еще раз обратиться к рисунку 113 учебника [13, § 34].

IX КЛАСС

ТЕПЛОВЫЕ ЯВЛЕНИЯ. МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА

Глава 22. ОСНОВЫ МОЛЕКУЛЯРНО-КИНЕТИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ

Учебный материал и задачи по данной теме можно разделить на две части: а) изучение основных положений молекулярно-кинетической теории строения вещества; б) изучение молекулярно-кинетической теории идеального газа. Решение задач по кинетической теории идеального газа призвано показать учащимся значение молекулярно-кинетической теории и дать им практические навыки и умения ее применения.

§ 71. Основные свойства молекул

Для повторения и углубления знаний, полученных учащимися на первой ступени обучения, о молекулах и их свойствах вначале решают задачи, подобные рассмотренным в главе 4. Задачи с использованием молекулярно-кинетической теории ученики решают и на уроках химии. Поэтому здесь особенно необходима продуманная межпредметная связь физики и химии, с тем чтобы наилучшим образом использовать химические законы для формирования глубоких и прочных понятий о молекулярном строении вещества. На уроках физики полезно решить ряд химических задач (№ 390—392), а на уроках химии — несколько задач с физическим содержанием. Такая взаимосвязь позволяет ученикам посмотреть на одни и те же факты с разных точек зрения и, следовательно, лучше их осознать.

Основными в данном разделе являются задачи, в которых рассчитываются массы и размеры молекул. Полезно решить качественные задачи, в которых анализируются особенности молекулярных сил.

390. В 1803 г. английский ученый Дальтон установил закон кратных отношений, согласно которому если два элемента образуют несколько соединений, то с постоянной по абсолютному значению массой одного элемента вступают в соединения такие количества другого элемента, которые относятся между собой как небольшие целые числа. Как следует объяснить данную закономерность на основе атомной теории? Ответ поясните химическими формулами.

Решение. Закон справедлив для любых количеств веществ, в том числе и самых малых. Следовательно, можно предположить, что в каждой химической реакции с одним и тем же количеством атомов одного элемента вступает в соединение строго определенное число атомов другого элемента.

Примеры: а) C_2H_4, C_2H_6; б) NO, NO_2; в) N_2O_3, N_2O_5.

391. В 1809 г. французский ученый Гей-Люссак опубликовал закон кратных объемов, согласно которому отношения объемов газов, вступивших в химические реакции, выражаются простыми целыми числами. Как объяснить этот закон на основе корпускулярной теории?

Решение. Закон справедлив для любых, в том числе и самых малых объемов. Следует предположить, что в этих объемах газов содержится кратное число частиц.

392. В 1811 г. Авогадро высказал гипотезу о том, что при одних и тех же условиях (температуре и давлении) в равных объемах любых газов содержится одинаковое число молекул. Используя эту гипотезу, определите, какой нужно взять объем водорода и кислорода, чтобы получить водяной пар объемом 2 л, имеющий такое же давление и температуру.

Решение. Запишем формулу химической реакции водорода и кислорода, при которой получаются пары воды: $2H_2 + O_2 = 2H_2O$. Из уравнения видно, что для получения двух молекул воды необходимо взять две молекулы водорода и одну молекулу кислорода. Так как объемы газов пропорциональны числу молекул, то для получения водяного пара объемом 2 л необходимо взять водород объемом 2 л и кислород объемом 1 л.

393. Используя гипотезу Авогадро, определите, во сколько раз масса молекулы водорода $m_в$ меньше массы молекулы кислорода $m_к$.

Решение. Возьмем одинаковые объемы (1 м^3) водорода и кислорода, содержащие, по гипотезе Авогадро, одинаковое число (n) частиц. Массы газов численно равны их плотностям: $\rho = mn$, где m — масса молекулы.

Плотность водорода при нормальных условиях $\rho_в = 0{,}90$ кг/м^3, а кислорода — $\rho_к = 1{,}43$ кг/м^3. Следовательно,

$$\frac{m_к}{m_в} = \frac{\rho_к}{\rho_в} = \frac{1{,}43 \text{ кг/м}^3}{0{,}90 \text{ кг/м}^3} = 16.$$

394. Определите линейные размеры молекул воды и золота.

Решение. Формула воды H_2O. Относительная атомная масса водорода ≈ 1, а кислорода (изотопа ^{16}O) ≈ 16. Поэтому масса воды количеством вещества 1 моль примерно равна $M \approx 0{,}018$ кг, а объем $V_0 = \frac{M}{\rho} = 1{,}8 \cdot 10^{-5}$ м^3.

Объем молекулы воды

$$V = \frac{1{,}8 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3}{6{,}02 \cdot 10^{23}} = 3 \cdot 10^{-29} \text{ м}^3.$$

Диаметр молекулы воды $d_в \approx \sqrt[3]{3 \cdot 10^{-29} \text{ м}^3} \approx 3 \cdot 10^{-10}$ м.

Аналогично найдем, что диаметр молекулы золота $d_з \approx 2{,}8 \cdot 10^{-10}$ м. Таким образом, линейные размеры молекул воды и золота одного и того же порядка (10^{-10} м).

Желательно, чтобы это число учащиеся записали в своих тетрадях.

395. Какую часть объема газа при нормальном давлении занимает собственный объем его молекул и каково среднее расстояние между ними? Примите, что диаметр молекулы газа $d = 3 \cdot 10^{-10}$ м.

Решение. Собственный объем молекул газа количеством вещества 1 моль

$$V \approx d^3 N_A = (3 \cdot 10^{-10}\ \text{м})^3 \cdot 6{,}02 \cdot 10^{23} = 1{,}6 \cdot 10^{-5}\ \text{м}^3.$$

Объем моля газа $V_0 = 2{,}24 \cdot 10^{-2}\ \text{м}^3$.

$$\frac{V}{V_0} = \frac{1{,}6 \cdot 10^{-5}\ \text{м}^3}{2{,}24 \cdot 10^{-2}\ \text{м}^3} \cdot 100\% = 7 \cdot 10^{-2}\% = 0{,}07\%.$$

Оценим теперь величину среднего расстояния между молекулами. Число молекул в объеме 1 м^3

$$n = \frac{6{,}02 \cdot 10^{23}}{2{,}24 \cdot 10^{-2}} = 2{,}7 \cdot 10^{25}.$$

Распределим эти молекулы равномерно по всему объему в узлах кубической решетки. Тогда по высоте куба объемом 1 м^3 уложится $\sqrt[3]{2{,}7 \cdot 10^{25}}$ слоев $= 3 \cdot 10^8$ слоев. Следовательно, среднее расстояние между слоями и молекулами

$$l = \frac{1\ \text{м}}{3 \cdot 10^8} = 3 \cdot 10^{-9}\ \text{м},$$

т. е. расстояние между молекулами на порядок больше их линейных размеров.

396. Найдите число атомов в алюминиевом предмете массой 135 г [35, № 443].

Решение. Из таблицы Менделеева находим, что молярная масса алюминия $M = 0{,}027$ кг/моль. Следовательно, предмет содержит количество вещества

$$\nu = \frac{m}{M} = \frac{0{,}135\ \text{кг}}{0{,}027\ \text{кг/моль}}.$$

Поэтому число молекул в теле

$$N = \nu N_A = \frac{0{,}135\ \text{кг}}{0{,}027\ \text{кг/моль}} \cdot 6{,}02 \cdot 10^{23}\ \text{моль}^{-1} = 3{,}01 \cdot 10^{24}.$$

397. Рассчитайте число молекул, которое находится в газе объемом 1 мм^3 при нормальных условиях.

Решение. Из курса химии учащиеся знают, что молярный объем газов равен 22,4 л/моль и содержит $6{,}02 \cdot 10^{23}$ молекул.

22,4 л/моль $= 22{,}4 \cdot 10^6$ мм^3/моль. Следовательно, число молекул в 1 мм^3 равно $\frac{6{,}02 \cdot 10^{23}}{22{,}4 \cdot 10^6} = 2{,}7 \cdot 10^{16}$.

§ 72. Идеальный газ в молекулярно-кинетической теории

Опираясь на материал предыдущего раздела, главное внимание уделяют задачам на основное уравнение кинетической теории газов.

Наибольший познавательный интерес представляют задачи, в которых требуется рассчитать значение средней квадратичной скорости молекул газов и их давление, а также объяснить особенности движения броуновских частиц.

398. Каково давление азота, если средняя квадратичная скорость его молекул 500 м/с, а его плотность 1,35 кг/м³ [35, № 456]? Сравните это давление с нормальным атмосферным давлением.

Решение. Давление

$$p = \frac{1}{3}\rho\overline{v}^2 = \frac{1}{3}\cdot 1{,}35\ \text{кг/м}^3\,(500\ \text{м/с})^2 = 0{,}11\ \text{МПа}.$$

Для сравнения из таблиц найдем, что нормальное атмосферное давление $p_a = 0{,}10$ МПа.

399. Вычислите среднюю квадратичную скорость молекул водорода при нормальных условиях.

Решение. Запишем основное уравнение кинетической теории газов $p = \frac{1}{3}\rho\overline{v^2}$; $\rho_0 = 9{,}0\cdot 10^{-2}$ кг/м³; $p_0 \approx 10\cdot 10^4$ Па. Следовательно,

$$\sqrt{\overline{v}^2} = \sqrt{\frac{3p_0}{\rho_0}} = \sqrt{\frac{3\cdot 10\cdot 10^4\ \text{Па}}{9{,}0\cdot 10^{-2}\ \text{кг/м}^3}} = 1{,}8\cdot 10^3\ \text{м/с}.$$

Обратим внимание учащихся на то, что эта скорость более чем в два раза превышает скорость пули, вылетающей из ствола автомата.

400. Во сколько раз средняя квадратичная скорость молекул кислорода при нормальных условиях меньше средней квадратичной скорости молекул водорода?

Решение. Как показано в предыдущей задаче, $v_в = \sqrt{\frac{3p_0}{\rho_в}}$. Аналогично для кислорода

$$v_к = \sqrt{\frac{3p}{\rho_к}};\ \frac{v_в}{v_к} = \sqrt{\frac{\rho_к}{\rho_в}} = \sqrt{16} = 4.$$

401. Используя решение предыдущей задачи, рассчитайте, во сколько раз при одинаковых условиях средняя квадратичная скорость молекулы газа, масса которой m_1, больше (меньше) средней квадратичной скорости молекулы другого газа массой m_2.

Решение. $p_1 = \frac{1}{3}\rho_1 v_1^2$; $p_2 = \frac{1}{3}\rho_2 v_2^2$. По условию $p_1 = p_2$, поэтому

$$\frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{\rho_2}{\rho_1}} = \sqrt{\frac{m_2 N_2}{m_1 N_1}}.$$

По закону Авогадро для равных объемов газов при одинаковых условиях $N_2 = N_1$, поэтому

$$\frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{m_2}{m_1}}.$$

402. Считая воздух однородным газом, найдите, во сколько раз средняя квадратичная скорость пылинки массой $1{,}74 \cdot 10^{-12}$ кг, взвешенной в воздухе, меньше средней квадратичной скорости движения молекул [35].

Решение. Используя решение предыдущей задачи, можно сразу записать

$$\frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{m_2}{m_1}}.$$

Следовательно, задача сводится к нахождению средней массы молекулы воздуха m_1. Плотность воздуха 1,29 кг/м^3. Объем воздуха, содержащий количество вещества 1 моль, равен $2{,}24 \cdot 10^{-2}$ м^3, а его масса $M = 1{,}29$ кг/м$^3 \cdot 2{,}24 \cdot 10^{-2}$ м$^3 = 2{,}9 \cdot 10^{-2}$ кг.

Данное значение массы воздуха, взятого в количестве 1 моль, учащиеся должны занести в свои тетради. Оно может неоднократно использоваться в задачах.

$$m_1 = \frac{M}{N_A} = \frac{2{,}9 \cdot 10^{-2}\text{ кг}}{6{,}022 \cdot 10^{23}} \approx 4{,}8 \cdot 10^{-26}\text{ кг};$$

$$\frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{1{,}74 \cdot 10^{-12}}{4{,}8 \cdot 10^{-26}}} = 6 \cdot 10^6.$$

Решение поясняет, почему так медленно движутся в поле зрения микроскопа броуновские частички: их масса в миллион раз больше массы молекул той среды, где они находятся.

§ 73. Тепловое равновесие. Температура и ее измерение

Решение задач по теме призвано закрепить и, главное — углубить понятие о важнейшем термодинамическом параметре — температуре. Для этого с помощью качественных задач нужно показать учащимся смысл понятия теплового равновесия как состояния системы, при котором в любой ее части существует одинаковая температура. Сначала используют уже имеющееся у учащихся понятие о температуре как степени нагретости тел, а затем уточняют и углубляют его. Главное внимание уделяется задачам, в которых используют основное уравнение молекулярно-кинетической теории, а также соотношение $E = \frac{mv^2}{2} = \frac{3}{2}kT$, которое позволяет трактовать температуру как меру средней кинетической энергии молекул.

403. Для измерения температуры тела больному рекомендуют держать под мышкой термометр в течение 5—8 мин. Почему нет смысла держать его большее время?

Решение. За указанное время наступает тепловое равновесие между телом больного и термометром.

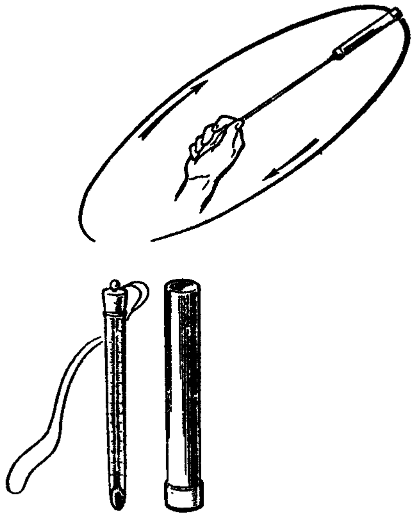


Рис. 139

404. На метеостанциях применяют термометр-пращ (рис. 139), который, перед тем как снять его показания, вращают некоторое время в воздухе. Объясните, с какой целью это делается.

Решение. Таким приемом термометр приводят в тепловое равновесие с воздухом.

405. Один ученик сказал, что днем было так жарко, что термометр на солнцепеке показал температуру воздуха 45 °С. Какую физическую ошибку допустил учащийся?

Решение. Термометр в указанном случае не находится в тепловом равновесии с воздухом и потому показывает только свою собственную температуру.

406. Как должна изменяться скорость молекул газа при его нагревании и охлаждении?

Решение. $p = \frac{2}{3} n \frac{mv^2}{2}$, где m — масса одной молекулы, а n — число молекул в 1 м^3. Как показывают наблюдения, при нагревании газа в замкнутом сосуде (например, воздуха в футбольном мяче или велосипедной камере) его давление p увеличивается. Из формулы видно, что при этом средняя квадратичная скорость молекул должна возрастать. Чем больше скорость молекул, тем выше температура газа. При охлаждении газа скорость молекул, наоборот, должна уменьшаться.

407. Во сколько раз скорость молекул газов в пламени газовой горелки ($t_1 = 1600$ °С) больше, чем в комнатном воздухе ($t_2 = 20$ °С).

Решение. Запишем формулу для средней кинетической энергии молекул газов при разных температурах:

$$\frac{m\overline{v_1^2}}{2} = \frac{3}{2} kT_1; \qquad (1)$$

$$\frac{m\overline{v_2^2}}{2} = \frac{3}{2} kT_2. \qquad (2)$$

Поделив почленно части уравнений (1) и (2), найдем:

$$\frac{\overline{v_1^2}}{\overline{v_2^2}} = \frac{T_1}{T_2}; \quad \sqrt{\frac{\overline{v_1^2}}{\overline{v_2^2}}} = \sqrt{\frac{T_1}{T_2}};$$

$$T_1 = 273\text{ К} + 1600\text{ К} = 1873\text{ К};$$

$$T_2 = 273\text{ К} + 20\text{ К} = 293\text{ К}; \quad \sqrt{\frac{\overline{v_1^2}}{\overline{v_2^2}}} = \sqrt{\frac{1873}{293}} \approx 2{,}6.$$

408. В одном из опытов для определения скорости молекул Штерн использовал пары цезия, которые получались в печи, помещенной в откачанный сосуд (рис. 140). С помощью щели *а* **в экране** *б* **из струи паров вырезался узкий пучок горизонтально летящих атомов. Как с помощью этого опыта, зная расстояние** s **от щели до плоскости** *вв*, **где отмечались атомы, и отклонение пучка** h **вследствие действия силы тяжести, вычислить среднюю скорость атомов цезия?**

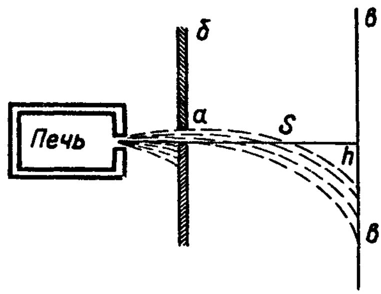


Рис. 140

Решение. Начальная скорость атомов $v = \frac{s}{t}$. Время движения определяем из уравнения $h = \frac{gt^2}{2}$, следовательно,

$$v = s\sqrt{\frac{g}{2h}}.$$

§ 74. Газовые законы

Следуя дедуктивному методу изучения материала данного раздела, вначале уделяют основное внимание решению задач, призванных закрепить знание уравнения Менделеева — Клапейрона

$$pV = \frac{m}{M}RT \tag{1}$$

и уравнения Клапейрона

$$\frac{p_1V_1}{T_1} = \frac{p_2V_2}{T_2} = \text{const}. \tag{2}$$

Уравнение (1) целесообразно использовать при решении задач, в которых задано одно состояние газа, а уравнение (2) — при решении задач, в которых рассматривается несколько состояний определенной массы газа. После этого рассматриваются частные случаи.

При постоянной температуре (изотермический процесс):

$p_1V_1 = p_2V_2 = \text{const}$ (закон Бойля — Мариотта),

при постоянном давлении (изобарный процесс):

$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$, или $V = V_0\alpha T$ (закон Гей-Люссака);

при постоянном объеме (изохорный процесс):

$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$, или $p = p_0\gamma T$ (закон Шарля).

При решении задач полезно придерживаться следующего порядка: 1) определить, какая величина постоянна; 2) название процесса; 3) формула; 4) график.

409. Определите массу аммиака, объем которого 20 м^3, находящегося под давлением $1{,}93 \cdot 10^5$ Па при температуре 17°С.

Решение 1. В задаче говорится об одном состоянии газа, поэтому ее целесообразно решать по формуле:

$$pV = \frac{m}{M} RT,$$

из которой можно найти искомую величину m. Формула аммиака NH_3. Относительная атомная масса азота ≈ 14, водорода ≈ 1. Следовательно, $M = 17 \cdot 10^{-3}$ кг/моль.

В тех случаях, когда формула газа неизвестна, значение M можно найти по формуле $M = \rho_0 V_0$, где $V_0 = 2{,}24 \cdot 10^{-2}$ м^3/моль — объем газа количеством вещества 1 моль, а ρ_0 — его плотность при нормальном давлении.

В данном случае

$$M = 0{,}77\ \text{кг/м}^3 \cdot 2{,}24 \cdot 10^{-2}\ \text{м}^3/\text{моль} \approx 1{,}7 \cdot 10^{-2}\ \text{кг/моль};$$

$$m = \frac{pVM}{RT} = \frac{1{,}93 \cdot 10^5\ \text{Па} \cdot 20\ \text{м}^3 \cdot 1{,}7 \cdot 10^{-2}\ \text{кг/моль}}{8{,}31\ \text{Дж/(моль}\cdot\text{К)} \cdot 290\ \text{К}} = 28\ \text{кг}.$$

Решение 2. Напишем уравнение состояния газа для указанных в задаче условий:

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_0 V_0}{T_0}; \quad V_0 = \frac{m}{\rho},$$

следовательно:

$$m = \frac{p_1 V_1 T_0 \rho_0}{T_1 p_0} = \frac{1{,}93 \cdot 10^5\ \text{Па} \cdot 20\ \text{м}^3 \cdot 273\ \text{К} \cdot 0{,}77\ \text{кг/м}^3}{290\ \text{К} \cdot 10^5\ \text{Па}} = 28\ \text{кг}.$$

410. Изотермический процесс изображен двумя различными графиками (рис. 141, *а, б*). Нет ли здесь ошибки?

Решение. На графике *а* приведена зависимость давления p газа от объема V, а график *б* показывает прямо пропорциональную зависимость плотности ρ газа от давления p. Ошибки нет.

411. Как с помощью закрытой с одного конца трубки, подобно приведенной на рисунке 142, аквалангист может определить глубину своего погружения?

Решение. По условию задачи постоянна масса воздуха и его температура. Закроем верхний конец трубки и опустим ее в воду

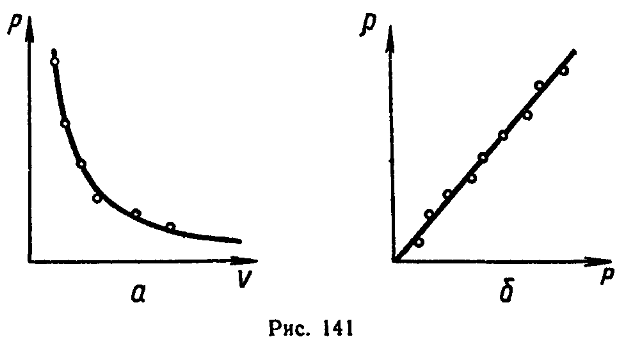


Рис. 141

(рис. 142). Для двух состояний газа, до и после погружения в воду, справедлив закон Бойля—Мариотта:

$$p_1V_1 = p_2V_2;\ V_1 = Sl_1$$
$$\text{и } V_2 = Sl_2,$$

поэтому $p_1l_1 = p_2l_2$; $p_2 = (p_1 + \rho gh)$; $p_1l_1 = (p_1 + \rho gh)l_2$,

отсюда $h = \dfrac{p_1(l_1 - l_2)}{\rho g l_2}$.

Глубина погружения h может быть рассчитана для каждого значения уровня воды в трубке, при известном значении атмосферного давления p_1 это позволяет рассчитать шкалу глубины.

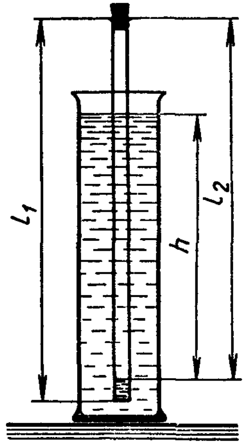


Рис. 142

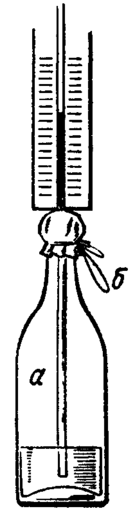


Рис. 143

412. На рисунке 143 показан самодельный альтиметр (высотомер), состоящий из бутылки, внутри которой герметически закрыто некоторое количество воздуха и налита вода. В воду погружена нижняя часть стеклянной трубки *а*, пропущенной сквозь залитую сургучом пробку. Объясните действие такого альтиметра. Что, помимо атмосферного давления, может влиять на его показания? Почему при переносе альтиметра нужно брать его за шнурок *б*?

Решение. По условию масса и температура воздуха постоянны (закон Бойля — Мариотта). При подъеме альтиметра над поверхностью Земли столбик воды будет подниматься вверх под действием давления воздуха в бутылке, так как атмосферное давление уменьшается с высотой. По формуле $p = \rho_{воз}gh$, где $\rho_{воз}$ — плотность воздуха, можно рассчитать, что в нижних слоях атмосферы при подъеме на высоту 10,5 м давление уменьшается примерно на 1 мм рт. ст. или на 13,6 мм вод. ст., соответственно увеличивается объем воздуха в бутылке, и вода поднимается по трубке *а*.

Можно определить высоту подъема жидкости по формуле

$$H = \frac{\Delta l \text{ мм}}{13{,}6 \text{ мм}} \cdot 10{,}5 \text{ мм},$$

где Δl — изменение показаний альтиметра в миллиметрах.

Температура воздуха при измерениях должна оставаться постоянной. Шнурок предохраняет бутылку от нагревания ее за счет тепла рук.

413. На сколько увеличится объем 20 м³ газа при нагревании его от 0 до 100 °С при постоянном давлении?

Решение. Постоянны масса и давление газа (закон Гей-Люссака). Первую задачу такого типа полезно решить арифмети-

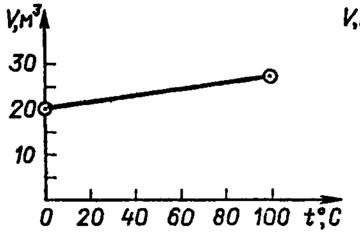


Рис. 144

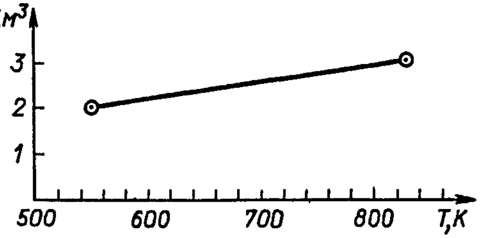


Рис. 145

чески, для того чтобы учащиеся лучше «прочувствовали» сущность закона Гей-Люссака.

С повышением температуры газа на 1 °С при постоянном давлении его объем возрастает на $\frac{1}{273}$ часть, т. е. в данном случае на $\frac{20}{273}$ м^3 = 7,3 м^3, и станет, следовательно, равным 27,3 м^3. Решение иллюстрируют примерным графиком (рис. 144).

414. Газ занимает объем 2 м^3 при температуре 273 °С. Каков будет его объем при температуре 546 °С и прежнем давлении?

Решение. По закону Гей-Люссака $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$, откуда

$$V_2 = \frac{V_1T_2}{T_1} = \frac{2\ \text{м}^3 \cdot 826\ K}{546\ K} = 3\ \text{м}^3.$$

Решение поясняют графиком (рис. 145).

415. На рисунке 146 дан график изменения состояния идеального газа в координатных осях *V*, *T*. Представьте этот процесс на графиках в координатных осях *p*, *V*; *p*, *T*.

Решение. Проанализируем исходные данные. Поскольку на осях координат не указан масштаб, то по графику можно установить только относительное значение объемов и температур газа

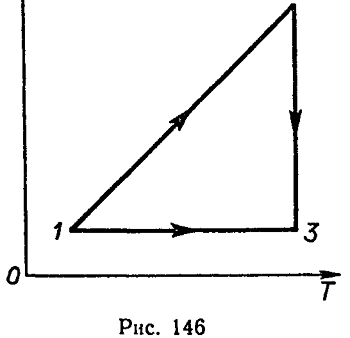


Рис. 146

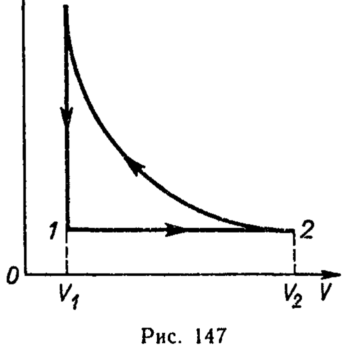


Рис. 147

для различных моментов замкнутого процесса. Переход из состояния *1* в состояние *2*, судя по прямолинейной зависимости V от T, осуществляется согласно формуле $V = V_0 \alpha T$, т. е. изобарно. Переход из состояния *2* в состояние *3* происходит при постоянной температуре, т. е. изотермически (формула $pV = \mathrm{const}$). Наконец, переход *3—1* осуществляется при постоянном объеме, т. е. изохорно (формула $p = p_0 \gamma T$). Представим теперь этот процесс в координатных осях p, V, сохраняя масштаб заданного графика (рис. 147). Изобарный переход *1—2* в координатных осях p, V изобразится прямой линией, параллельной оси OV. Значения V_1 и V_2 можно определить по заданному графику, а значение p_1 взять произвольно. Изотерма *2—3* в координатных осях p, V — гипербола. При ее построении учтем, что в заданном изотермическом процессе объем газа уменьшается. Изохорный процесс при уменьшении температуры сопровождается уменьшением давления, поэтому на графике он изображен вертикальной линией *3—1*.

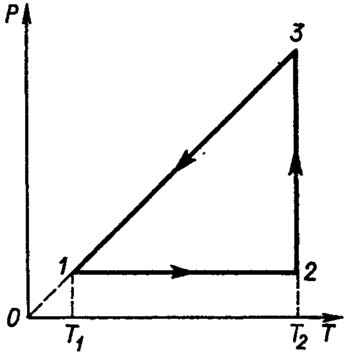


Рис. 148

При построении графика в координатных осях p, T (рис. 148) сначала отметим точки T_1 и T_2. Значение p_1 выберем произвольно. Изобарный процесс *1—2* изобразится прямой линией, параллельной оси OT. Поскольку по условию изотермический процесс сопровождается уменьшением объема, изотерма *2—3* изобразится вертикальной линией. Точка *3* должна находиться на изотерме T_2 —*2* и на изохоре, часть которой O —*1* изображена пунктиром. Продолжая прямую O —*1* до пересечения с прямой T_2 —*2*, найдем точку *3*. После этого ясно, что изохорный процесс изобразится отрезком *3—1*.

В целях повторения важных понятий молекулярной физики следует решить задачи о вычислении объема идеального газа в количестве вещества 1 моль при нормальных условиях и молярной массы воздуха.

Для определения объема газа при нормальных условиях воспользуемся законом Менделеева — Клапейрона для количества вещества 1 моль:

$$p_0 V_0 = R T_0;$$

$$V_0 = \frac{RT_0}{p_0} = \frac{8{,}31\ \text{Дж/(моль} \cdot \text{К)} \cdot 273\ \text{К}}{101\,325\ \text{Па}} \approx 2{,}24 \cdot 10^{-2}\ \text{м}^3.$$

§ 75. Количество теплоты и работа

Задачи должны помочь сформировать понятия о внутренней энергии тел в тепловых явлениях, при этом исходными являются представления о внутренней энергии идеального одноатомного газа:

$$U = \frac{3}{2}\frac{m}{M}RT.$$

Работу, совершаемую газом, вычисляют по формуле

$$A = -p\Delta V.$$

При вычислении количества теплоты как меры изменения внутренней энергии тела в основном используют формулу

$$Q = cm(t_2 - t_1). \qquad (1)$$

Несложные задачи призваны восстановить сведения о количестве теплоты, известные учащимся из курса физики VII класса (см. гл. 8). Более сложные задачи решают в связи с изучением первого закона термодинамики.

При решении задач, так же как и на практике, обычно вычисляют не значение внутренней энергии тел, а ее изменение $\Delta U = U_2 - U_1$, связанное с теплообменом или работой. Поэтому величины, определяемые формулой (1), могут быть как положительными, так и отрицательными.

416. В стальном баллоне находится гелий массой 0,5 кг при температуре $t_1 = 10\,°C$. Как изменится внутренняя энергия гелия, если его температура повысится до 30 °C?

Решение 1. Первоначальная внутренняя энергия одноатомного газа гелия

$$U_1 = \frac{3}{2}\frac{m}{M}RT_1.$$

С повышением температуры внутренняя энергия примет значение

$$U_2 = \frac{3}{2}\frac{m}{M}RT_2.$$

Изменение внутренней энергии

$$\Delta U = U_2 - U_1 = \frac{3}{2}\frac{m}{M}R\,(T_2 - T_1).$$

$$M = 4\cdot 10^{-3}\ \text{кг/моль};\quad \Delta U = \frac{3\cdot 0{,}5\ \text{кг}\cdot 8{,}31\ \text{Дж/(моль}\cdot K)\cdot 20\ K}{2\cdot 4\cdot 10^{-3}\ \text{кг/моль}} \approx$$

$$\approx 31\ \text{кДж}.$$

Решение 2. Оно может быть выполнено позже при изучении первого закона термодинамики. Процесс изохорный. По первому закону термодинамики

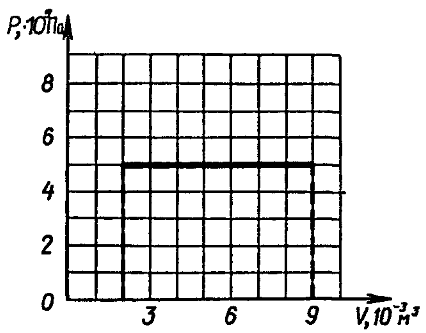


Рис. 149

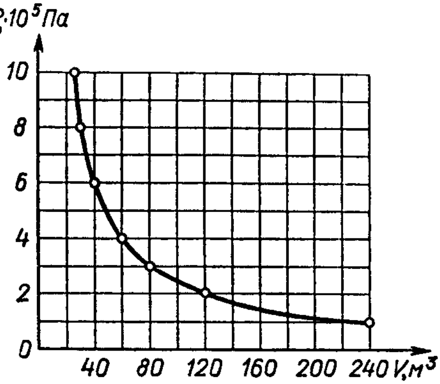


Рис. 150

$$Q = \Delta U + A; \quad A = p\Delta V = 0.$$

Изменение внутренней энергии происходит только за счет передачи гелию количества теплоты $Q = cm(t_2 - t_1)$, поэтому $\Delta U = Q$. В справочнике [23, 24] найдем $c_V = 3{,}18$ кДж/(кг·K), тогда

$$Q = 3{,}18\ \text{кДж/(кг} \cdot K) \cdot 0{,}5\ \text{кг} \cdot 20\ K = 31{,}8\ \text{кДж}.$$

Заметная разница в ответах, полученных при первом и втором способах решения, объясняется тем, что гелий при данных условиях только в первом приближении можно считать «идеальным» газом. Это и вносит погрешность в первое решение.

417. На рисунке 149 приведен график зависимости давления газа от объема. Найдите работу газа при расширении... [22, № 637].

Решение. Газ расширяется изобарно, поэтому работа газа

$$A = p\Delta V = p\,(V_2 - V_1).$$

Значения p, V_2 и V_1 найдем из графика: $p = 5{,}0 \cdot 10^5$ Па; $V_2 = 9 \cdot 10^{-3}$ м^3; $V = 2 \cdot 10^{-3}$ м^3. Тогда

$$A = 5{,}0 \cdot 10^5\ \text{Па} \cdot 7 \cdot 10^{-3}\text{м}^3 = 3{,}5 \cdot 10^3\ \text{Дж}.$$

Работа численно равна площади, ограниченной графиком: осью V и отрезками ординат, равными p_1.

418. По графику (рис. 150) вычислите работу газа при изотермическом расширении от объема $V_1 = 40$ м^3 до объема $V_2 = 240$ м^3.

Решение. Пользуясь масштабом, рассчитывают значение одной клеточки в единицах работы. Допустим, например, что по оси V — 1 см — 20 м^3, а по оси p — 1 см — $10 \cdot 10^4$ Па. Следовательно, 1 см^3 графика численно равен работе $A = 10 \cdot 10^4\ \text{Па} \cdot 20\ \text{м}^3 = 2 \cdot 10^6$ Дж. Затем находят число клеточек $n = 22$, расположенных под соответствующим участком изотермы, принимая каждую неполную клеточку за половину:

$$A = 2 \cdot 10^6\ \text{Дж} \cdot 22 = 4{,}4 \cdot 10^7\ \text{Дж}.$$

§ 76. Первый закон термодинамики

В зависимости от содержания задачи первый закон термодинамики можно записать в следующем виде:

$$\Delta U = A + Q, \tag{1}$$

или

$$Q = \Delta U + A', \tag{2}$$

где Q — это количество теплоты, сообщенное системе; ΔU — приращение внутренней энергии, а A' — работа, совершенная системой над внешними телами; $A = -A'$ — работа внешних сил.

Одинаковое изменение внутренней энергии ΔU (например, одинаковое нагревание тела) можно получить как за счет сообщения ему некоторого количества теплоты Q, так и за счет совершения над ним определенной работы A (эквивалентность теплоты и работы).

Качественные задачи, показывающие эквивалентность теплоты и работы, рассматривались в VII классе в связи с изучением двух способов изменения внутренней энергии (§ 31). Аналогичные задачи целесообразно решить и при изучении данной темы. Теперь же главное внимание следует уделить задачам на применение первого закона термодинамики к различным процессам.

При изохорном процессе

$$A = p\Delta V = 0 \text{ и } \Delta U = Q.$$

Поэтому задачи сводятся к расчету количества теплоты по формуле $Q = cm(t_2 - t_1)$ (см. гл. 8); при этом для газов значение теплоемкости при постоянном объеме c_V нужно брать в таблицах.

419. В вертикально расположенном цилиндре с площадью основания 1 дм^2 под поршнем массой 10 кг, скользящим без трения, находится воздух. При изобарном нагревании воздуха поршень поднялся на 20 см. Какую работу совершил воздух, если наружное давление равно 100 кПа? [35, № 541]

Поскольку при решении задач данного типа используют понятия динамики (сила, работа, энергия), вначале в целях повторения и использования имеющихся знаний полезно применить ту же схему решения, которая знакома учащимся из курса физики VIII класса:

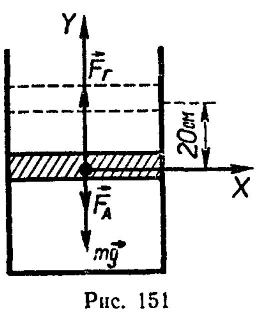


Рис. 151

1) изобразить схематично движущееся тело (поршень) (рис. 151);

2) указать силы, приложенные к поршню: силу давления газа $\vec{F}_г$, силу тяжести $\vec{F} = m\vec{g}$ и силу наружного давления $\vec{F}_a$;

3) выбрать систему координат, направляя одну из осей по движению тела;

4) вычислить работу силы $\vec{F}_г$ по формуле $A = F_г h_2 \cos\alpha$.

Новое в задачах по термодинамике состоит в том, что работа совершается за счет внутренней энергии тела, поэтому используют формулу $A = p\Delta V$ и газовые законы.

Решение 1. Примем, что поршень движется вверх равномерно. По второму закону Ньютона

$$\vec{F}_{г} + \vec{F} + \vec{F}_{а} = 0.$$

В проекции на вертикальную ось:

$$F_{г} - F - F_{а} = 0, \text{ отсюда } F_{г} = F + F_{а}.$$

$$F = mg = 10 \text{ кг} \cdot 10 \text{ м/с}^2 = 100 \text{ Н} = 0{,}1 \text{ кН}; \ S = 1 \text{ дм}^2 = 10^{-2} \text{ м}^2;$$

$$F_{а} = 100 \text{ кПа} \cdot 10^{-2} \text{м}^2 = 1 \text{ кН};$$

работа силы F_2 находится по формуле

$$A = F_{г}h; \ A = 1{,}1 \text{ кН} \cdot 0{,}2 \text{ м} = 0{,}22 \text{ кДж} = 220 \text{ Дж}.$$

Решение 2. Газ под поршнем при расширении совершает работу

$$A = p_{г}\Delta V = p_2(V_2 - V_1).$$

Найдем входящие в формулу величины. Давление воздуха $p_{г}$ в цилиндре уравновешивается атмосферным давлением $p_{а}$ и давлением $p_{п}$, которое создается весом поршня:

$$p_{п} = \frac{mg}{S} = \frac{10 \text{ кг} \cdot 10 \text{ м/с}^2}{1 \cdot 10^{-2} \text{м}^2} = 10 \text{ кПа};$$

поэтому давление газа $p_{г} = p_{а} + p_{п} = 110$ кПа. Изменение объема газа $V_2 - V_1 = Sh = 1 \cdot 10^{-2}\text{м}^2 \cdot 0{,}2 \text{м} = 2 \cdot 10^{-3}\text{м}^3$. Следовательно,

$$A = 1{,}1 \cdot 10^5 \text{Па} \cdot 2 \cdot 10^{-3} \text{м}^3 = 220 \text{ Дж}.$$

420. Какую работу A совершает газ количеством вещества 1 моль при изобарном повышении температуры на один градус?

Решение. При изобарном процессе работа газа

$$A = p\Delta V = p(V_2 - V_1) = pV_2 - pV_1.$$

С другой стороны, при изобарном процессе согласно уравнению Клапейрона

$$pV_1 = RT_1; \ pV_2 = RT_2,$$

поэтому работа $A = R(T_2 - T_1)$. Так как по условию $T_2 - T_1 = 1$ К, то численно равна $A = R$.

На примере этой задачи видно, что универсальная газовая постоянная численно равна работе моля газа при его изобарном нагревании на один градус.

Аналогично учащиеся могут самостоятельно рассчитать работу A, которую совершают ν моль газа при изобарном повышении температуры на ΔT [35, № 543] ($A = \nu R \Delta T$).

При решении задач следует обратить внимание на знаки величин в уравнениях $\Delta U = A + Q$ и $Q = \Delta U + A'$.

Согласно формуле $Q = cm(t_2 - t_1)$ количество теплоты положительно, когда тело нагревается, и отрицательно, когда оно остывает.

Знак работы газа $A = p\Delta V$ положителен, когда газ расширяется ($V_2 > V_1$), и отрицателен, когда сжимается.

Работа внешних сил $A = -p\Delta V$ положительна, когда газ сжимается ($V_2 < V_1$), и отрицательна, когда он расширяется. Знак ΔU может быть как положительным (когда внутренняя энергия тела увеличивается и $U_2 > U_1$), так и отрицательным (когда $U_2 < U_1$).

В каждом конкретном случае знак ΔU определяется из уравнения $\Delta U = Q + A$.

421. На сколько больше внутренняя энергия пара массой 1 кг по сравнению с энергией воды такой же массы, взятой при температуре кипения?

Решение. Обратим в пар воду массой 1 кг при температуре кипения. Необходимое для этого количество теплоты

$$Q = \Delta U + A, \; \Delta U = Q - A.$$

Для удельной теплоты парообразования из таблицы найдем, что $Q = 2{,}3 \cdot 10^6$ Дж; работа против внешнего атмосферного p_a давления

$$A = p_a \Delta V.$$

Пренебрегая объемом воды по сравнению с объемом пара, найдем изменение объема вещества при его превращении из жидкости в пар:

$$\Delta V = \frac{m}{\rho} = \frac{1 \text{ кг}}{5{,}6 \cdot 10^{-1} \text{кг/м}^3} = 1{,}79 \text{ м}^3;$$

$$A = 1{,}79 \text{ м}^3 \cdot 10 \cdot 10^4 \text{ Па} = 1{,}79 \cdot 10^5 \text{ Дж};$$

$$\Delta U = Q - A \approx 2{,}1 \cdot 10^6 \text{ Дж}.$$

Заметим, что $\frac{A}{Q} \cdot 100\% \approx 7\%$, т. е. приблизительно 7% энергии при кипении воды расходуется на работу против сил внешнего давления и 93% идет на увеличение внутренней энергии пара.

При изотермическом процессе ($T = \text{const}$) внутренняя энергия идеального газа

$$U = \frac{m}{M} \frac{3}{2} RT = \text{const}; \; Q = A'.$$

Все количество теплоты идет на совершение работы.

При адиабатном процессе $Q = 0$: система теплоизолирована от окружающей среды. Внутренняя энергия системы изменяется только в результате совершения системой (или над системой) работы: $\Delta U = A$.

422. Как и почему нужно сжимать воздух под поршнем насоса, чтобы процесс был: а) изотермическим; б) адиабатным? В каком случае давление воздуха будет больше? Почему?

Решение. При очень медленном сжатии воздуха его температура в результате теплообмена с окружающей средой будет постоянна; процесс будет изотермическим. При быстром сжатии — процесс в первом приближении можно считать адиабатным. При этом давление будет больше, чем при изотермическом процессе, так как оно увеличивается как за счет роста плотности воздуха, так и за счет повышения его температуры.

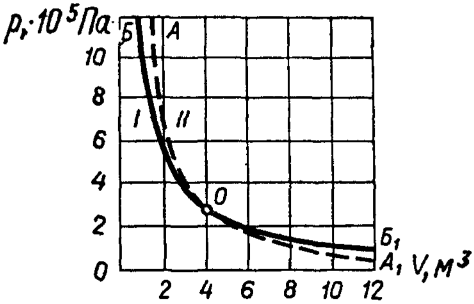


Рис. 152

423. На рисунке 152 представлены графики адиабатного и изотермического процессов. Какой из графиков — изотерма, какой — адиабата? Ответ обоснуйте. При каком процессе, расширяясь до определенного объема, газ совершает большую работу и почему?

Решение. Адиабатный процесс происходит без обмена теплом между газом и окружающей средой:

$$Q = \Delta U + A;$$

так как $Q = 0$, то $A = -\Delta U$. Работа расширения газа просходит за счет уменьшения его внутренней энергии; газ охлаждается. Давление уменьшается и за счет увеличения объема, и за счет охлаждения. Следовательно, изменение давления газа при адиабатном процессе будет более резким, чем при изотермическом. Линия $ББ_1$ — изотерма, линия AA_1 — адиабата.

Рассмотрим кривые OA_1 и $OБ_1$. Адиабата OA_1 ограничивает меньшую площадь, чем изотерма $OБ_1$. Следовательно, при изотермическом расширении до определенного объема газ совершает большую работу, чем при адиабатном. При изотермическом процессе $\Delta U = 0$ и $A = 0$, т. е. работа совершается за счет получаемой газом теплоты.

Графически работа газа при адиабатном процессе может быть найдена по площади, расположенной под соответствующим участком адиабаты.

§ 77. Теплообмен в замкнутой системе. Уравнение теплового баланса

Простейшие расчеты количества теплоты, сообщенного телу при его нагревании или выделяемого при его охлаждении, а также расчеты количества теплоты при плавлении (отвердевании) кристаллических тел и парообразовании учащиеся выполняли в VII классе. Эти сведения, включая формулы

$$Q = cm\Delta t; \qquad (1)$$

$$Q = \lambda m; \qquad (2)$$

$$Q = rm, \qquad (3)$$

следует повторить, рассматривая их с точки зрения теплообмена между телами замкнутой системы и первого закона термодинамики.

Уравнение теплового баланса записывают в виде:

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 + ... + Q_n = 0.$$

В зависимости от конкретных условий задачи каждое слагаемое уравнения может быть как положительной, так и отрицательной величиной, что создает для учащихся определенные трудности. Общее правило определения знаков следующее: теплоту, полученную телом, считают положительной, а отданную — отрицательной.

424. Для приготовления ванны вместимостью 200 л смешали холодную воду при температуре 10 °С с горячей при температуре 60 °С. Какие объемы той и другой воды надо взять, чтобы температура установилась 40 °С? [35, № 563]

Решение 1. Аналогичная задача рассматривалась в VII классе [15, § 93, пример 2], где устанавливалось правилом, что количество теплоты Q, отданное горячей водой, равно количеству теплоты Q_2, полученному холодной водой, т. е. $Q = Q_2$. Общая формула для определения количества теплоты

$$Q = cm(t_2 - t_1) = cm\Delta t.$$

Для данной задачи введем обозначения $t_{1х} = 10$ °С, $t_{2х} = 60$ °С, $t_{см} = 40$ °С, m_1 — масса горячей воды. Учтем также, что масса воды $m_2 = 200$ кг:

$$cm_1(t_{1г} - t_{см}) = c(m_2 - m_1)(t_{см} - t_{1х}). \qquad (1)$$

Обе части уравнения — величины положительные. Решив уравнение, найдем $m_1 = 120$ кг, $V_1 = 120$ л, $V_2 = 80$ л.

Решение 2. Рассмотрим горячую и холодную воду в ванне как замкнутую систему, для которой справедливо уравнение теплового баланса $Q_1 + Q_2 + ... = 0$. При этом количество теплоты, полученное Q_2, должно быть величиной положительной, а количество теплоты, отданное Q_1,— отрицательной:

$$Q_1 = cm_1(t_{см} - t_{1г}); \ t_{см} < t_{1г},$$

поэтому $Q_1 < 0$;

$$Q_2 = c(m_2 - m_1)(t_{см} - t_{1х}); \ t_{см} > t_{1х} \text{ и } Q_2 > 0;$$

$$cm_1(t_{см} - t_{1г}) + c(m_2 - m_1)(t_{см} - t_{1х}) = 0. \qquad (2)$$

Оба решения сводятся к эквивалентным уравнениям, и правило, введенное в VII классе, не противоречит уравнению теплового баланса.

Рассмотрим для примера также задачи, в которых говорится об агрегатных превращениях тел.

425. В сосуд, содержащий воду массой 1,5 кг при температуре 15 °С, впускают водяной пар массой 200 г при температуре 100 °С. Какая общая температура установится после конденсации пара? [35, № 566]

Решение. Рассматриваем описанные в задаче тела как изолированную систему и применим уравнение теплового баланса:

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0. \qquad (1)$$

Отдают количество теплоты Q_1 пар и Q_2 сконденсировавшаяся из пара вода, а холодная вода получает количество теплоты Q_3:

$$Q_1 = -rm;\ Q_2 = cm_1(t_{см} - t_п);\ Q_1 \text{ и } Q_2 < 0\ (t_п = 100\,°C);$$
$$Q_3 = cm_2(t_{см} - t_1);\ Q_3 > 0,$$

так как температура смеси $t_{см} > t_1$ — начальной температуры воды. Следовательно, уравнение (1) примет вид:

$$-rm + cm_1(t_{см} - t_п) + cm_2(t_{см} - t_1) = 0.$$

Подставив в это уравнение числовые значения величин, найдем:

$$4200\ Дж/(кг \cdot °C) \cdot 1{,}5\ кг\ (t_{см} - 15\,°C) - 2{,}3 \cdot 10^6\ Дж/кг \times$$
$$\times 0{,}2\ кг - 4200\ Дж\,(кг \cdot °C) \cdot 0{,}2\ кг\ (t_{см} - 100\,°C) = 0;\ t_{см} = 80\,°C.$$

426. В алюминиевый калориметр массой 300 г опустили кусок льда. Температура калориметра и льда —15 °С. Затем пропустили чѐрез калориметр водяной пар при температуре 100 °С. После того как температура смеси оказалась равной 25 °С, измерили массу смеси, она оказалась равной 500 г. Какое количество пара сконденсировалось и сколько льда находилось в начале опыта в калориметре?

Решение. Проанализируем описанное в задаче явление. С помощью пара в калориметре расплавили лед и нагрели получившуюся из льда воду до температуры 25 °С.

В теплообмене участвуют тела: 1) калориметр; 2) лед; 3) вода, образовавшаяся при таянии льда; 4) пар; 5) вода, получившаяся при конденсации пара.

По условию задачи температура смеси $t_{см} = 25\,°C$. Следовательно, весь лед растаял и весь пар сконденсировался.

1) Калориметр получает количество теплоты

$$Q_1 = c_к m_к(t_{см} - t_1),$$

где $t_1 = 15\,°C$; $t_{см} > t_1$, $Q_1 > 0$.

2) Лед, нагреваясь до температуры плавления $t_п = 0\,°C$, получает количество теплоты

$$Q_2 = c_л m_л(t_п - t_1);\ t_п > t_1,\ Q_2 > 0.$$

3) При плавлении лед получает количество теплоты

$$Q_3 = \lambda m_л;\ Q_3 > 0.$$

4) Образовавшаяся из льда вода получает количество теплоты

$$Q_4 = c_в m_л(t_{см} - t_п);\ t_{см} > t_п;\ Q_4 > 0.$$

5) Пар при конденсации отдает количество теплоты

$$Q_5 = -rm;\ Q_5 < 0.$$

6) Получившаяся при конденсации вода отдает количество теплоты

$$Q_6 = c_в m_п(t_{см} - t_к),$$

где $t_к = 100\ °С$; $t_{см} < t_к$, $Q_6 < 0$. Следовательно, уравнение теплового баланса содержит 6 слагаемых:

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4 + Q_5 + Q_6 = 0.$$

С учетом знаков входящих в формулу величин и следующего из условия задачи соотношения:

$$m_л = m_{см} - m_п,$$

где масса смеси $m_{см} = 0{,}5$ кг, уравнение примет вид:

$$c_к m_к (t_{см} - t_1) + c_л (m_{см} - m_п)(t_п - t_1) + \lambda (m_{см} - m_п) + c_в (m_{см} - m_п)(t_{см} - t_п) - r m_п + c_в m_п (t_{см} - t_к) = 0.$$

Решив уравнение, найдем:

$$m_п = \frac{c_к m_к (t_{см} - t_1) + m_{см}[c_л (t_п - t_1) + \lambda + c_в (t_{см} - t_п)]}{c_л (t_п - t_1) + \lambda + c_в (t_к - t_п) + r};$$

$m_п = 8{,}0 \cdot 10^{-2}$ кг $= 80$ г; $m_л = 420$ г.

§ 78. Принцип действия и КПД тепловых двигателей

При решении задач в политехнических целях крайне желательно рассмотреть некоторые технические и народнохозяйственные вопросы устройства и применения тепловых машин. Основное внимание уделяется расчетам работы, а также КПД тепловых двигателей по формулам:

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} \quad и \quad \eta_{max} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}.$$

427. Над горящей электролампочкой поместите бумажную вертушку и наблюдайте, как она придет во вращение. Что является нагревателем, рабочим телом и холодильником в данной машине? Где поток воздуха имеет большую температуру: под вертушкой или над ней и почему?

Р е ш е н и е. Нагревателем является лампа, рабочим телом — воздух, вращающий вертушку, а холодильником — воздух над вертушкой. Над вертушкой поток воздуха имеет меньшую температуру, так как часть его энергии идет на совершение механической работы.

428. Можно ли рассматривать ветряные и водяные двигатели (на реках) как тепловые машины?

Р е ш е н и е. И ветряной, и водяной двигатели в конечном счете работают за счет энергии, которая берется от более нагретого тела (Солнца) и постоянно передается в тех или иных участках Земли менее нагретым «рабочим» телам — воздуху и воде. Воздух и вода приходят в движение и совершают механическую работу. Кроме того, часть энергии обязательно отдается холодильнику (в космос). В результате воздух и вода охлаждаются и процесс повторяется.

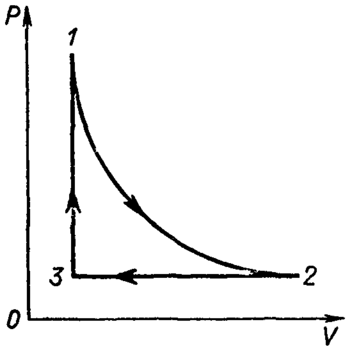


Рис. 153

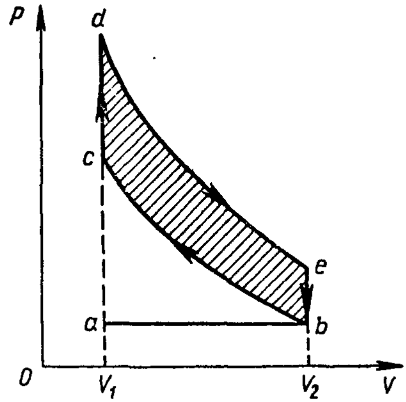


Рис. 154

429. По рисунку 153 опишите, как осуществлялся замкнутый цикл для газа, если кривая линия *1—2*— изотерма. Чему равен КПД цикла?

Решение. Кривая линия *1—2*— изотерма, поэтому $pV = \text{const}$. По первому закону термодинамики сообщенное газу количество теплоты $Q = A'$ (площадь под графиком *1—2* до оси V).

Прямая линия *2—3*— изобара ($V = V_0 \alpha T$). Так как объем газа уменьшился, то, охлаждаясь, он отдает холодильнику количество теплоты Q_2. Внешние силы совершают работу, равную площади под изобарой *2—3*.

Линия графика *3—1*— изохора ($p = p_0 \gamma T$). Давление газа возрастает, следовательно, газ получил некоторое количество теплоты Q_3. Работа газа $A = 0$, так как $\Delta V = 0$. Всего газ получил количество теплоты $Q_1 + Q_3 = Q$, а отдал количество теплоты Q_2. Полезная работа $A' = Q - Q_2$.

КПД цикла равен

$$\eta = \frac{Q - Q_2}{Q}.$$

430. Используя теоретический цикл двигателя внутреннего сгорания (рис. 154), ответьте на следующие вопросы: какой процесс описывает каждый участок графика *abcdeb*? Как подсчитать работу двигателя за один цикл?

Решение. Участок графика *ab* — всасывание горючей смеси; *bc* — сжатие; *cd* — горение (взрыв) горючей смеси; *de* — адиабатное расширение; *eb* — выпуск отработанных газов; *ba* — возвращение в верхнюю точку.

Работа A графически равна площади фигуры *bcde*.

431. Какое максимальное теоретически возможное значение КПД (η_{max}) может иметь турбина, в которой используют пар с температурой $t_1 = 600$ °C, а отвод тепла осуществляется с помощью речной воды, обеспечивающей холодильнику температуру $t_2 = 27$ °C? Каковы основные пути повышения КПД тепловых машин?

Решение.

$$\eta_{max} = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = \frac{873\ K - 300\ K}{873\ K} = 0{,}66\,(66\%).$$

Основной способ увеличения КПД — повышение температуры T_1 и понижение температуры T_2. В связи с этим полезно решить аналогичную задачу для газовой турбины, имеющей, например, температуру пара $t_1 = 1000\ °C$.

В связи с решением этой задачи полезно проанализировать приведенные в справочнике [23] данные о турбинах большой мощности и по ним составить задачи, например, такого содержания.

432. В паровой турбине расходуется дизельное топливо массой 0,35 кг на 1 кВт · ч мощности. Температура поступающего в турбину пара 250 °С, температура холодильника 30°С. Вычислите фактический КПД турбины и сравните его с КПД идеальной тепловой машины, работающей при тех же температурных условиях.

Решение. Для реальной машины

$$\eta = \frac{A_п}{Q};\quad Q = qm,$$

где q — теплота сгорания топлива; $A_п$ — совершенная машиной полезная работа. Тогда

$$\eta = \frac{1\ кВ.ч}{42\cdot 10^6 Дж/кг\cdot 0{,}35\ кг} = \frac{1\cdot 10^3\ Дж/с\cdot 3600 с}{42\cdot 10^6\ Дж/кг\cdot 0{,}35\ кг} = 0{,}24(24\%).$$

Для той же машины в соответствии с формулой Карно

$$\eta_{max} = \frac{T_1 - T_2}{T_1};\quad T_1 = 250\ K + 273\ K = 523\ K;\quad T_2 = 303\ K;$$

$$\eta_{max} = \frac{523\ K - 303\ K}{523\ K} = 0{,}42\,(42\%).$$

Глава 24. ВЗАИМНЫЕ ПРЕВРАЩЕНИЯ ЖИДКОСТЕЙ И ГАЗОВ

По теме в основном решают задачи на свойства паров. Паром называют газообразную форму веществ, существующих при обычной температуре и давлении в жидком состоянии (пары воды, эфира, спирта, ртути и др.). Газами называют вещества, требующие для сжижения высоких давлений и низких температур (водород, кислород и др.).

Такая классификация условна. Свойства ненасыщенных паров одинаковы со свойствами газов. Поэтому методика решения задач, в которых идет речь о ненасыщенных парах, та же, что и для газов. Насыщенные же пары отличаются от газов. Их специфические свойства и должны прежде всего найти свое отражение в содержании и методике решения задач по данной теме. К таким вопросам относятся выяснение с молекулярно-кинетической и энергетической точек зрения условий равновесия между жидкостью и паром; изучение закономерностей, которым подчиняются пары (в сравнении с газовыми законами); анализ зависимости температуры кипения от давления. По теме решают также задачи о влажности воздуха.

§ 79. Насыщенный пар. Равновесие между жидкостью и паром

Для повторения уже известных учащимся из курса VII класса сведений о парообразовании вначале следует решить ряд задач об испарении, подобных тем, которые приведены в § 36. Затем нужно рассмотреть задачи, раскрывающие свойства насыщенных паров и энергетическую сторону процесса парообразования. При этом нужно особое внимание уделить факту независимости давления насыщенных паров от объема и иной, чем для газов, зависимости давления от температуры. В этих целях полезно сопоставить свойства газов и насыщенных паров.

В ознакомительном плане и на внеклассных занятиях полезно решить ряд задач о критическом состоянии вещества.

433. На рисунке 155 показаны цилиндры *а* и *б*, в которых изотермически сжимают соответственно воздух и насыщенные пары воды. Начертите и объясните графики зависимости давления воздуха и насыщенных паров от объема.

Решение. Для воздуха график представляет собой гиперболу (рис. 156), для насыщенного пара — прямую, параллельную оси OV.

434. Используя таблицы [23], постройте график зависимости давления насыщенных паров спирта в закрытом сосуде от температуры. Для сравнения на тех же координатных осях постройте график зависимости от температуры давления газа при постоянном объеме. Объясните различие данных графиков с помощью кинетической теории газа.

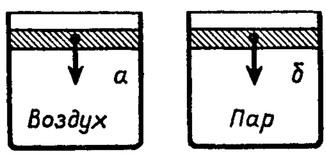


Рис. 155

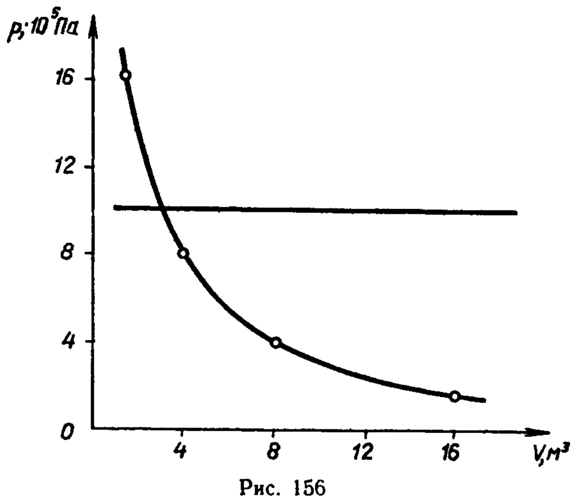


Рис. 156

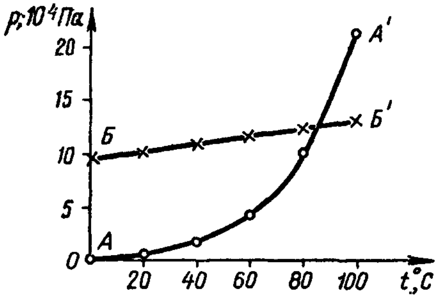


Рис. 157

Решение. Используя таблицу давления насыщенного пара спирта, строим график AA' (рис. 157). Давление газа при изохорном процессе подчиняется закону

$$p = p_0 \alpha T,$$

$$\text{или } p_t = p_0(1 + \alpha t).$$

Положим для примера, что $t_1 = 0$ °C и $p_0 = 10^5$ Па. Так как зависимость давления от температуры линейная, то для построения графика достаточно двух точек. Одна точка задана. Найдем вторую точку, положив, например, $t_2 = 100$ °C, $p_{100} = 1{,}37 \cdot 10^5$ Па. График процесса — прямая линия $ББ'$.

Как видно из рисунка 157, давление насыщенного пара растет быстрее, чем давление газа, так как с повышением температуры насыщенного пара растет как скорость его молекул, так и число их в единице объема.

§ 80. Кипение

Главное внимание нужно уделить задачам, вскрывающим процесс кипения с учетом сведений о давлении насыщенных паров.

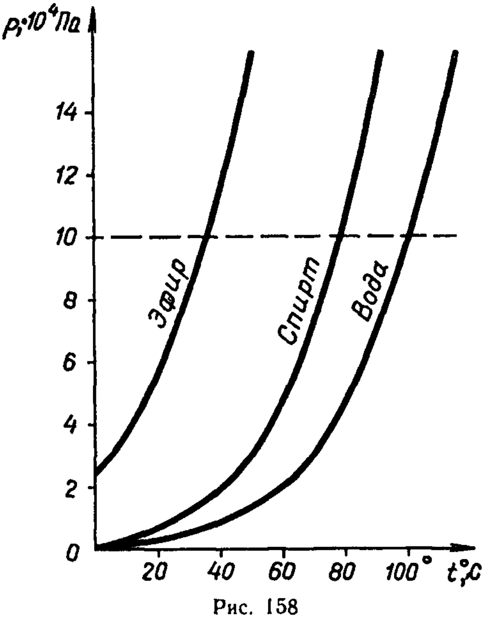


Рис. 158

Процесс рассматривают также с точки зрения изменения внутренней энергии.

В связи с этим особый интерес представляет изучение графиков зависимости температуры кипения от давления (рис. 158) и решение задачи, в которой показывается, что при кипении воды при нормальном давлении значительная часть энергии расходуется на работу против сил атмосферного давления.

435. На рисунке 158 приведена зависимость от температуры давления насыщенных паров воды, спирта и эфира. Определите по графикам температуру

насыщенных паров веществ при давлении 10^5 Па и сравните ее с температурой кипения данных жидкостей при нормальном давлении. Какой вывод можно сделать из сопоставления этих данных?

Ответ. Жидкость кипит при такой температуре, при которой давление ее насыщенного пара становится равным атмосферному.

436. По графику, изображенному на рисунке 158, определите температуру, при которой закипят данные жидкости в горах на высоте 5 км, где давление равно $5{,}3 \cdot 10^4$ Па. Говорят, что на такой высоте нельзя сварить пищу. Почему?

Ответ. Вода закипит при температуре примерно 80 °C. Эта температура недостаточна для варки многих продуктов.

§ 81. Критическое состояние вещества

Поскольку согласно программе сведения по данному вопросу сообщаются в ознакомительном плане, задачи решают на внеклассных занятиях или предлагают отдельным учащимся, проявляющим к физике повышенный интерес. При решении используют таблицу.

437. Как и почему изменяется с повышением температуры и давления плотность воды и насыщенного пара? В каком состоянии находится вещество при температуре 384 °C и давлении $2{,}20 \cdot 10^7$ Па? Может ли вода быть в жидком состоянии при температуре 400 °C? Может ли насыщенный пар при температуре 300 °C иметь давление 10^7 Па? плотность 0,80 кг/м³? плотность 40 кг/м³?

Температура, °C	Давление насыщенного пара, Па	Плотность воды, кг/м³	Плотность пара, кг/м³
20	$2{,}33 \cdot 10^3$	1000	0,017
100	$1{,}02 \cdot 10^5$	960	0,597
150	$4{,}75 \cdot 10^5$	920	2,54
200	$1{,}55 \cdot 10^6$	860	7,84
300	$8{,}57 \cdot 10^6$	700	46,9
370	$2{,}10 \cdot 10^7$	440	208
374	$2{,}20 \cdot 10^7$	320	320

438. Рассчитайте по уравнению Менделеева — Клапейрона давление, которое должен иметь насыщенный водяной пар при температурах 20 и 300 °C. Согласуются ли полученные вами результаты с указанными в таблице? Объясните полученные результаты на основе молекулярно-кинетической теории.

Решение. Найдем давление водяного пара при температуре 20 °C по уравнению Менделеева — Клапейрона:

$$p_{20} = \frac{\rho RT}{M} = \frac{0{,}017\ \text{кг/м}^3 \cdot 8{,}3\ \text{Дж/(моль} \cdot \text{К)} \cdot 293\ \text{К}}{18 \cdot 10^{-3}\ \text{кг/моль}} = 2{,}30 \cdot 10^3 \text{Па}.$$

Если вся жидкость испарится, то при неизменном объеме и, следовательно, той же плотности давление будет изменяться пропорционально температуре и станет равным $p_{300} = 4{,}5 \cdot 10^3$Па. Это значительно меньше давления насыщенного пара при температуре 300 °C, так как он имеет значительно большую плотность, чем пар при температуре 20 °C.

Если же при расчете использовать действительную плотность пара при температуре 300 °C (46,9 кг/м^3), то получим $p_{300} = 12{,}4 \cdot 10^6$ Па, что больше действительного давления пара.

При столь большой плотности пара начинает сказываться взаимодействие (притяжение) его молекул, уменьшающее давление пара на стенки. Следовательно, применение уравнения Менделеева — Клапейрона к реальным газам и парам хорошо согласуется с опытными данными только в том случае, если их плотность невелика.

439. Почему сжиженные газы для длительного хранения помещают в открытые сосуды?

Решение. Закрытый сосуд из-за притока тепла извне разорвет, если он недостаточно прочный. В прочном же сосуде температура возрастает выше критической и жидкость перейдет в газообразное состояние.

§ 82. Влажность воздуха

Для характеристики влажности вводят понятие о парциальном давлении водяного пара p_1, относительной влажности

$$\varphi = \frac{p_1}{p_0},$$

где p_1 — давление насыщенного пара при точке росы, а p_0 — при температуре t.

Для заданной температуры (точки росы) с помощью таблиц можно найти как давление, так и плотность насыщенного водяного пара.

440. По гигрометру обнаружено появление росы при температуре $t_1 = 10$ °C. Какова относительная влажность воздуха, если его температура $t_2 = 15$ °C?

Решение. При точке росы пары становятся насыщенными. По таблице найдем, что при температуре $t_1 = 10$ °C парциальное давление насыщенных паров $p_1 = 1{,}22$ кПа, а давление p_0 при температуре 15 °C равно 1,71 кПа. Найдем относительную влажность воздуха:

$$\varphi = \frac{p_1}{p_0} \cdot 100\%; \quad \varphi = \frac{1{,}22 \text{ кПа}}{1{,}71 \text{ кПа}} \cdot 100\% = 71\%.$$

441. Показания сухого термометра в психрометре 15 °C, влажного —12 °C. Определите относительную влажность воздуха.

Решение. Разница показаний термометров 3 °C. По психрометрической таблице находим, что относительная влажность равна 71%.

442. Можно ли пользоваться психрометром на «сквозняке» или на улице на ветру?

Р е ш е н и е. На ветру показания влажного термометра уменьшаются, поэтому расчеты будут неправильными; пользоваться психрометром нельзя.

443. Летом в пустынях Закаспия относительная влажность воздуха составляет 23—28%. Сравните количество водяных паров в воздухе в объеме 1 м^3 в пустыне, считая температуру воздуха равной 50 °С, и в тундре, где при температуре 0 °С относительная влажность может достигать 100%.

Р е ш е н и е. Из таблиц найдем давление p_0 паров при температуре $t = 50\ °C$: $p_0 = 12\,330$ Па. Из формулы

$$\varphi = \frac{p_1}{p_0} \cdot 100\%$$

определяем $p_1 = p_0\varphi = 12\,330\ \text{Па} \cdot 0{,}23 = 2836$ Па.

Из таблиц находим плотность паров $\rho_1 = 20{,}7$ г/м^3, соответствующую давлению p, и плотность насыщенного пара $\rho_2 = 4{,}8$ г/м^3 при температуре 0 °С.

Таким образом, масса воды в «сухом» воздухе пустыни в объеме 1 м^3 может быть значительно больше, чем во «влажном» воздухе тундры.

444. Пользуясь уравнением Менделеева — Клапейрона, рассчитайте плотность водяных насыщенных паров воды в воздухе при температуре 0 °С. Давление паров $p = 0{,}613$ кПа.

Р е ш е н и е. Запишем уравнение Менделеева — Клапейрона в следующем виде:

$$p = \frac{\rho RT}{M} \Rightarrow \rho = \frac{pM}{RT} = \frac{0{,}613 \cdot 10^3\text{Па} \cdot 18 \cdot 10^{-3}\text{кг/моль}}{8{,}31\text{Дж/(моль} \cdot \text{К)} \cdot 273\ \text{К}} = 0{,}0048\ \text{кг/м}^3.$$

445. Рассчитайте, какое количество водяных паров находится в воздухе класса.

Р е ш е н и е. Используя гигрометр (психрометр) и таблицы, находят относительную влажность $\varphi = \frac{p_1}{p_0} \cdot 100\%$, а из уравнения Менделеева — Клапейрона ρ пара и его массу

$$m = \rho V,$$

где V — объем класса.

Глава 25. СВОЙСТВА ЖИДКОСТЕЙ И ТВЕРДЫХ ТЕЛ

§ 83. Поверхностное натяжение жидкостей

В данной теме учащиеся должны ознакомиться с особенностями жидкого состояния вещества, строение которого представляет нечто среднее между известным учащимся строением газа и строением твердого тела. Эти сведения, важные сами по себе, имеют также большое значение для последующего изучения свойств твердых тел. Основное внимание в теме следует уделить наиболее характерному признаку жидкости — резкой границе, от-

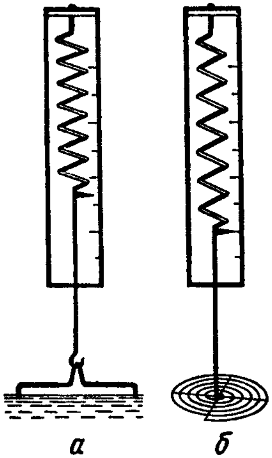


Рис. 159

деляющей ее от пара. В соответствии с этим при решении задач рассматривают различные поверхностные явления, их проявления в природе и использование на практике. Основным понятием, необходимым для понимания данных явлений и решения задач, является коэффициент поверхностного натяжения σ.

446. Почему поверхностный слой жидкости оказывает на всю жидкость давление? Какое значение имеет это давление для «упаковки» молекул жидкости?

447. Давление, созданное поверхностным слоем, равно для воды $10 \cdot 10^8$ Па; для спирта $2{,}4 \cdot 10^8$ Па; для эфира $1{,}4 \cdot 10^8$ Па. Почему же такое огромное давление не раздавливает даже пузырек воздуха, находящийся в жидкости?

Решение. Пузырек имеет размеры во много раз превышающие сферу молекулярного действия. Молекулы жидкости, прилегающие к его противоположным стенкам, не взаимодействуют между собой, поэтому на границе с газообразной фазой, заключенной в пузырьке, создается давление, направленное внутрь жидкости.

448. В одной из книг ученик прочитал, что поверхностное натяжение жидкости можно определить с помощью установки, показанной на рисунке 159, *а*. Ученик решил проделать этот опыт с водой, взяв лабораторный динамометр (цена деления 0,1 Н) и проволоку длиной 5 см. Получит ли ученик удовлетворительные результаты? Подумайте, как можно повысить точность измерения. Проверьте ваши предположения на опыте.

Решение. Вода соприкасается с двух сторон с проволокой, которая расположена на ее поверхности. Таким образом, за проволокой поднимается водяной столбик, ограниченный с двух сторон поверхностными пленками. (На этот факт нужно обратить особое внимание учащихся, так как его часто будут использовать при решении задач о различных пленках.) Для одной поверхностной пленки справедливо уравнение $F_1 = \sigma l$, а для двух $F_2 = 2\sigma l = 2 \cdot 7{,}3 \cdot 10^{-2}$ Н/м $\cdot\ 5 \cdot 10^{-2}$ м $= 7{,}3 \cdot 10^{-3}$ Н. Ясно, что лабораторный динамометр груб для таких измерений. Для повышения точности опыта следует взять более чувствительный динамометр и проволоку большей длины. Для удобства опыта ее можно согнуть в виде квадратной рамки, кольца или спирали известной длины (рис. 159, *б*). При длине проволоки 100 см получим:

$$F = 2 \cdot 7{,}3 \cdot 10^{-2}\ \text{Н/м} \cdot 1\ \text{м} = 14{,}6 \cdot 10^{-2}\ \text{Н} \approx 0{,}15\ \text{Н}.$$

В таком виде опыт можно использовать для примерной оценки значения коэффициента поверхностного натяжения σ. Еще большую точность можно получить, если вместо динамометра использовать чувствительные рычажные весы.

449. Какую работу нужно совершить, чтобы растянуть на расстояние $d = 10$ см мыльную пленку на проволочной рамке с подвижной перекладиной длиной $l = 5$ см (рис. 160)?

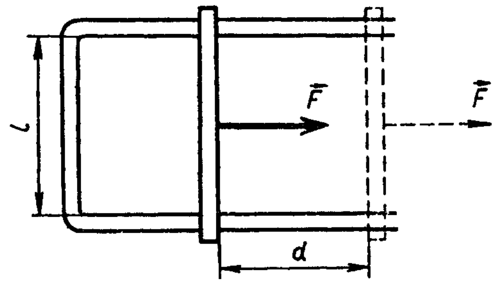


Рис. 160

Решение. Работа совершается против сил поверхностного натяжения, действующих на подвижную перекладину рамки. По модулю эти силы равны $2\sigma l$, поэтому работа

$$A = Fd = 2\sigma ld = 2 \cdot 4 \cdot 10^{-2} \text{ Н/м} \cdot 5 \cdot 10^{-2} \text{ м} \cdot 0{,}10 \text{ м} = 4 \text{ м} \cdot 10^{-4} \text{ Дж}.$$

450. Что общего и в чем отличие свойств поверхностного слоя жидкости и резиновой пленки?

Решение. Общее у обеих пленок — их сокращение. Но для резиновой пленки сила зависит от деформации (закон Гука) и, в частности, может равняться нулю. Поверхностная же пленка всегда напряжена одинаково. Работа по ее растяжению подобна работе против сил трения. При увеличении поверхности пленки молекулы жидкости переходят из глубины в поверхностный слой, чего в резиновой пленке нет.

451 (э). На поверхность воды положите две спички и куском мыла коснитесь воды между спичками. Повторите опыт, коснувшись воды кусочком сахара. Результаты опытов объясните.

Решение. Спички расходятся, так как поверхностное натяжение мыльного раствора меньше, чем чистой воды. Сахар увеличивает поверхностное натяжение, и спички сближаются.

452. Поверхностное натяжение мыльного раствора меньше, чем чистой воды. Почему же для надувания пузырей и других опытов с пленками используют мыльный раствор, а не чистую воду?

Решение. Мыльная пленка имеет на поверхности слои богатые, а внутри бедные молекулами мыла. Если в каком-либо месте пленка станет тоньше, то на ее поверхности появится слой более чистой воды с большим поверхностным натяжением, который притянет к себе жидкость из соседних участков и восстановит толщину пленки.

453 (э). Получите на проволочном каркасе мыльную пленку и направьте на нее струйку воды (рис. 161). Почему вода не разрушает пленку?

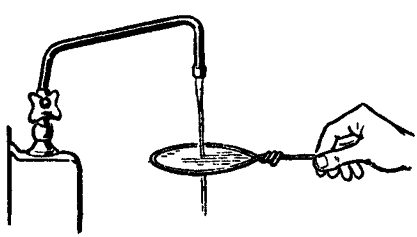


Рис. 161

§ 84. Смачивание и несмачивание. Капиллярные явления

Перед решением задач о смачивании и несмачивании нужно рассмотреть причины растекания капли жидкости по другой жидкости или твердому телу. Без этого задачи о данном явлении во многом потеряют свою образовательную ценность и мало что прибавят к уже имеющимся у учащихся бытовым представлениям.

Рассмотрим каплю жидкости I на поверхности другой жидкости II (рис. 162). Здесь имеются пленка жидкости I на участке BCD с поверхностным натяжением σ_1, пленка жидкости II с поверхностным натяжением σ_2 и пленка на общей границе BED обеих жидкостей с поверхностным натяжением $\sigma_{1,2}$. Если

$$\sigma_2 < \sigma_1 + \sigma_{1,2}, \qquad (1)$$

то жидкость I соберется в виде капли, если же

$$\sigma_2 > \sigma_1 + \sigma_{1,2}, \qquad (2)$$

то жидкость I образует на поверхности жидкости II тонкую пленку.

Аналогичная картина получается и в том случае, когда роль жидкости II играет твердое тело, которое обладает поверхностным натяжением, так как частицы на его поверхности имеют избыточную энергию по сравнению с частицами, находящимися внутри. Соотношение (1) применительно к твердому телу и соответствует несмачиванию а соотношение (2) — смачиванию.

На внеклассных занятиях при решении задач о поверхностном натяжении жидкостей с искривленными поверхностями можно дать учащимся понятие о добавочном (положительном или отрицательном) давлении, определяемом формулой Лапласа:

$$p = \frac{2\sigma}{R}.$$

На выпуклой поверхности p имеет знак «плюс», а для вогнутой — «минус». Элементарный вывод этой формулы можно дать путем решения задач. Типичными являются следующие задачи.

454. Ртутный барометр имеет диаметр трубки 3 мм. Какую поправку в показания барометра надо внести, если учитывать капиллярное опускание ртути? [35, № 650] Следует ли при комнатной температуре учитывать также поправку на давление насыщенных паров ртути?

Решение 1. Воспользуемся формулой

$$h = \frac{2\sigma}{\rho g R}$$

и указанием, что с помощью этой формулы можно получить значения как подъема, так и глубины, на которую опускается жидкость.

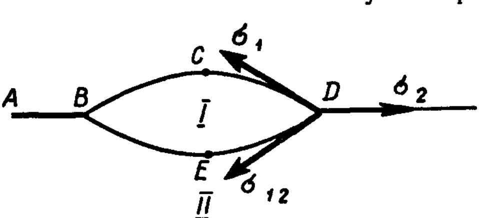


Рис. 162

Подставив в формулу числовые значения величин, получим $h = 5{,}1$ мм.

Из таблиц [23, с. 136] найдем, что давление насыщенного пара ртути при температуре 20 °С равно 0,0018 мм рт. ст. Такую поправку практически не учитывают.

В целях повторения и закрепления вывода приведенной выше формулы, а также материала по механике, гидро- и аэростатике возможно следующее решение.

Решение 2. Изобразим находящийся в капилляре в равновесии столбик ртути (рис. 163) и укажем действующие на него силу тяжести $\vec{F} = m\vec{g}$, силу поверхностного натяжения $\vec{F}_\sigma$ и силу атмосферного давления $\vec{F}_а$. По второму закону Ньютона

$$\vec{F} + \vec{F}_\sigma + \vec{F}_а = 0.$$

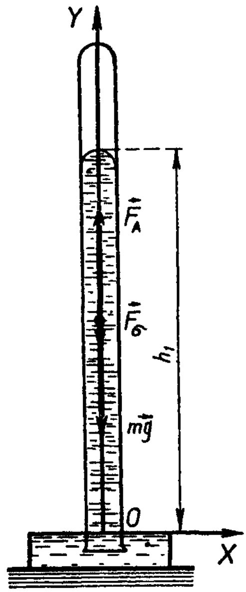


Рис. 163

Примем за тело отсчета сосуд, направим ось y вверх, а за начало отсчета примем точку на поверхности ртути. Спроецируем векторы сил на ось y, тогда уравнение примет вид:

$$-F - F_\sigma + F_а = 0.$$

Определим силы, входящие в это уравнение:

$$F_\sigma = \sigma 2\pi R; \quad F = mg,$$

где масса ртути в трубке $m = \rho V = \rho\pi R^2 h$:

$$F_а = \rho q h_1 S,$$

где h_1 — высота столба ртути, соответствующая нормальному атмосферному давлению, а $S = \pi R^2$.

Следовательно, общее уравнение примет вид

$$2\pi R\sigma - \rho g h_1 \pi R^2 + \rho g h_2 \pi R^2 = 0.$$

Отсюда

$$h_2 - h_1 = \frac{2\sigma}{\rho q R}.$$

В ознакомительном плане можно заметить, что из этой формулы следует, что созданное мениском давление $\rho g \Delta h = \frac{2\sigma}{R}$.

Интересные экспериментальные задачи на капиллярные явления учащиеся могут решить дома [35, № 654], [22, № 744, 747].

В ознакомительном плане или на внеклассных занятиях полезно решить следующие задачи.

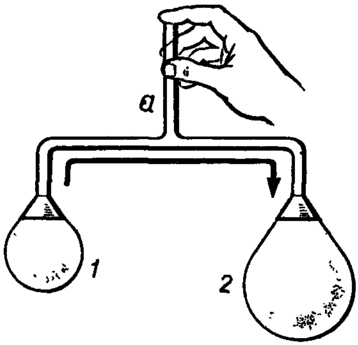


Рис. 164

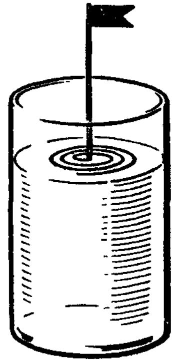


Рис. 165

455. На двух сообщающихся трубках (рис. 164) выдули пузыри разного размера. Будут ли изменяться пузыри и как, если зажать трубку *a*? Рассчитайте, какое избыточное давление *p* создается поверхностным натяжением в мыльном пузыре радиусом 2 см.

Решение. Согласно формуле $p = \frac{4\sigma}{R}$ давление в мыльном пузыре[1] больше и он будет уменьшаться до тех пор, пока радиус кривизны пленки *1* у отверстия трубки не станет равным радиусу большого пузыря *2*:

$$p = \frac{4\sigma}{R} = \frac{4 \cdot 4{,}0\ \text{Н/м} \cdot 10^{-2}}{2 \cdot 10^{-2}\ \text{м}} = 8\ \text{Па}.$$

Желательно показать учащимся, что это небольшое избыточное давление можно обнаружить по отклонению пламени свечи, если на него направить струю воздуха из трубочки, на которой выдут пузырь.

456. На вечере занимательной физики один ученик показал плавающие на воде иголки, лезвие безопасной бритвы и даже кораблик из витков проволоки (рис. 165). После опытов другой ученик сказал: «Здесь какой-то обман. Если железо плавает, то почему же не сплавляют по воде плоты из рельсов?» Объясните этот парадокс.

Решение. Если тело не смачивается водой, то под ним образуется мениск, создающий силу давления, направленную вверх. Сила поверхностного натяжения $\vec{F}_1$ вогнутой пленки и архимедова сила $\vec{F}_2$ уравновешивают силу тяжести $\vec{F}_3$; по модулю $F_1 = F_3 - F_2$. Поскольку сила поверхностного натяжения пропорциональна линейным размерам тела, а разность модулей сил $F_3 - F_2$ — его объему (т. е. кубу линейных размеров), то при увеличении объема быстро наступит момент, когда модуль силы F_1 станет меньше разности модулей сил $F_3 - F_2$ и тело утонет.

[1] Мыльный пузырь имеет две поверхности пленки — внешнюю и внутреннюю.

§ 85. Свойства твердых тел

При решении задач о свойствах твердого тела рассматривают свойства аморфных тел и кристаллов, анизотропию, внутреннюю энергию, зависящую от особенностей кристаллического строения вещества. Далее рассматривают различные виды деформаций и величины, характеризующие свойства твердых тел: упругость, пластичность и др.

Решение задач по данной теме призвано помочь формированию более глубоких понятий о твердых кристаллических телах и их отличии от тел аморфных. При этом в полной мере должны использоваться знания по молекулярно-кинетической теории и о внутренней энергии тел. Для повторения сначала решают задачи об упругих деформациях (закон Гука), используя формулу $F_{\text{упр}_x} = -kx$, а затем задачи о деформации сжатия и растяжения по формуле:

$$F = \frac{ES\Delta l}{l_0}.$$

Для объяснения явлений, возникающих при деформациях, нужно использовать знания учащихся о силах взаимодействия молекул.

457. Почему с течением времени засахаривается леденец и мутнеет стекло?

Решение. При прочих равных условиях внутренняя энергия тела в аморфном состоянии больше, чем в кристаллическом.

Поэтому с течением времени внутренняя энергия уменьшается и тела самопроизвольно закристаллизовываются.

458. Почему сталь и чугун с течением времени из мелкозернистых становятся крупнозернистыми?

Решение. Кристалл принимает форму, при которой его поверхностная энергия при данном объеме будет наименьшей. Поверхностная энергия двух маленьких кристаллов больше, чем равного им по объему одного большого. Явление аналогично слиянию двух мелких капель в одну большую (см. также рис. 164).

459 (э). На сколько удлинится медная проволока длиной 3 м и диаметром 0,12 мм под действием гири весом 1,5 Н? Деформацию считайте упругой. Ответ проверьте на опыте.

Решение. Запишем закон Гука в следующей форме:

$$F = \frac{ES\Delta l}{l_0} \Rightarrow \Delta l = \frac{Fl}{LS} = \frac{Fl}{E\pi R^2};$$

$$\Delta l = \frac{1{,}5\ \text{Н} \cdot 3\ \text{м}}{1{,}20 \cdot 10^{11}\ \text{Н/м}^2 \cdot 3{,}14\,(0{,}06 \cdot 10^{-3}\ \text{м})^2} = 3{,}3 \cdot 10^{-3}\ \text{м}.$$

Проверить расчеты на опыте можно приближенно, поскольку обычно бывает неизвестным значение модуля E материала.

Возьмем, например, провод марки ПЭВ диаметром 0,12 мм, подвесим его к потолку и нагрузим для выпрямления гирей весом 2 Н. Нагружая провод гирями, наблюдаем его удлинение.

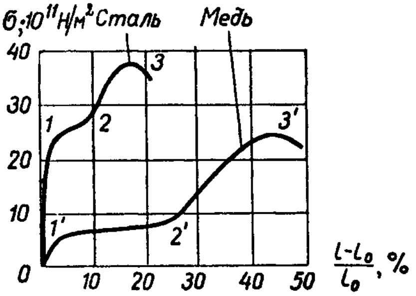


Рис. 166

Чтобы сделать удлинение проволоки видным всему классу, можно соединить ее конец с длинной стрелкой-рычагом или прибегнуть к теневой проекции. При измерении Δl желательно пользоваться штангенциркулем.

460. На рисунке 166 приведены графики растяжения стали и меди. Сравните по этим графикам свойства данных веществ.

Решение. Из сравнения участков *0 — 1* и *0 — 1'* видно, что сталь — более упругий материал. Сталь более хрупка, чем медь, так как участок текучести *1 — 2* у нее короче. Медь подвергается большему упрочению, чем сталь, так как имеет больший участок *2' — 3'*. Сталь значительно прочнее, так как разрушается при большем напряжении.

461. Рассчитайте силу, необходимую для разрыва медной проволоки из школьного набора проводов диаметром 0,3 мм. Полученные данные проверьте на опыте.

Решение. Пользуясь таблицами или графиком (см. рис. 166), находим, что медь разрушается при напряжении $\sigma_п = 2{,}1 \cdot 10^8$ Н/м².

Площадь сечения проволоки

$$S = \frac{\pi D^2}{4} = \frac{3{,}14 \cdot 0{,}3^2\ мм^2}{4} = 0{,}071\ мм^2 = 7{,}1 \cdot 10^{-8}\ м^2.$$

Модуль разрушающей силы равен

$$F = \sigma_п S = 2{,}1 \cdot 10^8\ Н/м^2 \cdot 7{,}1 \cdot 10^{-8}\ м^2 = 15\ Н.$$

462. Какой максимальной высоты может быть кирпичное здание, если допускаемое напряжение кирпичной кладки $\sigma_д = 0{,}9 \cdot 10^6$ Н/м²?

Решение. Созданное весом стен давление

$$p = \sigma_д = \rho g h,$$

где ρ — плотность кирпича, а h — высота кладки. Тогда

$$h = \frac{\sigma_д}{\rho g} = \frac{0{,}9 \cdot 10^6\ Н/м^2}{1{,}8 \cdot 10^3\ кг/м^3 \cdot 9{,}8\ м/с^2} = 50\ м.$$

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА

Глава 26. ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ ПОЛЕ

В данной теме решают задачи по электростатике, в которых рассчитывают силы взаимодействия электрических зарядов в соответствии с законом Кулона, находят напряженность, потенциал, работу сил электростатического поля при перемещении зарядов и электроемкость конденсаторов.

По теме решают также комбинированные задачи, в которых рассматривают равновесие заряженных тел при действии на них электрических сил. Эти задачи являются повторением и применением не только законов электрического поля, но и механики.

§ 86. Закон Кулона

Закон Кулона для двух точечных зарядов в вакууме имеет вид

$$F = k\frac{q_1 q_2}{r^2},$$

где q_1 и q_2 — модули зарядов, а r — расстояние между ними. Их можно, как в учебнике [12], обозначать $|q_1|$ и $|q_2|$, но лучше договориться, что это модули, и не применять специальных обозначений, тогда q — модуль заряда, а отрицательный заряд — q.

В случае тел сферической формы заряд тела считают расположенным в центре сферы.

Используя формулу закона Кулона, сначала решают тренировочные задачи о взаимодействии двух зарядов, определяя силу F, заряды q_1 и q_2 или расстояние r между зарядами. Затем задачи усложняют, рассматривая взаимодействие нескольких зарядов. Тему завершают решением комбинированных задач с использованием законов статики и динамики.

463. С какой силой взаимодействуют два заряда по 1 Кл каждый на расстоянии 1 км друг от друга в вакууме?

Решение. Сила взаимодействия

$$F = k\frac{q_1 q_2}{r^2},$$

где $k = 9 \cdot 10^9$ Н $\cdot$ м^2/Кл^2, $q_1 = q_2 = 1$ Кл, $r = 1000$ м;

$$F = \frac{9 \cdot 10^9\ \text{Н} \cdot \text{м}^2/\text{Кл}^2 \cdot 1\ \text{Кл} \cdot 1\ \text{Кл}}{1000^2\ \text{м}^2} \approx 0{,}9 \cdot 10^4\ \text{Н}.$$

Силы направлены по прямой, соединяющей заряды q_1 и q_2. Это силы отталкивания. Задача дает представление об огромном значении заряда 1 Кл.

464. С какой силой ядро атома водорода притягивает электрон, если радиус орбиты электрона $0{,}5 \cdot 10^{-10}$ м?

Решение. Необходимо знать заряд электрона $e = -1{,}6 \times 10^{-19}$ Кл. Протон имеет такой же по значению, но положительный заряд. По закону Кулона находим модуль силы F: $F \approx 9 \times 10^{-8}$ Н.

При вычислении модулей сил взаимодействия зарядов по закону Кулона знаки зарядов не учитывают и направление силы определяют в каждом конкретном случае, прибегая к помощи чертежа. При этом учитывается следующее: если взаимодействуют одноименные заряды, то они отталкиваются, если разноименные, то они притягиваются. Как уже говорилось, силы направлены по прямой, соединяющей взаимодействующие заряды.

Когда говорят о взаимодействии зарядов, то необходимо понимать, что вокруг заряда существует электростатическое поле и именно оно действует на другой заряд. Но в задачах на закон Кулона от этого как бы отвлекаются и не затрудняют рассуждения. Особенно это сложно делать, когда в задаче рассматривается несколько сил. Но желательно, чтобы учитель все-таки подчеркивал, что существует и действует на заряды электростатическое поле. Учащиеся сразу же при изучении основ электродинамики должны встать на точку зрения близкодействия, а не привыкать к представлениям дальнодействия.

Если в задаче дано более двух зарядов и надо определить силу, действующую на один из этих зарядов, то задачу решают в два этапа: а) находят поочередно силы взаимодействия данного заряда с каждым другим зарядом; б) складывая по правилам сложения векторов полученные силы, определяют их равнодействующую.

465. Найдите силу, действующую на заряд $q_2 = -1 \cdot 10^{-6}$ Кл (рис. 167), если заряды $q_1 = 1 \cdot 10^{-7}$ Кл и $q_3 = 2 \cdot 10^{-7}$ Кл расположены в воздухе, а расстояние $AB = BC = 10$ см.

Решение. На заряд q_2 действуют заряды q_1 и q_3 с силами, вектор которых $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_3$ (см. рис. 167). Силы $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_3$ — силы притяжения заряда q_2 к зарядам q_1 и q_3, они направлены по одной прямой AC, но в противоположные стороны. Их равнодействующая $\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_3$ направлена в сторону большей силы $\vec{F}_3$ и по модулю равна разности их модулей. По закону Кулона находим модули сил F_1 и F_3:

$$F_1 = k\frac{q_1 q_2}{(AB)^2} \text{ и } F_3 = k\frac{q_3 q_2}{(BC)^2}.$$

Расстояния AB и $BC = 0{,}1$ м. Подставляя числовые данные, получаем $F_1 \approx 0{,}1$ Н, $F_3 = 0{,}2$ Н, а модуль $R = 0{,}1$ Н.

466. Заряды $q_1 = q_2 = q_3 = 1 \cdot 10^{-6}$ Кл расположены в вершинах равностороннего треугольника со сторонами $a = 20$ см. Найдите силу, действующую на один из этих зарядов со стороны двух других в воздухе.

Решение. Делаем чертеж (рис. 168). Определим силу, действующую на заряд q_3, помещенный в точке C. Заряды q_1 (в точке A) и q_2 (в точке B) действуют на заряд q_3 соответственно с силами $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$. Равнодействующую этих сил ($\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$) находят по правилу параллелограмма.

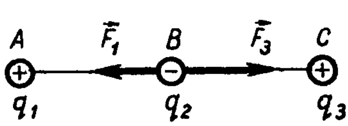


Рис. 167

Далее при решении задачи не будем оперировать векторами, а

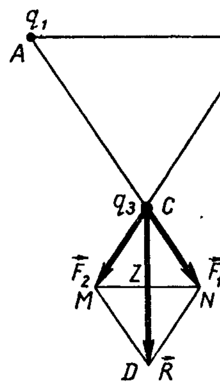


Рис. 168

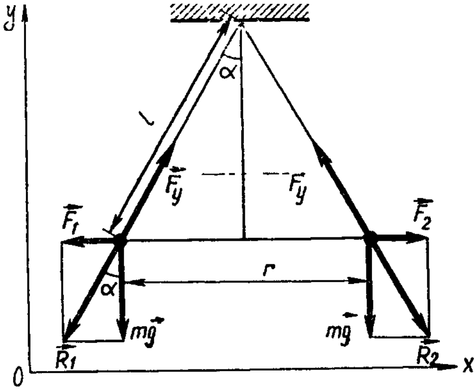


Рис. 169

будем вычислять их модули, равные длинам отрезков, соответствующих на чертеже векторам $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, $\vec{R}$, направление их показано на чертеже и учитывается при решении. Легко доказать, что $F_1 = F_2$, $\angle DCM = 30°$, так как $\angle MCN = \angle ACB = 60°$ (все внутренние углы в равностороннем треугольнике равны 60°). Тогда

$$\frac{R}{2} = F_1 \cos 30° \left(\text{в } \triangle\, CNZ \quad CZ = \frac{R}{2}\right).$$

По закону Кулона модуль силы

$$F_1 = k\frac{q_1 q_3}{(AC)^2};$$

$$F_1 = \frac{9 \cdot 10^9\ \text{Н} \cdot \text{м}^2/\text{Кл}^2 \cdot 1 \cdot 10^{-6}\ \text{Кл} \cdot 1 \cdot 10^{-6}\ \text{Кл}}{(0{,}2)^2\ \text{м}^2} = 0{,}02\ \text{Н};$$

$$R = 0{,}02\ \text{Н} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 2 \approx 0{,}034\ \text{Н}.$$

467. Два маленьких шарика массой m подвешены рядом на тонких шелковых нитях длиной $l = 2$ м. Шарики зарядили равными одноименными зарядами $q_1 = q_2 = 2 \cdot 10^{-8}$ Кл, и они оттолкнулись друг от друга на расстояние $r = 16$ см. Определите натяжение нитей.

Решение. Как видно из чертежа (рис. 169), на каждый шарик с зарядом $q_1 = q_2$ действуют три силы: сила тяжести $m\vec{g}$, сила упругости $\vec{F}_y$ и сила кулоновского взаимодействия $\vec{F}$ (на рис. 169 это $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$). Решать задачу можно, рассматривая силы, действующие на левый или на правый шарик. Возьмем правый шарик. Он неподвижен, значит, суммы проекций всех сил (действующих на этот шарик) на оси Ox и Oy равны нулю:

на ось Ox:

$$-F_y \sin\alpha + F = 0; \qquad (1)$$

на ось Oy:

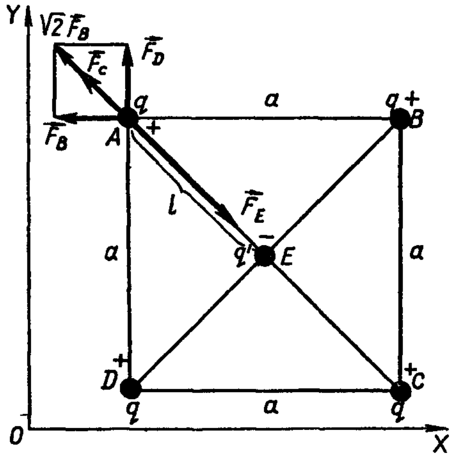


Рис. 170

$$F_y \cos\alpha - mg = 0. \quad (2)$$

Кроме того, по закону Кулона определим модуль силы

$$F = k\frac{q_1 q_2}{r^2} = k\frac{q^2}{r^2}.$$

Обозначим: $q_1 = q_2 = q$; $\sin\alpha = \frac{r}{2l}$. Из уравнения (1) имеем

$$F_y = \frac{F}{\sin\alpha} = \frac{kq^2 2l}{r^2 \cdot r} = k\frac{q^2 2l}{r^3}.$$

Подставляя числовые данные, получим: $F_y \approx 3{,}5 \times \times 10^{-3}$ Н.

Таким образом, нить натянута с силой, которая равна $\sim 3{,}5 \cdot 10^{-3}$ Н.

468. В вершинах квадрата со стороной a помещены маленькие шарики с зарядом $q = 1{,}0 \cdot 10^{-8}$ Кл. Какой заряд надо поместить в центре квадрата, чтобы вся система находилась в равновесии?

Решение. Все заряды, расположенные в вершинах квадрата (рис. 170), находятся в одинаковых условиях. Возьмем заряд в точке A. Его отталкивают заряды, помещенные в точках B, D и C с силами $\vec{F}_B$, $\vec{F}_D$, $\vec{F}_C$. Уравновесить действие этих сил может отрицательный заряд q', помещенный в точке E и действующий с силой $\vec{F}_E$.

Равновесие возникает в том случае, когда суммы проекций всех сил на оси Ox и Oy будут равны нулю:

на ось Ox:

$$-F_B - F_C\cos 45^\circ + F_E\cos 45^\circ = 0, \quad (1)$$

на ось Oy:

$$F_D - F_C\cos 45^\circ - F_E\cos 45^\circ = 0, \quad (2)$$

По закону Кулона модули сил F_B и F_D равны:

$$F_B = F_D = k\frac{qq}{a^2} = k\frac{q^2}{a^2}; \quad F_C = k\frac{q \cdot q'}{(AC)^2} \; (AC = a\sqrt{2}).$$

Модуль силы F_E также можно определить по закону Кулона:

$$F_E = k\frac{qq'}{l^2},$$

где $l = a\frac{\sqrt{2}}{2}$, т. е.

$$F_E = k\frac{qq'\cdot 4}{2a^2} = k\frac{2qq'}{a^2}.$$

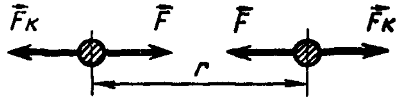


Рис. 171

Известно, что $\cos 45° = \frac{\sqrt{2}}{2}$. Модуль заряда q' определяем из любого уравнения: (1) или (2), например, из (1):

$$-k\frac{q^2}{a^2} - k\frac{q^2}{2a^2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2} + k\frac{q\cdot q'\cdot 2}{a^2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2} = 0.$$

Отсюда $q' = q\frac{\sqrt{2}+4}{4\sqrt{2}} \approx 1\cdot 10^{-8}$ Кл.

469. Две маленькие капли масла радиусом $R = 8{,}2\cdot 10^{-3}$ см с одинаковыми электрическими зарядами помещены на расстоянии r друг от друга ($r \gg R$). Определите, сколько лишних электронов (или каков их недостаток) на капле, если сила кулоновского отталкивания уравновешивает силу притяжения капель.

Решение. На рисунке 171 показаны векторы кулоновской силы $\vec{F}_к$ и силы гравитационного притяжения $\vec{F}$, направленные по одной прямой, но противоположно. По условию задачи $\vec{F}_к + \vec{F} = 0$.

$$k\frac{q^2}{r^2} = G\frac{m^2}{r^2},$$

где $G = 6{,}67\cdot 10^{-11}$ Н·м²/кг², а масса шариков $m = \frac{4}{3}\pi R^3\rho$ ($\rho = 800$ кг/м³ — плотность масла). Вычисления дают $q \approx 1{,}6\times 10^{-19}$ Кл. Число избыточных или недостаточных электронов n можно получить, разделив заряд капли на заряд электрона e $\left(n = \frac{q}{e}\right)$. В рассматриваемом случае на капле избыток (или недостаток) одного электрона, так как $e = -1{,}6\cdot 10^{-19}$ Кл.

§ 87. Напряженность электрического поля

470. Электрическое поле создано двумя одинаковыми положительными точечными зарядами. Какова напряженность $\vec{E}$ в средней точке прямой, соединяющей эти заряды?

Решение. Так как напряженности, создаваемые каждым из двух зарядов в этой точке, равны по модулю, но противоположны по направлению, суммарная напряженность равна нулю ($\vec{E} = 0$).

Полезно рассмотреть также модуль и направление напряженности в других точках прямой, соединяющей заряды, например в точках, расположенных ближе к одному из зарядов, ближе к другому заряду. Для этого необходимо сделать чертеж, определить модули напряженностей, общую напряженность (ее направление и модуль).

471. Чему равна напряженность $\vec{E}$ поля в центре равномерно заряженного проволочного кольца?

Решение. Каждому элементу кольца с одной стороны можно противопоставить такой же элемент с другой стороны. Напряженности, созданные этими элементами в центре кольца, равны и противоположно направлены, поэтому $\vec{E} = 0$.

472. Металлический шар радиусом R равномерно заряжен. Заряд шара q. Определите напряженность поля, созданного шаром, на расстоянии r от центра шара.

Решение. Считается, что заряд q сосредоточен в центре шара. При $r \geqslant R$ модуль напряженности $E = k\frac{q}{r^2}$.

473. Бесконечная плоскопараллельная пластина с плотностью σ равномерно заряжена. Какова напряженность $\vec{E}$ поля по обе стороны пластины? Чему равна напряженность поля E_0 внутри пластины?

474. На точечный заряд $q = 0{,}33 \cdot 10^{-7}$ Кл, внесенный в некоторую точку электрического поля, действует сила $\vec{F} = 1{,}0 \cdot 10^{-5}$ Н. Какова напряженность поля в данной точке?

475. Найдите напряженность поля в точках, удаленных на расстоянии $r = 0{,}05$ м от точечного заряда $q = 2{,}5 \cdot 10^{-8}$ Кл, помещенного в безграничный жидкий диэлектрик с $\varepsilon = 2{,}1$.

476. Два заряда по $1{,}0 \cdot 10^{-8}$ Кл находятся в воздухе на расстоянии 8 м друг от друга. Найдите напряженность на расстоянии 5 м от обоих зарядов.

Решение. Как видно из рисунка 172, таких точек две (D и E). Решение проводят для одной из них, например для D. Заряды в точках A и B обозначают соответственно q_A и q_B, E_A и E_B — модули напряженностей в точке D, созданные зарядами q_A и q_B. По условию задачи $q_A = q_B$. Общая напряженность электрического поля в точке D: $\vec{E}_D = \vec{E}_A + \vec{E}_B$, которую находят как диагональ параллелограмма со сторонами векторов напряженности $\vec{E}_A$ и $\vec{E}_B$.

Модули напряженностей $E_A = E_B = k\frac{q_A}{|AD|^2}$, а модуль напряженности E_D определяют из подобия $\triangle AED$ и $\triangle DMF$:

$$\frac{|DF|}{|DM|} = \frac{|ED|}{|AD|},$$

откуда

$$|DF| = |DM|\frac{|ED|}{|AD|}.$$

Подставляя числовые данные, получим $E_D = 4{,}3$ Н/Кл. Направление суммарной напряженности показано на рисунке 172.

477*. Электрическое поле графически изображают с помощью линий напряженности. Принято, что число линий, проходящих через единицу площади 1 м^2, расположенной перпендикулярно линиям напряженности, численно равно напря-

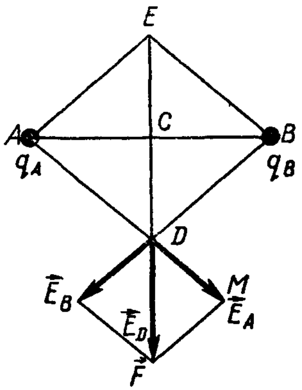


Рис. 172

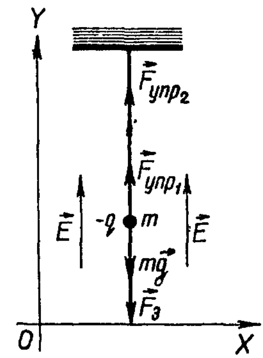


Рис. 173

женности поля в данной точке. Чему равно общее число линий напряженности, выходящих из точечного заряда q?

Решение. На расстоянии r от заряда q через площадку 1 м^2 проходит E линий напряженности. Рассмотрим сферическую поверхность радиусом r вокруг заряда q.

Площадь сферы равна $4\pi r^2$. Общее число линий, выходящих из заряда, будет больше $E\left(E = k\frac{q}{r^2}\right)$ в $4\pi r^2$ раз, т. е.

$$N = k4\pi q.$$

Этому значению и равна напряженность электрического поля.

478. На непроводящей электрический заряд нити висит шарик массой m. Вся эта система находится в однородном электростатическом поле, напряженность которого $\vec{E}$ направлена вертикально вверх. Определите силу упругости нити, когда шарик не заряжен и когда ему сообщают отрицательный заряд $-q$.

Решение. Когда на шарике нет заряда, действует сила тяжести $m\vec{g}$ и сила упругости $\vec{F}_{упр}$. Если шарик зарядить, то возникает еще электрическая сила $\vec{F}_э$ (рис. 173), а сила упругости изменится.

Спроецируем эти силы на ось Oy. Так как все силы направлены по вертикали, то проекции их на ось Ox равны нулю.

В первом случае запишем сумму проекций сил на ось Oy и приравняем ее нулю:

$$F_{упр_1} - mg = 0, \text{ т. е. } F_{y_1} = mg.$$

Во втором случае сумма проекций сил будет другой:

$$F_{упр_2} - mg - F_э = 0,$$
$$\text{т. е. } F_{упр_2} = mg + F_э = mg + qE.$$

§ 88. Потенциал электрического поля

Важно помнить, что потенциал электрического поля, созданного в данной точке несколькими точечными зарядами, равен алгебраической сумме потенциалов полей, создаваемых в этой точке каждым зарядом отдельно.

479. Поле создано двумя одинаковыми положительными зарядами q_1 и q_2, находящимися на расстоянии r друг от друга. Чему равны напряженность и потенциал в средней точке прямой, соединяющей эти заряды?

Решение. В средней точке модуль напряженности $E = 0$. В этой точке векторы напряженности $\vec{E}_1$ и $\vec{E}_2$ равны по модулю, но противоположно направлены, а потенциал $\varphi \neq 0$, так как общий потенциал φ равен алгебраической сумме потенциалов:

$$\varphi_1 = k\frac{q_1}{\frac{r}{2}} \text{ и } \varphi_2 = k\frac{q_2}{\frac{r}{2}},$$

созданных зарядами q_1 и q_2 в этой точке (считаем $\varepsilon = 1$):

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 = \frac{2k}{r}(q_1 + q_2).$$

Если $q_1 = q_2 = q$, то $\varphi = \frac{4kq}{r}$.

480. Работа A при переносе заряда $q = 1{,}3 \cdot 10^{-7}$ Кл из бесконечности в некоторую точку электрического поля равна $6{,}5 \cdot 10^{-5}$ Дж. Найдите потенциал этой точки поля.

Решение. Работа поля по переносу заряда из бесконечности в данную точку поля равна потенциальной энергии заряда в этой точке, но с противоположным знаком. По определению $\varphi = \frac{W_p}{q}$.

В условии задачи не совсем четко определено, о какой работе идет речь. Если $6{,}5 \cdot 10^{-5}$ Дж — работа сил поля по перемещению заряда из бесконечности в данную точку поля, то

$$W_p = -6{,}5 \cdot 10^{-5} \text{ Дж, а } \varphi = \frac{W_p}{q} = \frac{6{,}5 \cdot 10^{-5} \text{ Дж}}{1{,}3 \cdot 10^{-7} \text{ Кл}} = -5{,}0 \cdot 10^{-2} \text{ В}.$$

Если же речь идет о работе против сил электрического поля, то $W_p = 6{,}5 \cdot 10^{-5}$ Дж, а $\varphi = 5{,}0 \cdot 10^{2}$ В.

Все это можно пояснить и более просто. Представим себе, что A — работа сил поля и она положительна. Тогда заряд q, создающий это поле, должен быть отрицательным. Только в этом случае положительный заряд q будет притягиваться и работа будет положительна. Потенциал данного поля будет отрицательным.

Если же A — работа против сил поля и она положительна, то заряд q, создающий поле, положителен. На положительный заряд q действует сила отталкивания. Потенциал поля положительного заряда q будет положителен. Условие данной задачи нами было сформулировано не совсем определенно для того, чтобы при решении задачи обсудить все возможные случаи.

Работа поля A при перемещении заряда q из точки поля с потенциалом φ_1 в точку с потенциалом φ_2 не зависит от формы пути и определяется по формуле $A = -q(\varphi_2 - \varphi_1)$. Очень важно здесь правильно учитывать знаки. Работа поля при перемещении заряда из одной точки в другую равна изменению потенциальной энергии, но с противоположным знаком, поэтому в формуле $A = -q(\varphi_2 - \varphi_1)$ и стоит перед q знак «минус»; здесь $\varphi_2 - \varphi_1$ — изменение потенциала. Если же брать разность потенциалов $\varphi_1 - \varphi_2$, то в формуле $A = q(\varphi_1 - \varphi_2)$ будет перед q знак «плюс». Подчеркиваем, что здесь φ_2 — потенциал точки поля, куда перемещен заряд, а φ_1 — потенциал точки, откуда он перемещен.

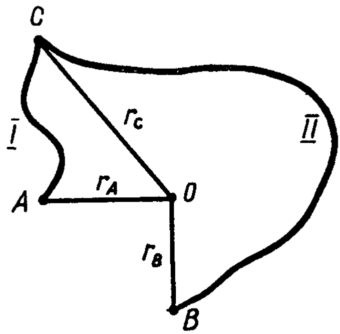


Рис. 174

481. Сравните работу при перемещении заряда q в электрическом поле, созданном зарядом Q между точками A и C, B и C, происходящему по двум путям (рис. 174): $r_A = r_B$, а $r_C > r_A$. Заряд Q помещен в точку O.

Решение. Работы, совершаемые электрическими зарядами по указанным путям, одинаковы, так как работа не зависит от формы пути, а определяется лишь разностью потенциалов точек поля, соответствующих началу и концу пути:

$$A_{\text{I}} = q(\varphi_A - \varphi_C) \text{ и } A_{\text{II}} = q(\varphi_B - \varphi_C), \text{ но } \varphi_A = \varphi_B.$$

482. Поле образовано точечным зарядом $Q = 1{,}2 \cdot 10^{-7}$ Кл. Какую работу совершит поле при переносе одноименного заряда $q = 1{,}5 \cdot 10^{-10}$ Кл из точки B, удаленной от Q на расстояние 0,5 м, в точку A, удаленную от Q на расстояние 2 м? Среда — воздух.

Решение. Сделаем чертеж (рис. 175). Работа поля при переносе заряда q по любому пути из точки B в точку A определяется по формуле

$$A = q(\varphi_B - \varphi_A).$$

Для воздуха примем $\varepsilon = 1$, тогда $\varphi_A = k\frac{Q}{r_A}$, а $\varphi_B = k\frac{Q}{r_B}$. Подставляя числовые данные, получим $A \approx 2{,}5 \cdot 10^{-7}$ Дж.

Объясним, почему работа положительна; $A > 0$: $r_A > r_B$, значит, $\varphi_A < \varphi_B$, а разность $\varphi_B - \varphi_A$ положительна. Следовательно, $A = q(\varphi_B - \varphi_A) > 0$ при $q > 0$.

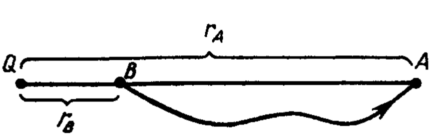


Рис. 175

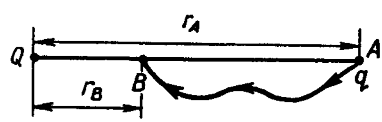


Рис. 176

483. По данным предыдущей задачи определите работу по перемещению заряда q в поле заряда Q из точки A в точку B.

Решение. Работа сил поля $A = q(\varphi_A - \varphi_B)$, а искомая работа равна по модулю, но противоположна по знаку работе сил поля (рис. 176), т. е.

$$-q(\varphi_A - \varphi_B) \approx -2{,}5 \cdot 10^{-7}\ \text{Дж}.$$

484*. Определите энергию и скорость, которые приобретает электрон, пролетевший в электрическом поле ускорителя от точки с потенциалом φ_1 до точки с потенциалом φ_2 при $\varphi_1 - \varphi_2 = -2 \cdot 10^6$ В.

Решение. Работа A равна изменению кинетической энергии, т. е. $\Delta\frac{mv^2}{2} = q(\varphi_1 - \varphi_2)$. Но заряд электрона q отрицателен, модуль его равен $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл. Масса электрона $m = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ кг. Получаем для $\Delta\frac{mv^2}{2}$ выражение $-e(\varphi_1 - \varphi_2)$; а для v выражение $\sqrt{\frac{-2e(\varphi_1 - \varphi_2)}{m}}$. Так как $\varphi_1 - \varphi_2 < 0$, то в выражениях для $\Delta\frac{mv^2}{2}$ и v стоит знак «минус». Подставляя числовые данные (заряд электрона — в кулонах, а изменение потенциала — в вольтах), получим: $\Delta\frac{mv^2}{2} = 3{,}2 \cdot 10^{-13}$ Дж, $v = 0{,}83 \cdot 10^9$ м/с.

485. Напряжение между двумя точками, лежащими на одной линии напряженности однородного поля, равно 2 кВ. Расстояние между этими точками 10 см. Какова напряженность поля? [40, № 737].

Решение. Подставляя данные в формулу $E = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{d}$, найдем модуль напряженности

$$E = \frac{2 \cdot 10^3\ \text{В}}{0{,}1\ \text{м}} = 2 \cdot 10^4\ \text{В/м}.$$

486. В опыте Иоффе в однородном электрическом поле между параллельными разноименно заряженными пластинами (рис. 177) находилась пылинка массой $m = 1{,}0 \cdot 10^{-8}$ г. Разность потенциалов между пластинами $\varphi_1 - \varphi_2 = -500$ В, а расстояние $d = 10$ см. Определите заряд пылинки q, если она находится в равновесии в электрическом поле.

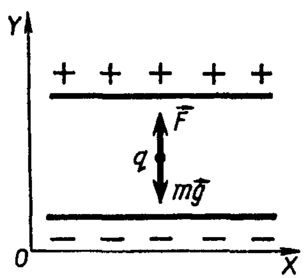


Рис. 177

Решение. На рисунке 177 укажем вектора действующих на пылинку сил, т. е. силу тяжести пылинки $m\vec{g}$, направленную вертикально вниз, и силу $\vec{F}$, с которой на заряженную пылинку действует однородное электрическое поле. Чтобы вектор силы $\vec{F}$ был направлен вверх, заряд пылинки должен быть отрицательным.

Спроецируем векторы сил на ось Oy:

$$F - mg = 0 \text{ или } -q\frac{\varphi_1 - \varphi_2}{d} = mg,$$

отсюда

$$-q = \frac{mgd}{\varphi_1 - \varphi_2} = -2 \cdot 10^{-14} \text{ Кл}.$$

Проекции всех векторов сил на ось Ox равны нулю. Пылинка будет в равновесии, когда сумма проекций всех действующих на нее сил будет равна нулю.

§ 89. Электроемкость

Здесь решают задачи на определение электроемкости системы двух тел, электроемкости конденсатора, а также по известному значению электроемкостей находят потенциалы тел, расстояния между пластинами конденсаторов и т. п. Рассматривается также соединение конденсаторов.

При разборе качественных задач подчеркивают, что электроемкость зависит только от формы и размеров тела и не зависит от материала проводника, а также от того — сплошное тело или полое. Электроемкость тела зависит также от наличия соседних тел и от их расположения. Приближение какого-либо тела увеличивает электроемкость, а при неизменном заряде тела уменьшает его потенциал.

487. Два проводника имеют одинаковую форму и размеры, но один из них сплошной, а другой полый. Какое из тел имеет большую электроемкость?

Ответ. Емкости тел одинаковы.

488 (э). Можно ли изменить потенциал проводника, не касаясь его и не изменяя заряда? Покажите это на опыте.

Решение. Если приближать к телу или удалять от него другое тело, то можно изменить потенциал первого тела. Например, показания электрометра с заряженным шаром на его стержне будут меняться при поднесении к шару руки.

489. При сообщении проводнику заряда $q = 1{,}0 \cdot 10^{-8}$ Кл его потенциал увеличился на $\Delta\varphi = 100$ В. Определите электроемкость проводника.

Решение. Подставляя числовые данные в формулу $C = \frac{q}{U}$, где $\Delta\varphi = \varphi$, получим

$$C = \frac{1{,}0 \cdot 10^{-8} \text{ Кл}}{100 \text{ В}} = 1{,}0 \cdot 10^{-10} \text{ Ф} = 1{,}0 \cdot 10^{-4} \text{ мкФ} = 1{,}0 \cdot 10^{2} \text{ пФ}.$$

490. Определите толщину диэлектрика конденсатора, электроемкость которого $C = 1400$ пФ, площадь перекрывающих друг друга пластин $S = 14$ см^2, если диэлектрик — слюда ($\varepsilon = 6$).

Решение. Запишем формулу для электроемкости

$$C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d},$$

отсюда $d = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{C}$. Подставляя числовые данные, получим $d = 5{,}3 \cdot 10^5$ м $= 0{,}053$ мм.

491. Заряд конденсатора $q = 4{,}0 \cdot 10^{-4}$ Кл, разность потенциалов на его обкладках $\Delta\varphi = 500$ В. Определите потенциальную энергию конденсатора.

Решение. Подставляя числовые данные в формулу $W_p = \frac{qU}{2}$, получим $W_p \approx 0{,}1$ Дж.

В задачах, где рассматривают соединение заряженных тел и перетекание зарядов с одного тела на другое, необходимо применять:

а) закон сохранения заряда $\sum q = \text{const}$,

б) условие равновесия статических зарядов. После того как движение зарядов прекратилось, потенциалы всех частей соединения одинаковы ($\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_3 = \ldots$).

492*. Два шара, электроемкости которых $C_1 = 2$ пФ и $C_2 = 3$ пФ, заряженные соответственно зарядами $q_1 = 2 \cdot 10^{-7}$ Кл и $q_2 = 1 \cdot 10^{-7}$ Кл, соединили. Определите заряды на шарах после их соприкосновения.

Решение. Пусть заряды на шарах после их соприкосновения q_1' и q_2', а потенциалы φ_1' и φ_2'. По закону сохранения заряда

$$q_1 + q_2 = q_1' + q_2'. \qquad (1)$$

Равенство потенциалов шаров можно записать в виде

$$\frac{q_1'}{C_1} = \frac{q_2'}{C_2}. \qquad (2)$$

Из системы уравнений (1) и (2) определяем неизвестные q_1' и q_2'. Из уравнения (1) выразим $q_2' = q_1 + q_2 - q_1'$ и, подставив это в уравнение (2), получим

$$\frac{C_1}{q_1'} = \frac{C_2}{q_1 + q_2 - q_1'},$$

откуда

$$q_1' = \frac{C_1(q_1 + q_2)}{C_1 + C_2}.$$

Заряд $q_2' = q_1 + q_2 - \frac{C_1(q_1 + q_2)}{C_1 + C_2}$. Подставляя числовые данные, получим: $q_1' = 1{,}2 \cdot 10^{-7}$ Кл и $q_2' = 1{,}8 \cdot 10^{-7}$ Кл.

Если надо определить, с какого шара и на какой будет перетекать заряд, то вычисляют потенциалы шаров до соединения

$$\varphi_1 = \frac{q_1}{C_1} \text{ и } \varphi_2 = \frac{q_2}{C_2}.$$

493. Конденсатор заряжен и отключен от источника тока. Как изменяется электроемкость C, каково изменение потенциала $\Delta\varphi = U$ и энергии конденсатора W_p при увеличении расстояния d между пластинами конденсатора?

Решение. С увеличением d электроемкость конденсатора уменьшается. Уменьшение электроемкости C приводит при неизменном заряде ($q = \text{const}$) к увеличению $\Delta\varphi = U = \frac{q}{C}$. Суждение об энергии можно сделать сразу по закону сохранения энергии. Совершая работу против сил электрического поля, мы увеличиваем энергию конденсатора W_p. Никаких других преобразований энергии в этом случае не происходит.

Вывод об увеличении потенциальной энергии W_p может быть получен и в результате анализа формул $W_p = \frac{q^2}{2C}$ и $W_p = \frac{qU}{2}$. Заряд $q = \text{const}$, электроемкость C уменьшается, напряжение U увеличивается; при этом потенциальная энергия увеличивается.

Решить эту задачу можно и как экспериментальную. К пластинам раздвижного конденсатора подключают неоновую лампу. Если зарядить конденсатор от кенотронного выпрямителя ($U = 300$ В), то неоновая лампа загорится. Раздвигая пластины, наблюдают вспыхивание (более яркое свечение) неоновой лампы. Учащимся предлагают объяснить наблюдаемое явление.

494. Конденсатор подключили к источнику тока и раздвинули его пластины. Как изменятся при этом электроемкость, напряжение и потенциальная энергия?

Решение. Напряжение постоянно. Заряд $q \doteq C\Delta\varphi = CU$ уменьшается, так как уменьшилась электроемкость C. Часть заряда стекает с пластин конденсатора, образуя в цепи ток, обратный току заряда конденсатора. Потенциальная энергия конденсатора $W_p = \frac{CU^2}{2} = \frac{qU}{2}$ уменьшается, так как уменьшаются электроемкость C и заряд q, а $U = \text{const}$.

495. Конденсатор электроемкостью $C_1 = 6$ мкФ, заряженный до напряжения $U_1 = 127$ В, соединили параллельно с конденсатором электроемкостью $C_2 = 4$ мкФ, заряженным до напряжения $U_2 = 220$ В (соединяют одноименно заряженные пластины между собой). Определите электроемкость батареи и напряжение на ее зажимах.

Решение. Общая электроемкость батареи

$$C_{общ} = C_1 + C_2 = 10 \text{ мкФ}.$$

Напряжение на ее зажимах $U = \frac{q}{C_{общ}}$, заряд $q = q_1 + q_2$, где q_1 и q_2 — заряды на первом и втором конденсаторах до их соединения. Так как $q_1 = C_1U_1$ и $q_2 = C_2U_2$, то

$$U = \frac{C_1U_1 + C_2U_2}{C_1 + C_2}.$$

Подставляя числовые данные, получим $U = 164$ В.

496. Батарея из двух конденсаторов емкостями 2 и 3 мкФ, соединенных последовательно, заряжена до напряжения 400 В. Определите электроемкость батареи и напряжение на зажимах каждого конденсатора.

Решение. Общую электроемкость батареи $C_{общ}$ определяем по формуле

$$\frac{1}{C_{общ}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2},$$

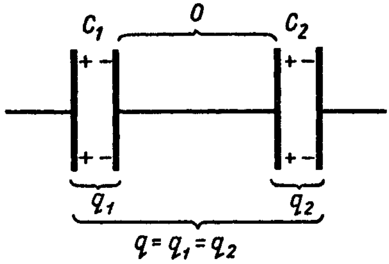


Рис. 178

откуда

$$C_{общ} = \frac{C_1C_2}{C_1 + C_2} = 1{,}2 \text{ мкФ}.$$

Общий заряд на батарее

$$q = C_{общ}U = 1{,}2 \cdot 10^{-6}\ Ф \cdot 400\ В = 4{,}8 \cdot 10^{-4}\ Кл.$$

При последовательном соединении конденсаторов заряд на каждом конденсаторе равен общему заряду батареи: $q = q_1 = q_2$ (рис. 178).

Напряжение на конденсаторах

$$U_1 = \frac{q}{C_1} = \frac{4{,}8 \cdot 10^{-4}\ Кл}{2 \cdot 10^{-6}\ Ф} = 240\ В;$$

$$U_2 = \frac{q}{C_2} = \frac{4{,}8 \cdot 10^{-4}\ Кл}{3 \cdot 10^{-6}\ Ф} = 160\ В.$$

497*. Площадь пластин конденсаторов S, расстояние между ними d. Частично пространство между пластинами заполнено диэлектриком с относительной диэлектрической проницаемостью ε (рис. 179). Определите электроемкость конденсаторов.

Решение. В первом случае (рис. 179, *а*) конденсатор можно представить состоящим из двух параллельно соединенных конденсаторов, один из которых — с диэлектриком, а другой — без диэлектрика.

Площадь всей пластины S, а части ее с диэлектриком $\frac{Sl_1}{l}$, без диэлектрика $\frac{S(l-l_1)}{l}$. Тогда электроемкость этих конденсаторов

$$C_1 = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S l_1}{dl} \text{ и } C_2 = \frac{\varepsilon_0 S(l-l_1)}{dl}.$$

Общая электроемкость

$$C_{общ} = C_1 + C_2 = \frac{\varepsilon_0 S}{dl}[l - l_1(\varepsilon - 1)].$$

Во втором случае (рис. 179, *б*) электрическое поле, а следова-

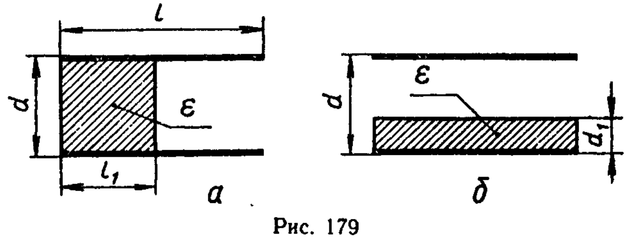


Рис. 179

тельно и электроемкость, не изменится, если верхнюю поверхность диэлектрика покрыть бесконечно тонким слоем проводника. Поэтому общая электроемкость равна электроемкости двух последовательно соединенных конденсаторов:

$$C_1 = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d - d_1} \text{ и } C_2 = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d_1};$$

$$C_{\text{общ}} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d_1 + \varepsilon(d - d_1)}.$$

Глава 27. ЗАКОНЫ ПОСТОЯННОГО ТОКА

После повторения изученного в VII классе материала по законам постоянного тока рассматривается новый, более сложный материал (закон Ома для полной цепи, сложные цепи и др.). Очень важно, чтобы учитель разъяснил учащимся отличие стационарного электрического поля от электростатического, смысл сторонних сил и физическую сущность электродвижущей силы, а также условия существования электрического тока в цепи.

§ 90. Сила электрического тока. Сопротивление, его зависимость от температуры

После решения простейших задач на применение формулы $I = \frac{q}{\Delta t}$ целесообразно решить задачу, в которой используют и другие известные учащимся зависимости.

498. К концам проводника сопротивлением 10^3 Ом приложено напряжение 2 В. Какой заряд проходит через поперечное сечение проводника в течение 5 с?

Решение. Запишем закон Ома для участка цепи $I = \frac{U}{R}$, а также формулу для силы тока из определения $I = \frac{q}{\Delta t}$, тогда

$$\frac{q}{\Delta t} = \frac{U}{R} \text{ и } q = \frac{U \Delta t}{R}.$$

Подставляя числовые данные, получим

$$q = \frac{2 \text{ В} \cdot 5 \text{ с}}{10^3 \text{ Ом}} = 1 \cdot 10^{-2} \text{ Кл}.$$

Зависимость $R = \rho \frac{l}{S}$ вначале обсуждают при решении качественных задач.

499. Длину медной проволоки вытягиванием увеличили вдвое. Как изменилось сопротивление проволоки?

500. Проволоку сопротивлением R разрезали на две равные части и скрутили их вместе по всей длине. Каково теперь сопротивление проволоки? [40, № 777]

501. Определите сопротивление медного провода длиной 1 км при площади поперечного сечения 2 мм^2.

Решение. Из таблицы найдем удельное сопротивление меди $\rho_м = 0{,}017 \cdot 10^{-6}$ Ом $\cdot$ м. Подставим числовые данные в формулу $R = \rho \frac{l}{S}$; $S = 2$ мм$^2 = 2 \cdot 10^{-6}$ м^2, $l = 1$ км $= 1000$ м $= 10^3$ м, тогда

$$R = 0{,}017 \cdot 10^{-6} \text{ Ом} \cdot \text{м} \cdot \frac{10^3 \text{ м}}{2 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2} = 8{,}5 \text{ Ом}.$$

502. Определите удельное сопротивление провода, если известны его диаметр $d = 1{,}5$ мм, длина $l = 14{,}2$ м, а при напряжении $U = 18$ В в нем устанавливается сила тока $I = 2{,}25$ А.

Решение. Удельное сопротивление провода найдем из формулы $R = \rho \frac{l}{S}$, но $I = \frac{U}{R}$ тогда

$$\rho = \frac{RS}{l} = \frac{US}{Il}.$$

Подставляя числовые данные, получим $\rho = 1{,}0 \cdot 10^{-8}$ Ом $\cdot$ м.

503. Определите площадь поперечного сечения и длину проводника из алюминия, если его сопротивление $R = 0{,}1$ Ом, а масса $m = 54$ г.

Решение. Запишем систему уравнений:

$$R = \rho \frac{l}{S}, \; m = \rho' l S,$$

где ρ' — плотность алюминия, отсюда

$$l = \frac{RS}{\rho}; \; S = \frac{m}{\rho\rho' l}; \; l = \frac{Rm}{\rho' l}, \text{ или } l^2 = \frac{Rm}{\rho\rho'} \text{ и } l = \sqrt{\frac{Rm}{\rho\rho'}}.$$

Из таблицы находим удельное сопротивление алюминия $\rho = 0{,}029 \cdot 10^{-6}$ Ом $\cdot$ м и плотность алюминия $\rho' = 2{,}7 \cdot 10^3$ кг/м^3; $l = 8{,}3$ м; $S = 2{,}4 \cdot 10^{-6}$ м^2.

504. Как изменяется сопротивление нити накаливания лампы после включения ее в сеть с постоянным напряжением?

Решение. Сопротивление нити растет по мере нагревания ее током от некоторого сопротивления в холодном состоянии до максимального сопротивления, которое установится, когда нить будет в тепловом равновесии с окружающими телами.

505. Сопротивление R_1 медного провода при температуре 10 °С равно 60 Ом. Определите его сопротивление R_2 при температуре −40 °С.

Решение. Из формулы $R_t = R_0(1 + \alpha t)$ находим R_0. Чтобы его найти, применим данную формулу сначала к случаю, когда температура $t_1 = 10$ °С, тогда $R_0 = \frac{R_1}{1 + \alpha t}$, при $\alpha = 0{,}004$ К$^{-1}$ получим $R_0 = 57{,}7$ Ом, при температуре $t_2 = -40$ °С:

$$R_2 = R_0(1 + \alpha t_2) = 57{,}7 \text{ Ом}[1 + 0{,}004 \text{ К}^{-1}(-40 \text{°С})] \approx 49 \text{ Ом}.$$

Для связи с ранее изученным материалом полезно решить задачи, которые затрагивают понятия напряженности E и разности потенциалов $\varphi_1 - \varphi_2$.

506. Сила тока в вольфрамовой нити лампы накаливания $I = 0{,}2$ А. Диаметр нити $d = 0{,}02$ мм, температура ее при горении лампы 2000 °С. Определите напряженность электрического поля в нити лампы.

Решение. Сопротивление нити в горячем состоянии $R_t = \rho_0 \frac{l}{S}(1 + \alpha t)$. Для вольфрама удельное сопротивление $\rho_0 = 0{,}055 \cdot 10^{-6}$ Ом · м, а температурный коэффициент сопротивления $\alpha = 0{,}005$ °К$^{-1}$. Напряжение на нити во время работы лампы $U = IR_t$, тогда напряженность электрического поля

$$E = \frac{U}{l} = \frac{I\rho_0 l(1 + \alpha t)}{lS} = \frac{4I\rho_0(1 + \alpha t)}{\pi d^2} \approx 400 \text{ В/м}.$$

§ 91. Соединения проводников

Вначале решают тренировочные задачи по известным учащимся из VII класса формулам для общего сопротивления при последовательном и при параллельном соединениях проводников и резисторов (гл. 12). Далее решают более сложные задачи, в том числе на смешанные соединения. При решении задач со смешанными сложными соединениями резисторов полезны следующие приемы.

Все точки соединения или разветвления в схемах следует обозначить буквами, а сопротивления участков — буквенными индексами, например R_{AB}, R_{CD} и т. п.

Вместо сложных схем соединения начертить так называемые эквивалентные схемы, в которых видны все точки разветвления и характер соединения отдельных участков цепи.

Расчеты в общем виде в большинстве случаев проводить не следует. Удобнее вначале определить сопротивление каждого участка цепи, а затем уже — сопротивление цепи в целом.

Наибольшие затруднения представляют задачи со сложными соединениями резисторов, в которых эквивалентные схемы начертить сразу не удается.

В общем случае сопротивления таких цепей определяют с помощью законов Кирхгофа, но эти законы полностью в средней школе не изучают. В средней школе учащиеся должны научиться вычислять сопротивление лишь простейших симметричных контуров, в которых есть точки с равными потенциалами. Не внося никаких изменений в цепь, точки с равными потенциалами можно соединить или, наоборот, разъединить (тока между такими точками нет). После этого следует начертить эквивалентные схемы цепей и провести расчет сопротивления.

507. На сколько равных частей надо разрезать проводник сопротивлением $R = 100$ Ом, чтобы при параллельном соединении этих частей получить сопротивление $r = 1$ Ом?

Решение. Пусть проводник надо разрезать на n частей, тогда сопротивление каждой из этих частей $R_1 = \frac{R}{n}$. Если же все эти сопротивления соединили параллельно, то $\frac{R_1}{n} = 1$. Совместное решение этих двух уравнений дает искомое $n = \sqrt{R}$. Вычисления дают $n = 10$.

508. Какие сопротивления можно получить с помощью трех резисторов сопротивлением по 2 Ом каждый?

Решение. Составим различные схемы соединений из трех резисторов: последовательное, параллельное и смешанное. Соединять можно не все резисторы, а лишь два из них или брать даже один резистор. При последовательном соединении можно получить сопротивление 2, 4 и 6 Ом, при параллельном — 1 и $^2/_3$ Ом, а при смешанном — 3 и $^4/_3$ Ом.

509. Из проволоки сопротивлением 10 Ом сделано кольцо (рис. 180). Где следует присоединить провода, подводящие ток, чтобы сопротивление получившейся цепи равнялось 1 Ом?

Решение. Сопротивление ветви ACB обозначим r, тогда сопротивление ветви ADB будет равно (10 Ом $- r$). Ветви соединены параллельно, и общее сопротивление выражается так:

$$R_{AB} = \frac{R_{ACB}R_{ADB}}{R_{ACB} + R_{ADB}}, \quad R_{AB} = \frac{(10\text{ Ом} - r)}{10\text{ Ом}} = 1\text{ Ом},$$

$$r^2 - 10r + 10 = 0, \text{ откуда } r \approx (5 \pm 3{,}9)\text{ Ом}.$$

Подводящие ток проводники надо присоединить так, чтобы отрезки проволочного кольца имели сопротивление 8,9 и 1,1 Ом.

510. Найдите распределение токов и напряжений электрической цепи (рис. 181), если напряжение $U = 48$ В, а сопротивление резисторов $R_1 = R_3 = 3$ Ом, $R_2 = 6$ Ом, $R_4 = 5$ Ом, $R_5 = 10$ Ом и $R_6 = 3$ Ом.

Решение. Точки разветвления обозначим буквами A, C, D и B. Так как участки AC, CD, BD соединены последовательно, то общее сопротивление цепи $R_{AB} = R_{AC} + R_{CD} + R_{DB}$. На участках AC и DB резисторы соединены параллельно. Поэтому $R_{AC} = \frac{R_1R_2}{R_1 + R_2} = 2$ Ом; $R_3 = 3$ Ом; $\frac{1}{R_{DB}} = \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_6}$, откуда $R_{DB} = 3$ Ом.

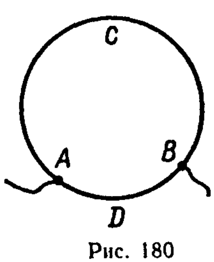


Рис. 180

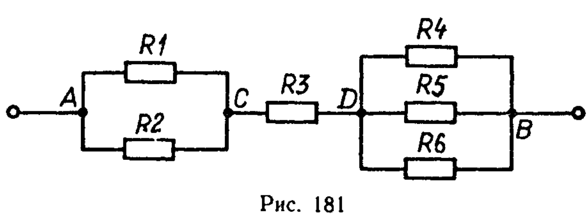


Рис. 181

В итоге $R_{AB} = 8$ Ом, а $I_0 = \frac{48\text{ В}}{8\text{ Ом}} = 6$ А. Этот ток течет через резистор R_3; токи в других резисторах определяем по закону Ома для участка цепи, предварительно определив напряжения U_{AC} и U_{DB} на участках AC и DB:

$$U_{AC} = I_0 R_{AC};$$

$$I_1 = \frac{U_{AC}}{R_1} \text{ и } I_2 = \frac{U_{AC}}{R_2}.$$

$$U_{DB} = I_0 R_{DB}; \quad I_4 = \frac{U_{DB}}{R_4};$$

$$I_5 = \frac{U_{DB}}{R_5} \text{ и } I_6 = \frac{U_{DB}}{R_6}.$$

Подставляя числовые данные, получим:

$U_{AC} = 12$ В; $U_{DB} = 18$ В;

$I_1 = 4$ А, $I_2 = 2$ А, $I_4 = 3{,}6$ А,

$I_5 = 1{,}8$ А и $I_6 = 0{,}6$ А.

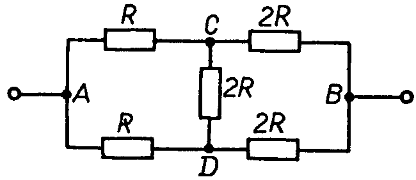


Рис. 182

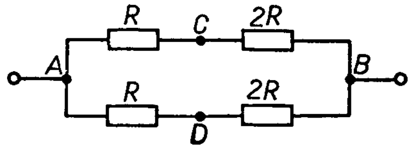


Рис. 183

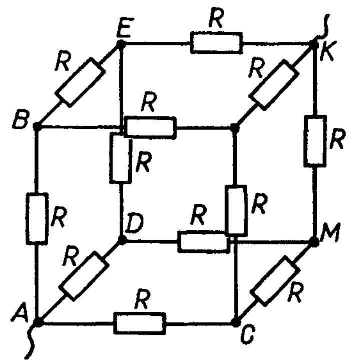


Рис. 184

511. Определите общее сопротивление электрической цепи, изображенной на рисунке 182 [35, № 802].

Решение. Это случай простейшего симметричного контура. В цепи (см. рис. 182) точки C и D в силу симметричности ветвей схемы имеют одинаковые потенциалы. Разъединив их, исключают из цепи резистор сопротивлением $2R$, через который ток не течет. В упрощенной схеме (рис. 183) явно видны две параллельные ветви, в каждой из которых последовательно соединены резисторы сопротивлениями R и $2R$, поэтому $R_{AB} = \frac{3}{2}R$.

512*. Определите общее сопротивление электрической цепи, приведенной на рисунке 184.

Решение. Найдем точки одинаковых потенциалов.

В цепи, имеющей вид куба (см. рис. 184), точки B, D и C имеют одинаковые между собой потенциалы. Одинаковы между собой потенциалы точек E, M и F. Соединяя точки равных потенциалов, приходим к эквивалентной схеме (рис. 185), для которой общее сопротивление $R_{AK} = \frac{5}{6}R$.

Задачи на определение сопротивлений шунтов $R_ш$ и добавочных сопротивлений $R_д$ можно решать как обычные задачи на после-

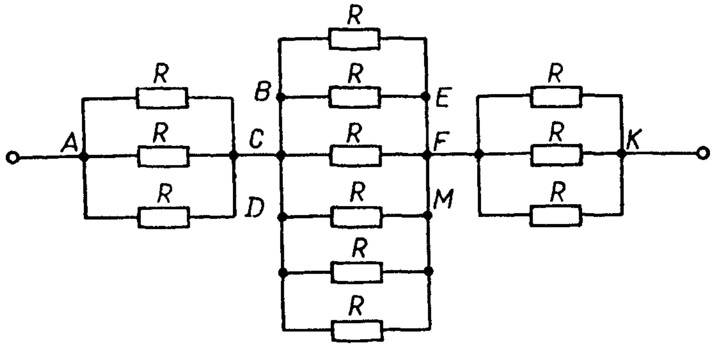


Рис. 185

довательное и параллельное соединения резисторов. Но в учебнике [12] выведены формулы для определения $R_ш$ и $R_д$:

$$R_ш = \frac{R_а}{n-1}, \quad R_д = R_в(n-1),$$

где $R_а$ и $R_в$ — сопротивления амперметра и вольтметра, а n — число, показывающее, во сколько раз увеличены пределы их измерения.

513. Амперметр сопротивлением 3 Ом имеет предел измерения силы тока до 25 мА. Какой длины надо взять манганиновую проволоку диаметром 1 мм для изготовления шунта к амперметру, чтобы увеличить пределы его измерения до 2,5 А?

Решение. Найдем, во сколько раз можно увеличить предел измерения прибора $n = \frac{2{,}5\ \text{А}}{0{,}025\ \text{А}} = 100$. Тогда сопротивление шунта равно $R_ш = \frac{R_а}{n-1} \approx 0{,}03$ Ом. Но сопротивление можно найти из формулы

$$R_ш = \rho\frac{l}{S}.$$

Для манганина $\rho = 0{,}42 \cdot 10^{-6}$ Ом·м, а $S = \frac{\pi d^2}{4}$.

Подставляя числовые значения величин, получим $l = 0{,}055$ м.

514. Внутреннее сопротивление вольтметра 50 Ом, а измеряемое им максимальное напряжение 0,25 В. Как увеличить предел измерения напряжения прибором до 200 В?

Решение. $n = \frac{200\ \text{В}}{0{,}25\ \text{В}} = 800$, поэтому

$$R_д = R_в(n-1) \approx 4 \cdot 10^4\ \text{Ом}.$$

§ 92. Закон Ома для полной цепи

В случае замкнутой электрической цепи силу тока определяют по закону Ома для полной цепи $I = \frac{\mathscr{E}}{R+r}$, где $\mathscr{E}$ — электродвижущая сила источника тока, R и r — сопротивления внешнего и внутреннего участков цепи. В задачах обычно принимают, что у источников тока $\mathscr{E} = \mathrm{const}$, $r = \mathrm{const}$. Напряжение на зажимах источника тока $U = \mathscr{E} - Ir$.

515 (э). Соберите цепь по рисунку 186. Как будут изменяться показания вольтметра при перемещении движка реостата? Начертите график зависимости напряжения U во внешней части цепи от силы тока I в ней.

Решение. При увеличении сопротивления внешней цепи сила тока I уменьшается, а напряжение U увеличивается. Зависимость U от I линейная (рис. 187). Внешнее напряжение $U_{\text{внш}}$ равно ординате под прямой MN, а падение напряжения внутри источника $U_{\text{внт}}$ равно отрезку над MN до прямой $\mathscr{E} = \mathrm{const}$. Хорошо видно, что с ростом силы тока I уменьшается внешнее падение напряжения $U_{\text{внш}}$, а $U_{\text{внш}} + U_{\text{внт}} = \mathscr{E} = \mathrm{const}$. Если внешняя цепь разомкнута ($R = \infty$), то сила тока $I = 0$ и напряжение равно ЭДС $U = \mathscr{E}$ (точка A). При коротком замыкании $R = 0$, $U = 0$, $I_{\text{к.з}} = \frac{\mathscr{E}}{r}$ (точка B).

516. Найдите ток короткого замыкания в цепи с источником, электродвижущая сила которого $\mathscr{E} = 1{,}3$ В, если при включении во внешнюю цепь резистора сопротивлением $R = 3$ Ом сила тока в цепи $I = 0{,}4$ А.

Решение. Запишем закон Ома для полной цепи $I = \frac{\mathscr{E}}{R+r}$.

Определим r: $IR + Ir = \mathscr{E}$, поэтому $r = \frac{\mathscr{E} - IR}{I} = 0{,}25$ Ом.

При коротком замыкании $R = 0$, поэтому

$$I_{\text{к з}} = \frac{\mathscr{E}}{r} = 5{,}2 \text{ А}.$$

517. Батарейка для карманного фонаря замкнута на реостат. При сопротивлении реостата 1,65 Ом напряжение на нем равно 3,30 В, а при сопротивлении 3,50 Ом напряжение 3,50 В. Найдите ЭДС и внутреннее сопротивление батарейки.

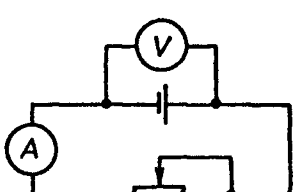


Рис. 186

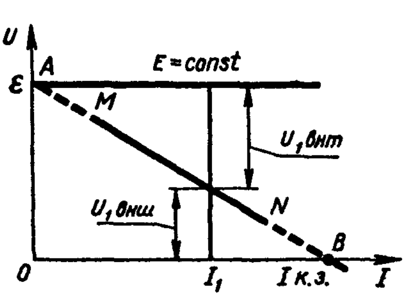


Рис. 187

Решение. Исходим из того, что для батарейки $\mathscr{E} = \text{const}$ и $r = \text{const}$, хотя внешние сопротивления цепи меняются ($R_1 \neq R_2$). Запишем два уравнения:

$$\mathscr{E} = I_1R_1 + I_1r = U_1 + I_1r,$$
$$\mathscr{E} = I_2R_2 + I_2r = U_2 + I_2r,$$

тогда

$$U_1 + I_1r = U_2 + I_2r \quad \text{или} \quad U_2 - U_1 = (I_1 - I_2)r \quad \text{и} \quad r = \frac{U_2 - U_1}{I_1 - I_2}.$$

Но I_1 и I_2 находим по закону Ома для участка цепи, т. е.

$$I_1 = \frac{U_1}{R_1} = \frac{3{,}30\ \text{В}}{1{,}65\ \text{Ом}} = 2\ \text{А};$$
$$I_2 = \frac{U_2}{R_2} = \frac{3{,}50\ \text{В}}{3{,}50\ \text{Ом}} = 1\ \text{А}.$$

Определяем сопротивление батарейки

$$r = \frac{3{,}50\ \text{В} - 3{,}30\ \text{В}}{2\ \text{А} - 1\ \text{А}} = \frac{0{,}20\ \text{В}}{1\ \text{А}} = 0{,}2\ \text{Ом},$$

$\mathscr{E}$ находим по закону Ома для полной цепи:

$$\mathscr{E} = U_1 + I_1r, \text{ или } \mathscr{E} = U_2 + I_2r.$$

Подставляя числовые данные, получим $\mathscr{E} = 3{,}7$ В.

Если в качестве источника тока в цепи применяют батарею элементов, то закон Ома для цепи записывают в виде

$$I_б = \frac{\mathscr{E}_б}{R + r_б},$$

где $\mathscr{E}_б$ и $r_б$ — соответственно электродвижущая сила и внутреннее сопротивление батареи. При последовательном соединении элементов с электродвижущими силами $\mathscr{E}_1, \mathscr{E}_2, \mathscr{E}_3 \ldots, \mathscr{E}_n$ и внутренним сопротивлением $r_1, r_2, r_3, \ldots, r_n$ в батарею

$$\mathscr{E}_б = \mathscr{E}_1 + \mathscr{E}_2 + \mathscr{E}_3 + \ldots + \mathscr{E}_n, \quad r_б = r_1 + r_2 + r_3 + \ldots + r_n.$$

Бывают случаи, когда элементы соединяют последовательно, но навстречу друг другу. Тогда $\mathscr{E}_б = \mathscr{E}_1 - \mathscr{E}_2$ и $r_б = r_1 + r_2$. Для n одинаковых элементов $\mathscr{E}_б = n\mathscr{E}_{эл}$ и $r_б = nr_{эл}$. При параллельном соединении n одинаковых элементов $\mathscr{E}_б = \mathscr{E}_{эл}$ и $r_б = \frac{r_{эл}}{n}$.

Случай параллельного соединения в батарею разных элементов более сложен и требует специального расчета. Возможно также смешанное соединение элементов в батареи. Но эти случаи в средней школе по основной программе не рассматриваются.

518. Источником тока в цепи служит батарея с ЭДС $\mathscr{E} = 30$ В. Напряжение на зажимах батареи $U = 18$ В, а сила тока в цепи $I = 3$ А. Определите внешнее R и внутреннее r сопротивления электрической цепи.

Решение. Здесь лучше сразу применить закон Ома для полной цепи в виде

$$\mathscr{E} = IR + Ir = U + Ir,$$

тогда $r = \dfrac{\mathscr{E} - U}{I}$, а по закону Ома для участка цепи $R = \dfrac{U}{I}$. Вычисления дают $R = 6$ Ом, $r = 4$ Ом.

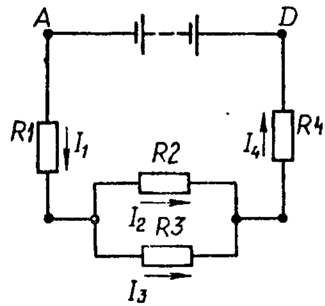


Рис. 188

519. Найдите силу тока и напряжение на участках внешней цепи (рис. 188), если каждый элемент имеет ЭДС $\mathscr{E}_{эл} = 1{,}5$ В и внутреннее сопротивление $r_{эл} = 0{,}5$ Ом. Во внешней цепи включены сопротивления: $R_1 = 0{,}75$ Ом, $R_2 = 4$ Ом, $R_3 = 0{,}8$ Ом и $R_4 = 1{,}58$ Ом.

Решение. Из схемы (см. рис. 188) видно, что $I_1 = I_4 = I_{общ}$ и $I_{общ} = I_2 + I_3$. По закону Ома для полной цепи

$$I_{общ} = \frac{\mathscr{E}_б}{R_{общ} + r_б} \quad R_{общ} = R_{AD} = R_{AB} + R_{BC} + R_{CD}.$$

На участке BC резисторы соединены параллельно, поэтому

$$R_{BC} = \frac{R_2R_3}{R_2 + R_3} \approx 0{,}67 \text{ Ом}; \quad R_{общ} = R_1 + \frac{R_2R_3}{R_2 + R_3} + R_4 \approx 3 \text{ Ом};$$

$$\mathscr{E}_б = n\mathscr{E}_{эл} = 3 \cdot 1{,}5 \text{ В} = 4{,}5 \text{ В}; \quad r_б = nr_{эл} = 3 \cdot 0{,}5 \text{ Ом} = 1{,}5 \text{ Ом}.$$

Тогда $I_{общ} = \dfrac{4{,}5 \text{ В}}{3 \text{ Ом} + 1{,}5 \text{ Ом}} = 1$ А. Напряжения на участках AB, BC, CD определяем по закону Ома для участка цепи:

$$U_{AB} = I_{общ}R_{AB} = 1 \text{ А} \cdot 0{,}75 \text{ Ом} = 0{,}75 \text{ В}.$$

Аналогично найдем $U_{BC} \approx 0{,}67$ В, $U_{CD} = 1{,}58$ В. Сила тока на участке BC:

$$I_2 = \frac{U_{BC}}{R_2} \approx 0{,}17 \text{ А}, \quad I_3 = \frac{U_{BC}}{R_3} = 0{,}83 \text{ А}.$$

Проверка. $I_2 + I_3 = I_{общ}$, действительно: $0{,}17 \text{ А} + 0{,}83 \text{ А} = 1$ А. Сумма напряжений на всей цепи равна электродвижущей силе. Учтем, что

$$U_{DA} = I_{общ}r_б = 1 \text{ А} \cdot 1{,}5 \text{ Ом} = 1{,}5 \text{ В};$$

$$\mathscr{E} = U_{AB} + U_{BC} + U_{CD} + U_{DA} = 0{,}75 \text{ В} + 0{,}67 \text{ В} + 1{,}58 \text{ В} + 1{,}5 \text{ В} = 4{,}5 \text{ В}.$$

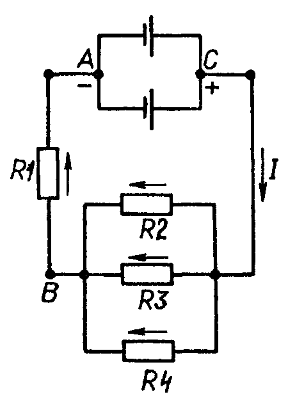


Рис. 189

520. Найдите силу тока в резисторе R (рис. 189), если ЭДС каждого элемента $\mathscr{E}_{эл} = 1{,}4$ В, внутреннее сопротивление $r_{эл} = 0{,}5$ Ом, а во внешней цепи включены резисторы сопротивлением $R_1 = R_4 = 2$ Ом, $R_2 = 1$ Ом, $R_3 = 3$ Ом.

Решение. Задачу решаем аналогично предыдущей:

$$I_{общ} = \frac{\mathscr{E}_б}{R_{общ} + r_б}.$$

Одинаковые элементы в батарее соединены параллельно, поэтому $\mathscr{E}_б = \mathscr{E}_{эл}$, а $r_б = \frac{r_{эл}}{2}$. Сопротивление внешней цепи $R_{AC} = R_{общ} = R_{AB} + R_{BC}$. На участке BC резисторы соединены параллельно, следовательно,

$$\frac{1}{R_{BC}} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}.$$

Подставляя числовые значения, получим: $R_{BC} \approx 0{,}55$ Ом, $R_{AC} \approx 2{,}55$ Ом, $r_б = 0{,}25$ Ом, а $I_{общ} = 0{,}5$ А. Искомая сила тока $I_3 = \frac{U_{BC}}{R_3}$, $U_{BC} = I_{общ} \cdot R_{BC}$, т. е. $U_{BC} = 0{,}28$ В, отсюда $I_3 = 0{,}09$ А.

521. Внешняя цепь сопротивлением $R = 0{,}3$ Ом питается от шести аккумуляторов, у каждого из которых ЭДС $\mathscr{E}_{эл} = 2$ В, а внутреннее сопротивление $r_{эл} = 0{,}3$ Ом. Аккумуляторы соединены в три параллельные группы, по два последовательно соединенных элемента в каждой. Чему равна сила тока в цепи?

Решение. Вычерчиваем схему электрической цепи (рис. 190). Находим силу тока в цепи: $I = \frac{\mathscr{E}_б}{R + r_б}$, $\mathscr{E}_б = 2\mathscr{E}_{эл} = 4$ В,

$$r_б = \frac{2r_{эл}}{3} = \frac{0{,}3\ \text{Ом} \cdot 2}{3} = 0{,}2\ \text{Ом},\ I \approx 8\ \text{А}.$$

522*. Два одинаковых элемента соединены между собой так, как показано на рисунке 191, *а* и *б*. Определите напряжение между точками *A* и *B*.

Решение. В первом случае (см. рис. 191, *а*) одинаковые элементы соединены параллельно и $\mathscr{E}_б = \mathscr{E}_{эл}$. Тока в цепи нет. При разомкнутой внешней цепи напряжение $U = \mathscr{E}_{эл}$.

Во втором случае (см. рис. 191, *б*) элементы соединены последовательно и по замкнутой цепи, состоящей из этих элементов, идет ток

$$I = \frac{2\mathscr{E}_{эл}}{2r_{эл}} = \frac{\mathscr{E}_{эл}}{r_{эл}}.$$

По закону Ома для участка цепи, содержащей ЭДС, напряжение

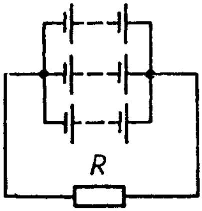


Рис. 190

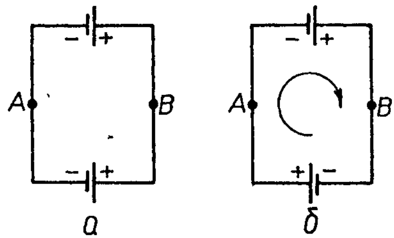


Рис. 191

$$U_{AB} = \mathscr{E}_{эл} - Ir_{эл}, \text{ или } U_{BA} = \mathscr{E}_{эл} - Ir_{эл}.$$

Получаем несколько неожиданный ответ

$$U_{BA} = U_{AB} = \mathscr{E}_{эл} - Ir_{эл} = \mathscr{E}_{эл} - \frac{\mathscr{E}_{эл}}{r_{эл}} r_{эл} = 0.$$

Падение напряжения, созданное одним элементом внутри другого, компенсируется его электродвижущей силой, направленной против тока.

§ 93. Работа, мощность, тепловое действие тока

Работу и мощность тока на участке электрической цепи вычисляют по формулам:

$$A = IUt = I^2Rt = \frac{U^2}{R}t; \quad P = IU = I^2R = \frac{U^2}{R}.$$

Полную мощность, развиваемую источником тока с ЭДС $\mathscr{E}$ и внутренним сопротивлением r, когда во внешней цепи включена нагрузка сопротивлением R, определяют по формуле:

$$P_0 = I^2(R + r) = I^2R + I^2r = I \cdot I(R + r) = I\mathscr{E} = \frac{\mathscr{E}^2}{R + r}.$$

Количество теплоты, выделяющееся проводником при нагревании его током, определяют по закону Джоуля — Ленца:

$$Q = I^2Rt.$$

Если участок цепи не содержит источников тока, то количество теплоты Q можно определить и по формуле:

$$Q = IUt = \frac{U^2}{R}t.$$

В электрических цепях, кроме нагревания проводников, может совершаться механическая работа A, тогда по закону сохранения энергии

$$I\mathscr{E}t = Q + A.$$

523. Имеются две лампы на напряжение $U = 127$ В, одна из которых рассчитана на мощность $P_1 = 60$ Вт, а другая — на $P_2 = 100$ Вт. Сопротивление какой лампы больше и во сколько раз?

Решение. По условию задачи напряжение $U = \text{const}$, поэтому для сравнения мощности удобно применять формулу $P = \frac{U^2}{R}$, откуда $R = \frac{U^2}{P}$, т. е. при постоянном напряжении сопротивление обратно пропорционально мощности. Следовательно, нить накала лампы мощностью $P_1 = 60$ Вт имеет сопротивление большее, чем нить лампы мощностью $P_2 = 100$ Вт, в полтора раза.

524. В гирлянде последовательно включено n одинаковых ламп. Как изменится мощность цепи, если число ламп в гирлянде уменьшить на две?

Решение. Сила тока в цепи $I = \frac{U}{nR}$, где R — сопротивление лампы, а мощность $P = IU$. Сила тока увеличится, если число ламп уменьшится, и станет равным

$$I_1 = \frac{U}{(n-2)R}.$$

Мощность при этом также увеличится: $P_1 = I_1 U > IU$.

525. Почему при включении в квартире нагревательного прибора, например утюга, накал ламп вначале ослабевает, а через некоторое время становится примерно таким же, каким был до включения прибора?

Решение. Сила тока в цепи при включении прибора большой мощности возрастает (прибор имеет малое сопротивление), увеличивается падение напряжения Ir внутри источника тока и в подводящих проводах. Напряжение же $U = \mathscr{E} - Ir$ уменьшается. Но при прохождении тока через нагревательный элемент прибора его температура возрастает и сопротивление прибора увеличивается. Сила тока в цепи постепенно уменьшается, а напряжение практически восстанавливается, хотя и остается несколько меньшим, чем было до включения прибора.

526. Две одинаковые спирали электроплитки можно соединять последовательно или параллельно. Сравните количества теплоты, выделяющиеся при нагревании проводников за одно и то же время, при разных соединениях спиралей, если сопротивление каждой спирали равно R.

Решение. При последовательном соединении спиралей общее сопротивление $R_1 = 2R$, а при параллельном $R_2 = \frac{R}{2}$.

Отсюда при неизменном напряжении U количества теплоты $Q_1 = \frac{U^2}{2R}t$ и $Q_2 = \frac{2U^2}{R}t$; их отношение $\frac{Q_2}{Q_1} = 4$. Следовательно, при параллельном соединении спиралей количество теплоты выделится в 4 раза больше, чем при последовательном.

527. Нагреватель в электрическом чайнике состоит из двух одинаковых секций. При включении одной секции вода закипает через 25 мин. Через сколько времени закипит вода, если обе секции включить последовательно? параллельно?

Решение. Используя решение задачи № 526, заключаем: при параллельном соединении спиралей выделится в 2 раза больше количества теплоты. Поэтому время нагревания будет равно 12,5 мин. При последовательном соединении количества теплоты выделится в 4 раза меньше, чем при параллельном, и, следовательно, время нагревания составит 50 мин.

Иногда в задачах требуется определить коэффициент полезного действия источника тока. Его можно найти по формуле:

$$\eta = \frac{A_п}{A_з} \cdot 100\% = \frac{IU}{I\mathscr{E}} \cdot 100\% = \frac{U}{\mathscr{E}} \cdot 100\% = \frac{R}{R+r} \cdot 100\%.$$

528. Электрический двигатель, работающий при напряжении $U = 127$ В и силе

тока $I = 10$ А, развивает мощность $P = 1{,}1$ кВт. Определите КПД η двигателя и стоимость S потребляемой им электроэнергии за 7 ч при тарифе $B = 4$ коп/(кВт · ч).

Решение. Задачи такого типа удобно начинать решать с записи формулы для КПД:

$$\eta = \frac{A_п}{A_з} = \frac{P}{IU}.$$

Стоимость $S = B \cdot A_з = BIUt$.

Подставив числовые данные, получим:

$$\eta = \frac{1100\ \text{Вт}}{10\ \text{А} \cdot 127\ \text{В}} = 0{,}87,\ \text{или}\ 87\%;$$

$$A_з = 10\ \text{А} \cdot 127\ \text{В} \cdot 7\ \text{ч} = 1{,}27\ \text{кВт} \cdot 7\ \text{ч} \approx 8{,}9\ \text{кВт} \cdot \text{ч};$$

$$S = B \cdot A_з \approx 4\ \text{коп/(кВт} \cdot \text{ч)} \cdot 8{,}9\ \text{кВт} \cdot \text{ч} \approx 36\ \text{коп}.$$

Глава 28. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК В РАЗЛИЧНЫХ СРЕДАХ

По вопросам об электрическом токе в металлах, электропроводности газов и тока в вакууме в основном решают качественные задачи. Вычислительные задачи решают по закону электролиза. Электрические свойства полупроводников в средней школе изучают только качественно. Естественно, по этим вопросам и решают только качественные задачи.

529. В проводнике площадью поперечного сечения $S = 0{,}5\ \text{см}^2$ сила тока $I = 3$ А. Какова средняя скорость $v_{ср}$ движения электронов под действием электрического поля, если в каждом 1 см^3 данного металла содержится $n = 4 \cdot 10^{22}$ свободных электронов?

Решение. Средняя скорость электронов $v_{ср} = \dfrac{I}{enS}$. Подставив $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл, $n = 4 \cdot 10^{28}\ \text{м}^{-3}$, $S = 0{,}5 \cdot 10^{-4}\ \text{м}^2$, получим $v_{ср} \approx 9{,}3 \cdot 10^{-5}$ м/с. Очень важно, чтобы учащиеся запомнили порядок этой скорости.

При решении данной задачи полезно еще повторить с учащимися, как на основе представлений классической электронной теории дается качественное объяснение закона Ома.

При ионной проводимости, которой обладают электролиты, прохождение электрического тока связано с переносом вещества. Этот процесс выделения вещества на электродах называют электролизом.

Масса m вещества, выделяющегося на электроде за некоторое время Δt, определяется законом электролиза, имеющим следующий вид:

$$m = \frac{M}{neN_A} I\Delta t,\ \text{или}\ m = kI\Delta t,$$

где M — молярная масса вещества, N_A — постоянная Авогадро,

e — модуль элементарного заряда, n — валентность атома, I — сила электрического тока, k $\left(k = \frac{M}{neN_A}\right)$ — электрохимический эквивалент вещества.

530. При серебрении изделия на катоде за 30 мин отложилось серебро массой 4,55 г. Определите силу тока при электролизе.

Решение. Запишем закон Фарадея $m = kI\Delta t$, откуда

$$I = \frac{m}{k\Delta t}.$$

Для серебра $k = 1{,}12 \cdot 10^{-6}$ кг/Кл. Подставляя числовые данные, получим

$$I = \frac{4{,}55 \cdot 10^{-3}\ \text{кг}}{1{,}12 \cdot 10^{-6}\ \text{кг/Кл} \cdot 30 \cdot 60\ \text{с}} = 2{,}25\ \text{А}.$$

531. Сколько никеля выделится при электролизе за время $t = 1$ ч, при силе тока $I = 10$ А, если известно, что молярная масса никеля $M = 0{,}0587$ кг/моль, а валентность $n = 2$?

Решение. По закону Фарадея $m = \frac{M}{neN_A} \cdot I\Delta t$. Учтем, что $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл, а $N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$. Получим

$$m = \frac{0{,}0587\ \text{кг/моль} \cdot 10\ \text{А} \cdot 3600\ \text{с}}{2 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{Кл} \cdot 6{,}02 \cdot 10^{23}\ \text{моль}^{-1}} = 1{,}1 \cdot 10^{-2}\ \text{кг}.$$

532. При электролизе раствора $ZnSO_4$ была затрачена энергия $W = 20$ гВт · ч. Определите массу выделившегося цинка m, если напряжение на зажимах $U = 4$ В.

Решение. По закону Фарадея $m = kI\Delta t$. Неизвестное значение $I\Delta t$ выразим через работу тока A и напряжение U: $A = IU\Delta t$, откуда $I\Delta t = \frac{A}{U}$, или

$$I\Delta t = \frac{W}{U};$$

тогда $m = k\frac{W}{U}$. Для цинка $k = 0{,}34 \cdot 10^{-6}$ кг/Кл;

$$A = 20\ \text{гВт} \cdot \text{ч} = 20 \cdot 100\ \text{Вт} \cdot 3600\ \text{с} = 7{,}2 \cdot 10^6\ \text{Дж}.$$

Подставляя числовые данные, получим $m \approx 0{,}61$ кг.

533. Определите массу серебра, выделившегося на катоде при электролизе азотнокислого серебра за время $t = 2$ ч, если к ванне приложено напряжение $U = 1{,}2$ В, а сопротивление ванны $R = 5$ Ом.

Решение. Запишем закон Фарадея $m = kI\Delta t$. Сила тока в цепи $I = \frac{U}{R}$, тогда $m = k\frac{U}{R}\Delta t$. Вычисляя, получим $m = 4{,}7 \times$ $\times\ 10^{-3}$ кг.

534. Определите стоимость получения рафинированной меди массой 10 кг, если электролиз идет при напряжении $U = 10$ В, КПД установки $\eta = 75\%$, тариф $B = 4$ коп/(кВт · ч).

Решение. Рафинированная медь получается при электролизе $CuSO_4$, т. е. медь здесь двухвалентна. В этом случае: $k = 0{,}33 \cdot 10^{-6}$ кг/Кл. Тариф $B = 4$ коп/(кВт · ч) $= 1{,}11 \times 10^{-6}$ коп/Дж.

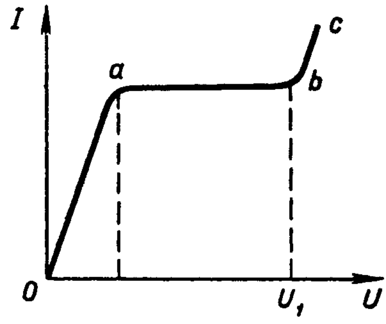


Рис. 192

Стоимость электроэнергии $S = BW_з$, но $\frac{W_п}{W_з} = \eta$, поэтому $S = \frac{BW_п}{\eta}$, а

$$W_п = IU\Delta t.$$

По закону Фарадея $I\Delta t = \frac{m}{k}$, тогда $S = \frac{BUm}{\eta k}$. Вычисляя, получим $S = 4$ руб. 44 коп.

При решении задач о токе в газах в основном используют зависимость силы тока I от напряжения U в газовом промежутке (рис. 192). В вычислительных задачах рассчитывают либо напряженность поля, либо скорость частиц, при которой возникает ионизация.

Пусть энергия ионизации $W_{ион}$. Электрон с зарядом e в однородном электрическом поле с напряженностью $\vec{E}$ на расстоянии λ приобретает энергию $\frac{mv^2}{2} = eE\lambda$. Если $\frac{mv^2}{2} \geqslant W_{ион}$, то возможна ионизация. Минимальное значение E, при котором возможна ионизация, находят по формуле:

$$E_{min} = \frac{W_{ион}}{e\lambda}.$$

Минимальная скорость частиц, способных произвести ионизацию,

$$v_{min} = \sqrt{\frac{2\,W_{ион}}{m}}.$$

535. Как изменится график зависимости силы тока I от напряжения U в газовом промежутке (см. рис. 192), если ионизатор будет действовать более интенсивно?

Решение. При усилении действия ионизатора возрастает ток насыщения (участок ab), общий характер зависимости I от U не изменяется.

536. Докажите, что при понижении давления газа ионизация ударом будет возникать при меньшем напряжении U между обкладками конденсатора.

Решение. Энергия электрона

$$\frac{mv^2}{2} = eE\lambda = e\frac{U}{d}\lambda,$$

где d — расстояние между пластинами конденсатора. Пусть ионизация происходит при $\frac{mv^2}{2} \geqslant W_{\text{ион}}$. Минимальное напряжение, достаточное для ионизации,

$$U_{\min} = \frac{W_{\text{ион}} d}{e\lambda},$$

т. е. зависит от длины свободного пробега λ. При понижении давления газа длина свободного пробега λ растет, а, следовательно, напряжение U уменьшается.

537. Определите напряженность электрического поля, при которой может произойти ионизация молекул воздуха при нормальном давлении. Энергия ионизации $W_{\text{ион}} = 15$ эВ, длина свободного пробега электрона $\lambda = 5 \cdot 10^{-4}$ см.

Решение. В предшествующей задаче было показано, что

$$U_{\min} = \frac{W_{\text{ион}} d}{e\lambda}.$$

Однако $U = Ed$, тогда

$$E_{\min} = \frac{W_{\text{ион}}}{e\lambda}.$$

Подставив числовые значения, получим $E_{\min} = 3 \cdot 10^6$ В/м.

538. Энергия ионизации атомов ртути равна 10,4 эВ. Какой наименьшей скоростью должен обладать электрон, чтобы произвести ионизацию атома ртути ударом?

Решение. Электрон приобретает при движении в электрическом поле кинетическую энергию $\frac{mv^2}{2}$. Минимальную скорость электрона, при которой уже возникает ионизация, находят из уравнения

$$\frac{mv^2_{\min}}{2} = W_{\text{ион}}, \text{ т. е. } v_{\min} = \sqrt{\frac{2W_{\text{ион}}}{m}}.$$

Подставив числовые значения, получим $v_{\min} \approx 1{,}9 \cdot 10^6$ м/с.

Зная работу выхода $A_{\text{вых}}$ электрона для конкретного металла (берется из таблиц), можно определить значение нормальной составляющей скорости электронов в металле $v_{\text{н}}$, при которой электрон может покинуть металл. Кинетическая энергия электрона в этом случае $\frac{mv_{\text{н}}^2}{2} \geqslant A_{\text{вых}}$, откуда

$$v_{\text{н}} = \sqrt{\frac{2A_{\text{вых}}}{m}},$$

где m — масса электрона.

539. Работа выхода электрона для вольфрамовой нити равна 4,5 эВ. Какую минимальную скорость должны иметь электроны, способные выйти за пределы металла? [35, № 866].

Решение. Обозначив минимальную скорость по нормали к поверхности катода $v_н$, запишем:

$$\frac{mv_н^2}{2} = A_{вых}; \ v_н = \sqrt{\frac{2A_{вых}}{m}}.$$

Подставляя числовые данные, получим $v_н = 1{,}3 \cdot 10^6$ м/с.

Уместны еще задачи на определение числа электронов, уходящих от катода лампы в течение одной секунды. Для этого используют формулу $q = en\Delta t$, где q — заряд, уходящий с катода за время Δt, e — модуль заряда электрона, а n — число электронов, уходящих с катода за 1 с.

540. Сколько электронов эмитирует ежесекундно катод при силе тока насыщения $I_н = 10$ мА?

Решение. Сила тока $I = \frac{q}{\Delta t}$, где q — заряд, эмитируемый катодом за время Δt. Этот заряд $q = en\Delta t$, где e — заряд электрона, а n — число эмитируемых электронов в 1 с.

Тогда при токе насыщения, когда все эмитированные в единицу времени электроны в эту же единицу времени попадают на анод:

$$I_н = \frac{q}{\Delta t} = \frac{en\Delta t}{\Delta t} = en, \text{ отсюда } n = \frac{I_н}{e}.$$

Подставив числовые значения, получим

$$n = \frac{10 \cdot 10^{-3}\ \text{А}}{1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{Кл}} \approx 6{,}3 \cdot 10^{16}\ \text{с}^{-1}.$$

Необходимо разъяснить учащимся, что в задаче надо брать обязательно ток насыщения, а не любое значение анодного тока. При насыщении все эмитируемые электроны движутся к аноду. При другой силе тока $I = en'\Delta t$, но n' — не число эмитируемых в единицу времени электронов, а число электронов, достигающих анода в 1 с.

541. Определите ускорение, время движения и конечную скорость электронов у анода, если их скорость у катода равна нулю, разность потенциалов между катодом и анодом $\varphi_1 - \varphi_2$, а расстояние между ними l. Электрическое поле считайте однородным.

Решение. Под действием электрического поля электроны получают ускорение $\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} = \frac{e\vec{E}}{m}$, конечная скорость электронов у анода $\vec{v} = \vec{a}t$. Время движения t определяют из уравнения движения $l = \frac{at^2}{2} = \frac{eE}{2m}t^2$, откуда $t = \sqrt{\frac{2ml}{eE}}$.

Учитывая, что $E = \frac{U}{l}$, получаем

$$t = \sqrt{\frac{2ml^2}{eU}} = l\sqrt{\frac{2m}{eU}}.$$

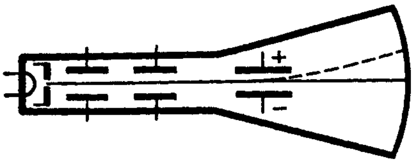


Рис. 193

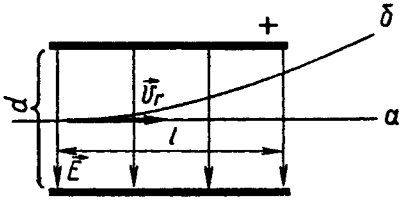


Рис. 194

Окончательно имеем:

$$a = \frac{eE}{m} = \frac{eU}{ml}; \quad v = at = \frac{eU}{lm} l \sqrt{\frac{2m}{eU}} = \frac{eU}{m} \sqrt{\frac{2m}{eU}} = \sqrt{\frac{2eU}{m}}.$$

542. Как изменит направление своего движения электронный пучок в электронно-лучевой трубке с электростатическим управлением, если на управляющие пластины подать напряжение, полярность которого указана на рисунке 193?

Р е ш е н и е. Электронный пучок под действием электрического поля отклонится вверх (на рис. 193 показано пунктиром). Внутри конденсатора траектория электронов — парабола, вне пластин конденсатора — прямая линия, так как электроны движутся по инерции.

543*. Электронный пучок с энергией электронов $W = 3000$ эВ движется в вакууме параллельно пластинам незаряженного конденсатора. Найдите вертикальное смещение электронного пучка на выходе из конденсатора, если на конденсатор подать напряжение $U = 600$ В. Длина пластин конденсатора $l = 6$ см, а расстояние между ними $d = 3$ см.

Р е ш е н и е. На рисунке 194 изображена траектория движения электронов в незаряженном (*а*) и заряженном (*б*) конденсаторе.

Решим задачу координатным методом. Введем оси Ox и Oy. По оси Ox электрон движется по инерции с постоянной скоростью $v_г = \text{const}$. Эта скорость движения электронов по инерции $v_г$ определяется их энергией:

$$W = \frac{mv_г^2}{2}, \quad v_г = \sqrt{\frac{2W}{m}}.$$

Поэтому для оси Ox можно записать:

$$x = v_г t = \sqrt{\frac{2W}{m}}\, t, \text{ так как } x_0 = 0.$$

Если говорить о значении координат y для движущегося электрона, то надо учитывать, что на электрон действует сила, вектор которой $\vec{F} = -e\vec{E}$, электрон получает ускорение $\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} = \frac{-e\vec{E}}{m}$. Координата движущегося электрона $y = \frac{at^2}{2}$ также равна нулю. Надо учесть, что по условию задачи $x = l$, тогда имеем два уравнения:

$$\sqrt{\frac{2W}{m}}\,t = l \text{ и } y = \frac{at^2}{2}.$$

Если из первого уравнения определить t, то искомое смещение электрона по вертикали и будет равно y при этом t. Учитывая направление оси Oy и $\vec{E}$, значение смещения $y = \frac{at^2}{2}$ для электрона положительно, т. е. электрон смещается вверх.

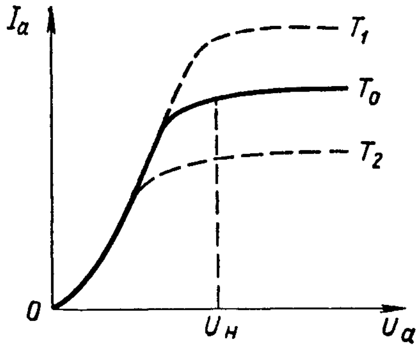


Рис. 195

Учитываем еще, что модуль напряженности $E = \frac{U}{d}$.

В итоге смещение электрона на выходе из конденсатора равно

$$y = \frac{eUl^2m^2W}{2mdW^22m} = \frac{eUl^2}{4dW}.$$

Подставив числовые значения, получим

$$y = \frac{1{,}6\cdot10^{-19}\ \text{Кл}\cdot600\ \text{В}\cdot36\cdot10^{-4}\ \text{м}^2}{4\cdot3\cdot10^2\ \text{м}\cdot3000\cdot1{,}6\cdot10^{-19}\ \text{Дж}} \approx 6\cdot10^{-3}\ \text{м}.$$

544. На рисунке 195 сплошной кривой изображена зависимость анодного тока диода $I_а$ от напряжения между анодом и катодом $U_а$ при неизменной температуре нити накала T_0. а) Справедлив ли закон Ома для этого случая? б) Почему при некотором значении анодного напряжения, большем напряжения накала $U_а > U_н$, график параллелен оси $U_а$? в) Как изменится характеристика диода для более высоких (низких) температур нити накала?

Решение. а) Зависимость анодного тока $I_а$ от анодного напряжения $U_а$ не линейная. Следовательно, закон Ома здесь несправедлив.

б) При $U_а > U_н$ ток достигает насыщения: $I_н = \text{const}$. При этом все электроны, эмитированные катодом, под действием электрического поля достигают анода. Сила тока в лампе ограничена эмиссией катода.

в) При изменении температуры катода меняется эмиссия электронов. При увеличении температуры катода ($T_1 > T_0$) растет эмиссия электронов и сила тока насыщения увеличивается. При понижении температуры катода ($T_2 < T_0$) эмиссия и сила тока насыщения уменьшаются. На рисунке 195 пунктиром даны характеристики диода для $T_1 > T_0$ и $T_2 < T_0$.

545. На графиках (рис. 196, *а* и *б*) приведены зависимости сопротивлений металла (*а*) и полупроводника (*б*) от температуры. Чем объясняется такое различие данных зависимостей?

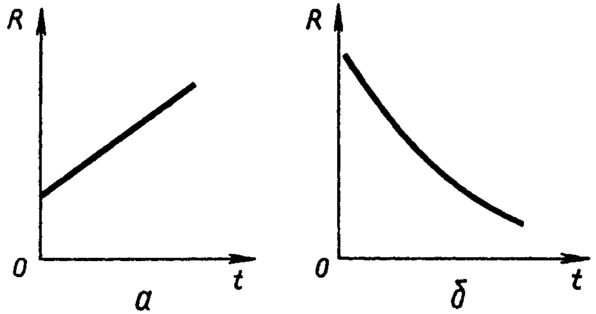


Рис. 196

546. На рисунке 197 приведена зависимость силы тока I от напряжения U для фотосопротивления при некоторой освещенности E_0. Как будет меняться эта зависимость при изменении освещенности?

Решение. Проводимость фотосопротивления зависит от освещенности E. При росте освещенности проводимость увеличивается, т. е. сопротивление уменьшается. Зависимость силы тока I от напряжения U для фотосопротивления линейная (справедлив закон Ома). При изменении освещенности характер зависимости I от U не изменится, а график будет образовывать с осью U другой угол.

При $E_1 < E_0$ сопротивление увеличивается и график пойдет под меньшим углом к оси U. При $E_2 > E_0$ график образует больший угол с осью U, чем при освещенности E_0.

547. На рисунке 198 приведена вольт-амперная характеристика германиевого диода. Определите прямой ток при напряжении $U = 0{,}5$ В и обратный ток при напряжении $U = -10$ В.

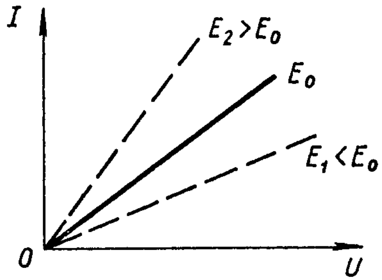


Рис. 197

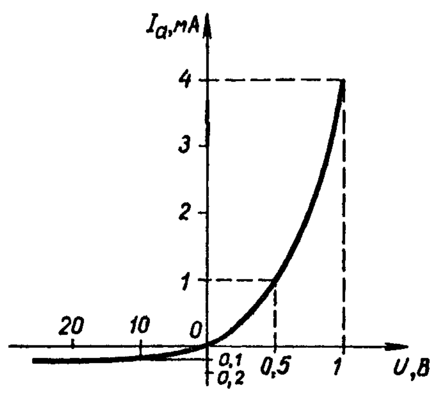


Рис. 198

При решении задач по данной теме прежде всего углубляют и закрепляют понятия о магнитной индукции $\vec{B}$, силе Ампера $\vec{F}_A$ и силе Лоренца $\vec{F}_Л$, а также рассматривают движение частиц в магнитном поле. Магнитные свойства вещества теперь в средней школе изучаются очень кратко, но магнитная проницаемость среды μ вводится, поэтому можно решать задачи и по этому материалу.

548. Определите модуль вектора магнитной индукции, если на прямоугольную рамку с силой тока 5 А, состоящую из 100 витков и помещенную в это поле, действует максимальный вращательный момент 0,003 Н·м. Размеры рамки 20 × 30 мм.

Решение. Модуль вектора магнитной индукции находим из формулы $B = \frac{M_{max}}{ISn}$, где n — число витков в рамке.

Подставляя числовые данные, получим:

$$B = \frac{0{,}003\ Н\cdot м}{5А(20\cdot10^{-3}\cdot 30\cdot10^{-3})\ м^2\cdot 100} = 0{,}01\ Тл.$$

Далее решают задачи на расчет сил, действующих в магнитном поле на проводник с током.

549. Определите направление сил, действующих на проводники с током в магнитном поле, в случаях, показанных на рисунке 199 *а, б, в, г*.

Задачу решают, применяя правило левой руки.

550. Определите модуль и направление силы $\vec{F}$, действующей на проводник длиной $l = 0{,}2$ м при силе тока $I = 10$ А в магнитном поле с индукцией $B = 0{,}13$ Тл, если угол α между B и l равен: а) 90°; б) 30°.

Решение. Направление вектора силы $\vec{F}$ находим по правилу левой руки (рис. 200). Модуль силы определяем по формуле Ампера $F = BI\Delta l \sin\alpha$.

а) При $\alpha = 90°$ $\sin 90° = 1$, тогда

$$F_1 = BIl \approx 0{,}26\ Н.$$

б) При $\alpha = 30°$ $\sin 30° = \frac{1}{2}$, поэтому

$$F_2 = \frac{1}{2}BIl = 0{,}13\ Н.$$

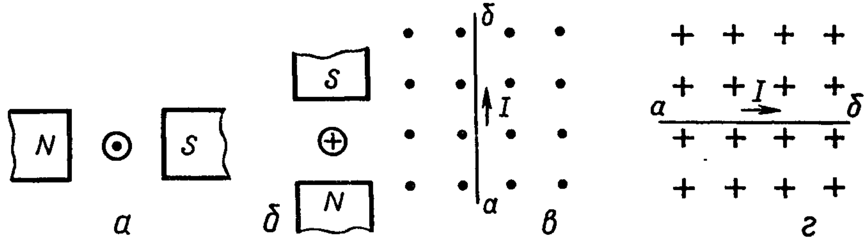


Рис 199

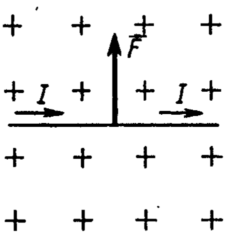


Рис. 200

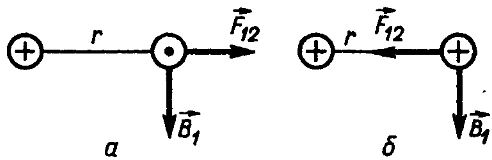


Рис. 201

Применение правил буравчика и левой руки дает возможность решать задачи на взаимодействие проводников, в которых токи текут в одном или в противоположных направлениях.

551. Определите направление сил взаимодействия токов, текущих в проводах двухпроводной линии.

Решение. Пусть двухпроводная линия (линия электропередачи) расположена так, что провода уходят от нас. Тогда мы видим их сечение (рис. 201, *а*). Но токи имеют противоположное направление. Пусть в левом проводе ток направлен от нас, тогда в правом проводе он направлен на нас (рис. 201, *а*; крестиком и точкой в кружочках изображены сечения проводов). Определим направление вектора силы, действующей на правый провод. Для этого вначале по правилу буравчика определим направление вектора магнитной индукции $\vec{B}_1$ для поля, созданного левым проводником. Затем по правилу левой руки определим направление вектора силы $\vec{F}_{12}$. Аналогично определяем направление вектора силы, действующей на левый проводник. Проводники с такими направлениями токов будут отталкиваться друг от друга.

552. Определите, как взаимодействуют токи в двух параллельных проводниках, если направление токов одинаково.

Решение. Такие проводники будут притягиваться. Решение приводится аналогично решению задачи № 551. Направление векторов магнитной индукции $\vec{B}_1$ и силы $\vec{F}_{12}$ показано на рисунке 201, *б*.

553. Как направлена сила Лоренца, если в магнитном поле (рис. 202) движется протон? электрон?

Решение. На движущийся протон действует сила Лоренца, направленная вертикально вверх. Здесь левую руку располагают четырьмя пальцами по направлению движения протона. На движущийся электрон действует сила Лоренца, направленная вертикально вниз. Левую руку теперь надо расположить четырьмя пальцами по направлению, противоположному движению электрона, так как электрон обладает отрицательным зарядом и ток, обусловленный его движением, направлен в противоположную сторону.

554. Электрон влетает в однородное магнитное поле с индукцией $B = 2$ Тл в вакууме со скоростью $v = 10^5$ м/с перпендикулярно линиям магнитной индукции. Вычислите силу, действующую на электрон.

Решение. Модуль силы Лоренца, действующей на электрон с зарядом e, определяем по формуле $F_л = evB \sin \alpha$. По условию задачи $\alpha = 90°$ и $\sin \alpha = 1$. Направление вектора силы Лоренца $F_л$ определяем по правилу левой руки. Подставив $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл, $B = 2$ Тл и $v = 10^5$ м/с, получим $F_л = 3{,}2 \cdot 10^{-14}$ Н.

555. Как изменит направление своего движения электронный пучок в электронно-лучевой трубке с магнитным управлением, если ток в обмотке электромагнитов будет направлен так, как показано на рисунке 203, *а*?

Решение. Определим по правилу буравчика полюсы электромагнитов. Вектор магнитной индукции $\vec{B}$ направлен вниз. По правилу левой руки определяем направление вектора силы Лоренца, действующей на электроны. Пучок смещается в горизонтальной плоскости на нас. Если смотреть на экран трубки (рис. 203, *б*), то светящаяся точка сместится влево.

556. Электрон, получивший скорость при движении в электрическом поле с разностью потенциалов 1000 В, влетает в вакууме в однородное магнитное поле с индукцией $B = 0{,}2$ Тл перпендикулярно линиям магнитной индукции. Определите радиус окружности, описываемой электроном.

Решение. На электрон, движущийся со скоростью v, действует в магнитном поле сила Лоренца, модуль которой равен $F_л = evB\sin\alpha$. При $\alpha = 90°$ $\sin\alpha = 1$, тогда вектор магнитной индукции $\vec{F}_л \perp \vec{v}$, поэтому $\vec{F}_л$ играет роль силы, создающей центростремительное ускорение. Следовательно, электрон движется по окружности радиусом R, а $F_л = \frac{mv^2}{R}$. Скорость v электрона приобретает в электрическом поле, разгоняясь с нулевой скорости до конечной v. Конечное значение скорости электрона найдем из кинетической энергии. Приравниваем изменение кинетической энергии электрона $\frac{mv^2}{2}$ работе сил электрического поля eU.

Из уравнения $\frac{mv^2}{2} = eU$ определим $v = \sqrt{2\frac{e}{m}U}$. Кроме

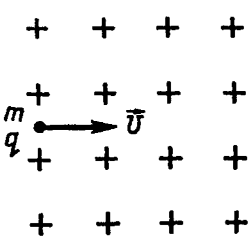


Рис. 202

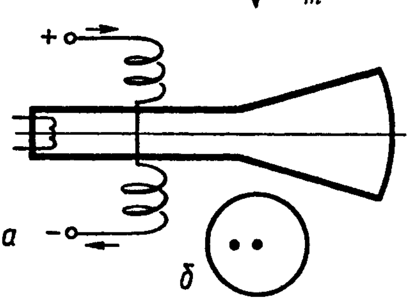


Рис. 203

того, можно записать $\frac{mv^2}{R} = evB$. Подставив в это уравнение значение $v = \sqrt{2\frac{e}{m}U}$ и решив его относительно R, получим:

$$R = \frac{1}{B}\sqrt{2\frac{m}{e}U} \approx 5\cdot 10^{-4}\ \text{м}.$$

Здесь важно показать также следующее: $\frac{mv^2}{R} = evB$, или $\frac{mv}{R} = eB$, следовательно, $R = \frac{mv}{eB}$ зависит от магнитной индукции B, удельного заряда частицы $\frac{e}{m}$ и скорости v. Но период обращения частицы $T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi m}{eB}$ зависит только от магнитной индукции B и удельного заряда частицы $\frac{e}{m}$ и не зависит от скорости v.

Учащиеся еще должны знать, как вычисляется магнитный поток Ф. В случае однородного магнитного поля с индукцией B магнитный поток $\Phi = BS\cos\alpha$, где S — площадь плоской поверхности, а α — угол между вектором магнитной индукции $\vec{B}$ и нормалью к площадке S.

557. На рисунке 204 показан график зависимости полного вектора магнитной индукции стали $\vec{B}$ от вектора магнитной индукции $\vec{B}_0$ поля, созданного током соленоида. Определите по графику, как примерно изменяется магнитная проницаемость стали μ в зависимости от $\vec{B}_0$.

Р е ш е н и е. Из определения $\mu = \frac{B}{B_0}$. На графике (рис. 204) магнитная проницаемость μ численно равна тангенсу угла наклона касательной к кривой; μ сначала растет, а затем уменьшается, стремясь к некоторой постоянной величине (рис. 205).

558. В тороидальной длинной катушке с площадью витка $S = 200\ \text{см}^2$ магнитная индукция $B = 6{,}3\cdot 10^{-4}$ Тл. Определите магнитный поток Ф в катушке. Как он изменится, если в катушку поместить железный сердечник, для которого в условиях работы катушки $\mu = 500$.

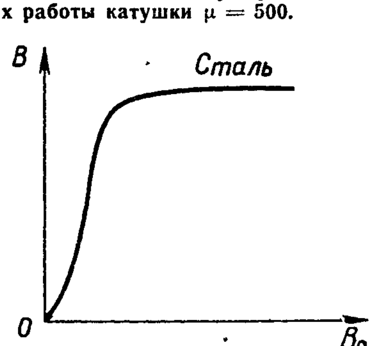


Рис 204

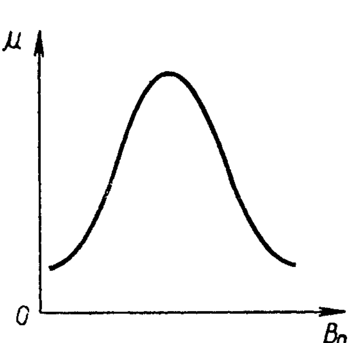


Рис. 205

Р е ш е н и е. Магнитный поток $\Phi = BS\cos\alpha$, но в данном случае $\alpha = 0$ и $\cos\alpha = 1$, т. е. $\Phi = BS$. Вычисляя, получим: $\Phi \approx \approx 1{,}26 \cdot 10^{-5}$ Вб. Надо показать, что 1 Тл = 1 Вб/м^2. При магнитном сердечнике магнитная индукция B и магнитный поток Φ возрастают. Магнитный поток $\Phi \approx 6{,}3 \cdot 10^{-3}$ Вб.

Глава 30. ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ ИНДУКЦИЯ

При изучении явления электромагнитной индукции в IX классе рассматривают зависимость ЭДС индукции от скорости изменения магнитного потока, рассчитывают ЭДС индукции, возникающей в прямолинейном проводнике, движущемся в магнитном поле, вычисляют магнитный поток и т. п. Естественно, здесь решают задачи с использованием указанных выше зависимостей. Но это несложные задачи, преследующие цель — оказать помощь учащимся в уяснении физической сущности зависимостей, выраженных теми или иными формулами.

Учащиеся должны уяснить, что при изменении магнитного потока через поверхность, ограниченную некоторым контуром, в этом контуре возникает электродвижущая сила индукции $\mathcal{E}_i$, а в замкнутом контуре — индукционный ток. ЭДС индукции определяют по формуле $\mathcal{E}_i = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$, где $\Delta\Phi$ — изменение магнитного потока, а Δt — промежуток времени, в течение которого произошло данное изменение. Знак «минус» в формуле учитывает направление индукционного тока; при числовых расчетах знак «минус» обычно опускают.

Изменение магнитного потока Φ может возникать как в результате изменения вектора магнитной индукции $\vec{B}$, так и при изменении площади контура S и угла α между вектором $\vec{B}$ и нормалью к площадке S. Магнитный поток $\Phi = BS\cos\alpha$. При изменении α меняется поток Φ при неизменной площади S и индукции B.

559 (э). К замкнутой на гальванометр катушке приближают постоянный магнит так, как изображено на рисунке 206. Определите направление индукционного тока в катушке. Ответ проверьте на опыте.

Р е ш е н и е. Согласно правилу Ленца индукционный ток в катушке имеет такое направление, что его магнитное поле препятствует приближению магнита. Следовательно, у верхнего конца катушки должен возникнуть северный магнитный полюс. По правилу буравчика устанавливаем, что ток направлен в витках катушки по часовой стрелке, если смотреть на катушку снизу. В правильности ответа убеждаемся по показаниям гальванометра, для которого предварительно определяем отклонение стрелки при прохождении тока.

560. Какое направление будет иметь индукционный ток в проводнике *cd* (рис. 207), если цепь с проводником *ab* замкнуть? разомкнуть? если ток в проводнике *ab* увеличить? уменьшить?

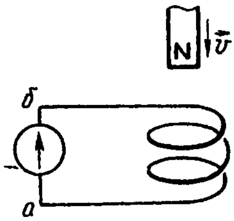


Рис. 206

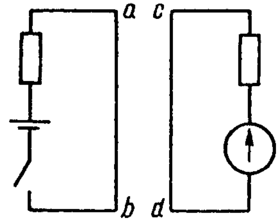


Рис. 207

Р е ш е н и е. При замыкании цепи с проводником ab ток в ней устанавливается в направлении от a к b и вокруг проводника возникает магнитное поле. По правилу Ленца в соседнем проводнике индукционный ток должен течь от d к c, чтобы создавать магнитное поле с противоположным направлением вектора магнитной индукции. То же будет и при увеличении тока в цепи ab.

При размыкании цепи с проводником ab или при уменьшении тока в ней в проводнике cd будет возникать индукционный ток в направлении от c к d.

561. Прямоугольная проволочная рамка *ABCD* (рис. 208) движется вертикально вниз между полюсами постоянного магнита. Определите направление индукционного тока в рамке при ее движении, когда она занимает положения *а, б, в, г, д*.

Р е ш е н и е. Магнитное поле между полюсами магнитов считаем однородным ($B = \text{const}$). Вне зазора между магнитами, если пренебречь магнитным полем Земли, $B = 0$. В положениях *а* и *д* в рамке, площадь которой $S = \text{const}$, нет индукционного тока, так как магнитная индукция $B = 0$. Нет тока и в положении *в*, так как магнитный поток $\Phi = BS = \text{const}$, $\Delta\Phi = 0$. Индукционный ток возникает только при изменениях магнитного потока Φ, т. е. когда рамка входит в магнитное поле и выходит из него (положения *б* и *г*).

Вблизи положения *б* магнитный поток, пронизывающий контур рамки, растет, поэтому ток в рамке должен течь от A к B и от C к D. При этом магнитный поток, создаваемый индукционным током в рамке, препятствует росту основного магнитного потока через рамку.

Аналогично получаем, что вблизи положения *г* ток течет в контуре от B к A и от D к C.

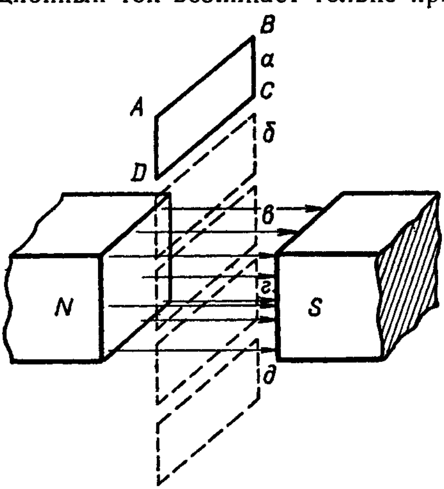


Рис. 208

562. Магнитный поток через контур проводника сопротивлением $3 \cdot 10^{-2}$ Ом за 2 с изменился на $1{,}2 \cdot 10^{-2}$ Вб. Какова сила тока, протекающего по проводнику, если изменение потока происходило равномерно?

Решение. При изменении магнитного потока в контуре возникает ЭДС

$$\mathscr{E}_i = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \frac{1{,}2 \cdot 10^{-2}\ \text{Вб}}{2\ \text{с}} = 0{,}6 \cdot 10^{-2}\ \text{В}.$$

Знак «минус» в формуле в этом случае учитывать не следует. Сила индукционного тока $I = \frac{\mathscr{E}_i}{R}$, т. е. $I \approx \frac{0{,}6 \cdot 10^{-2}\ \text{В}}{3 \cdot 10^{-2}\ \text{Ом}} = 0{,}2$ А. Указание о равномерном изменении магнитного потока дает право утверждать, что в пределах указанного времени ЭДС и сила тока постоянны ($\mathscr{E}_i = \text{const}$ и $I = \text{const}$).

Учащиеся должны понимать, что $\mathscr{E}_i$ возникает и в замкнутых контурах при изменении магнитного потока в них, и в линейных проводниках, равномерно движущихся в постоянном магнитном поле. Но причины возникновения $\mathscr{E}_i$ в этих двух случаях разные. В первом — это возникновение вихревого электрического поля, а во втором — действие на заряды в проводнике силы Лоренца.

Если линейный проводник длиной l движется в магнитном поле с индукцией $\vec{B}$ со скоростью $\vec{v}$, причем так, что между $\vec{v}$ и $\vec{B}$ образуется угол α, то $\mathscr{E}_i = Blv\sin\alpha$. Подчеркнем, что здесь знака «минус» нет.

563. Определите ЭДС и направление индукционного тока в прямолинейном проводнике *аб* (рис. 209), движущемся в магнитном поле перпендикулярно линиям индукции; вдоль линий индукции.

Решение. По правилу левой руки электроны в проводнике в первом случае перемещаются от *б* к *а*, а индукционный ток направлен от *а* к *б* и имеет максимально возможное значение, так как $\mathscr{E}_i = Blv\sin\alpha$, а $\alpha = \frac{\pi}{2}$, т. е. $\sin\alpha = 1$; ток существует при замыкании цепи. Во втором случае $\alpha = 0$; $\sin\alpha = 0$ и $\mathscr{E}_i = 0$; индукционного тока нет.

564. Прямолинейный проводник длиной $l = 0{,}5$ м движется в магнитном поле со скоростью $v = 6$ м/с под углом $\alpha = 30°$ к вектору магнитной индукции $\vec{B}$. Определите магнитную индукцию, если в проводнике возникает ЭДС электромагнитной индукции $\mathscr{E}_i = 3$ В.

Решение. Искомую величину найдем из формулы:

$$B = \frac{\mathscr{E}}{lv\sin\alpha};\ B = \frac{3\ \text{В}}{0{,}5\ \text{м} \cdot 6\ \text{м/с} \cdot 0{,}5} = 2\ \text{Тл}.$$

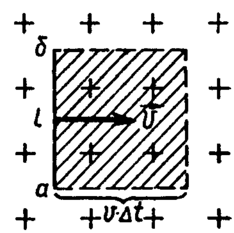


Рис. 209

При изменении тока в контуре меняется магнитный поток, сцепленный с этим контуром, и возникает ЭДС самоиндукции. Магнитный поток катушки Ф, сцепленный с катушкой, при силе тока I в ее обмотке определяется формулой $\Phi = LI$, где L — индуктивность катушки, зависящая от размеров, формы и числа витков катушки, а также от заполняющей ее среды.

Если контуры катушки и среда в ней не изменяются, а меняется только сила тока, то ЭДС самоиндукции в катушке

$$\mathscr{E}_{is} = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -L\frac{\Delta I}{\Delta t},$$

где ΔI — изменение силы тока, а Δt — промежуток времени, в течение которого это изменение происходит.

Энергию магнитного поля катушки индуктивностью L при токе I определяют по формуле

$$W_м = \frac{LI^2}{2},$$

которую сообщают без вывода, используя аналогичность самоиндукции инерции.

565. Как будет меняться ток при замыкании цепи, схема которой изображена на рисунке 210?

Р е ш е н и е. Если бы в цепи не было индуктивности, то сила тока возрастала бы до максимального значения $I = \frac{\mathscr{E}}{R + r}$ практически мгновенно. В действительности же сила тока постепенно достигает максимума за время t_1 (рис. 211). Связано это с тем, что в катушке ЭДС самоиндукции

$$\mathscr{E}_{is} = -\frac{L\Delta I}{\Delta t}.$$

Сила тока теперь определяется не только ЭДС источника, но и ЭДС индукции. Индукционный ток направлен против тока, создаваемого источником тока при замыкании.

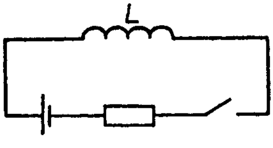


Рис. 210

566. Какова индуктивность катушки, если при постепенном изменении в ней силы тока от 5 до 10 А за 0,1 с возникает ЭДС самоиндукции, равная 20 В?

567. В катушке с индуктивностью 0,6 Гн сила тока равна 20 А. Какова энергия магнитного поля этой катушки? Как изменится энергия поля, если сила тока уменьшится вдвое?

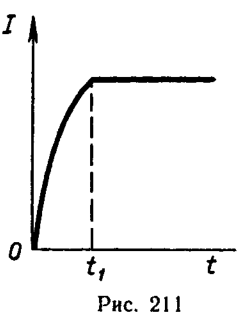


Рис. 211

Р е ш е н и е. Энергия магнитного поля катушки индуктивности с током $W_м = \frac{LI^2}{2}$:

$$W_1 = \frac{0{,}6\ Гн \cdot 200\ А^2}{2} = 120\ Дж;$$

$$W_2 = \frac{0{,}6\ Гн \cdot 100\ А^2}{2} = 30\ Дж,$$

т. е. энергия уменьшится в 4 раза.

X КЛАСС

КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

Глава 31. МЕХАНИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ

Колебательные и волновые процессы изучают в одном разделе. Этим подчеркивается большое значение учения о колебаниях в современной науке и технике и то общее, что присуще этим движениям независимо от их природы. В процессе решения задач учащиеся должны научиться пользоваться соответствующими формулами, осознать те специфические отличия, которые имеет колебательное движение по сравнению с равномерным и равнопеременным. В этих целях сначала решают задачи по кинематике колебательного движения материальной точки. Как частный, но важный случай этого движения рассматривают движение математического маятника.

Вопросы динамики колебательного движения и превращения энергии углубляют с помощью задач об упругих колебаниях и задач о математическом маятнике.

§ 94. Гармонические колебания

Цель решения задач по данной теме — сформировать сложные понятия о закономерностях нового для учащихся вида механического движения материальной точки, которое происходит по закону косинуса и синуса:

$$x = x_m \cos(\omega t + \varphi) \quad \text{или} \quad x = x_m \sin(\omega t + \varphi).$$

Различие, которое может иметь существенное значение при решении некоторых задач, заключается в следующем: при записи уравнения движения в виде

$$x = x_m \sin \omega t$$

отсчет времени и измерение x ведется с момента прохождения тела через положение равновесия (при $t = 0$ $x = 0$). При записи уравнения в виде

$$x = x_m \cos \omega t$$

отсчет времени ведется с момента наибольшего отклонения тела от положения равновесия, которое также принимают за начало отсчета (при $t = 0$ $x = x_m$). Так, например, поступают, когда подсчитывают время и число колебаний маятника, поскольку трудно зафиксировать его положение в средней точке, где он имеет максимальную скорость. В дальнейшем на равных основаниях мы будем пользоваться записью уравнения колебательного движения с помощью синуса и косинуса.

Как показывает практика, учащиеся трудно усваивают понятие о круговой частоте ω. На это надо обратить внимание, подчеркивая, что под знаком тригонометрической функции всегда стоит угол $\varphi = \omega t = \frac{2\pi}{T} t$. Смещение x, скорость v и ускорение a могут иметь одно и то же значение при разных углах или времени T, так как они выражаются циклическими функциями. При решении задач, если это специально не оговаривается, за угол можно принимать его наименьшее значение.

568. При колебательном движении пружинного маятника в соответствии с законом Гука на него действует сила, проекция которой $(F_{упр})_x = -kx$. Принимая во внимание эту формулу, ответьте на следующие вопросы: а) в чем отличие движения маятника от равномерного движения? б) в чем отличие от движения равнопеременного? в) в каком положении маятник имеет наибольшие и в каком наименьшие по модулю значения ускорения a и скорости v?

Решение. а) В отличие от равномерного движения скорость тела меняется. Это следует из того, что на тело действует неуравновешенная сила; следовательно, тело движется с ускорением.

б) В отличие от равнопеременного движения ускорение колеблющегося тела не постоянно. Это следует из формулы

$$a_x = \frac{F_{упр_x}}{m} = -\frac{kx}{m}.$$

в) Проекция ускорения a_x изменяется, так как изменяется проекция силы $F_{упр_x}$. Наибольшее по модулю ускорение тело имеет в крайних (правом и левом) положениях при максимальном смещении x, а наименьшее (равное нулю) — при $x = 0$, т. е. в положении равновесия. В крайнем положении модуль скорости тела $v = 0$. Затем модуль скорости возрастет, поскольку есть ускорение, достигая максимального значения в положении равновесия.

569. Постройте от руки график смещения гармонического колебательного движения и, пользуясь им, покажите, в какие моменты времени модуль скорости имеет наибольшее и наименьшее значения.

Решение. Изобразим от руки косинусоиду $x = x_m \cos \omega t$ (рис. 212). Модуль средней скорости $v_{ср}$ для малых значений Δt близок к мгновенной, а секущая MN — стремится к касательной:

$$v_{ср} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \operatorname{tg}\alpha.$$

Наибольшее значение $\operatorname{tg}\alpha$ и, следовательно, модуль скорости v имеет при смещении $x = 0$, наименьшее — при $x = x_m$.

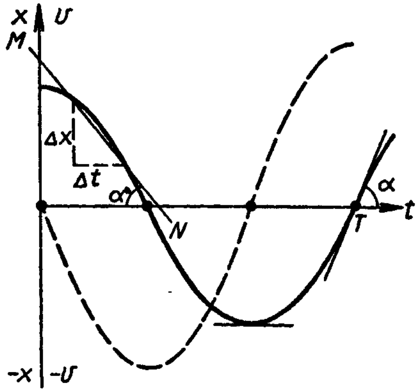


Рис. 212

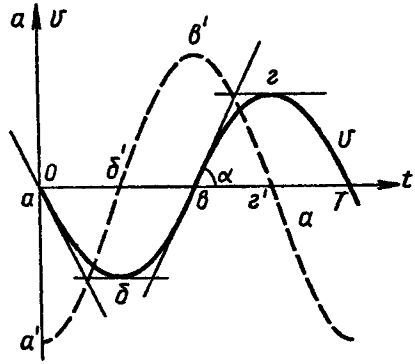


Рис. 213

Проверка. На тех же осях координат вычерчивают график скорости $v = v_m \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$, который подтверждает сделанные выводы. Решение полезно проиллюстрировать с помощью математического маятника.

570. Напишите уравнение гармонического колебания, амплитуда которого $x_m = 0{,}10$ м, период колебания $T = 0{,}5$ с, начальная фаза $\varphi_0 = 0$ при $t = 0$.

Решение. В общем случае

$$x = x_m \cos\left(\frac{2\pi}{T} t + \varphi_0\right).$$

Для данных условий $x = 0{,}10 \cos\left(\frac{2\pi}{0{,}5} t\right) = 0{,}10 \cos 4\pi t$.

571. Постройте от руки график скорости гармонического колебательного движения $v = v_m \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$ и определите, когда модуль ускорения имеет наибольшее значение.

Решение. Модуль ускорения

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \operatorname{tg}\alpha,$$

где α — угол наклона касательной к кривой графика скорости в заданной точке (рис. 213). Когда модуль скорости точки наибольший, т. е. в положении равновесия или при $x = 0$, модуль ускорения равен 0 (касательная параллельна оси времени), и, наоборот, при модуле скорости, равном нулю (т. е. при $x = x_m$), модуль ускорения колеблющейся точки максимален.

Проверка. На тех же координатных осях (см. рис. 213) от руки строим график ускорения, сопоставляем соответствующие точки a, $б$, $в$, $г$ и a', $б'$, $в'$, $г'$ и убеждаемся в правильности ответа.

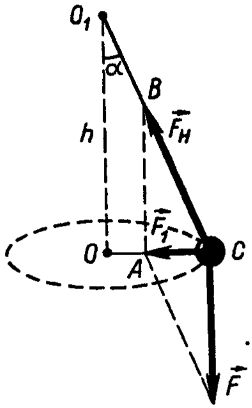


Рис. 214

572 (э). Проверьте на опыте, что периоды колебаний плоского и конического маятников одинаковой длины равны между собой (рис. 214). Пользуясь этим, выведите формулу периода колебаний конического и плоского математического маятников.

Решение. Маятник массой m совершает движение по окружности. На маятник действует сила тяжести $\vec{F}$ и сила упругости $\vec{F}_н$. По второму закону Ньютона $\vec{F} + \vec{F}_н = m\vec{a}$. Под действием этих сил маятник получает центростремительное ускорение, модуль которого $a = \omega^2 R$. В проекции на направлении радиуса $F_н \cdot \sin\alpha = m\omega^2 R$.

Как видно из рисунка 214, $F_н = \frac{F}{\cos\alpha} = \frac{mg}{\cos\alpha}$. Следовательно, $\frac{mg}{\cos\alpha}\sin\alpha = m\omega^2 R$, $\operatorname{tg}\alpha = \frac{\omega^2 R}{g}$, но $\operatorname{tg}\alpha \approx \frac{R}{h}$, отсюда $\frac{\omega^2 R}{g} = \frac{R}{h}$, или $\omega^2 = \frac{g}{h}$; $\omega^2 = \frac{4\pi^2}{T^2}$. Для малых углов $h = l$, поэтому $\frac{4\pi^2}{T^2} = \frac{g}{l}$, отсюда

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}.$$

573. Какая разница в показаниях двух одинаковых часов с тяжелым маятником возникает за сутки, если один установить на уровне моря, а другой — на горе высотой $h = 5$ км?

Решение. Сравним периоды колебаний маятников обоих часов:

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g_0}}; \qquad (1)$$

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g_1}}, \qquad (2)$$

где g_1 — ускорение силы тяжести на горе. Поделим почленно уравнения (2) и (1):

$$\frac{T_1}{T_0} = \sqrt{\frac{g_0}{g_1}}.$$

По закону всемирного тяготения

$$g_1 = \frac{GM}{(R+h)^2} \text{ и } g_0 = G\frac{M}{R^2},$$

где R — радиус Земли;

$$\frac{T_1}{T_0} = \sqrt{\frac{(R+h)^2}{R^2}} = \sqrt{\frac{R^2 + 2Rh + h^2}{R^2}}.$$

Пренебрегая значением величины h^2, получим

$$\frac{T_1}{T_0} = \sqrt{\frac{R^2 + 2Rh}{R^2}} = 1{,}0008.$$

Следовательно, на горе период колебания маятника возрастет. Часы на горе отстанут за сутки на $24 \cdot 3600\ \text{с} \cdot 0{,}0008 = 69$ с.

574. Определите период колебаний вагона на рессорах, если его статическая осадка равна 250 мм.

Решение. Запишем формулу периода упругих колебаний:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}\ ;\ k = \frac{mg}{x_{\text{ст}}},$$

где $x_{\text{ст}}$ — статическая деформация; следовательно,

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{mx_{\text{ст}}}{mg}} \approx 2\sqrt{x_{\text{ст}}}\ ;\ T = 2\sqrt{0{,}25} = 1\ (\text{с}).$$

§ 95. Превращения энергии при гармонических колебаниях

В задачах о превращениях энергии в колебательном движении в основном рассматривают взаимные превращения кинетической и потенциальной энергии. Но для случая затухающих колебаний учитывают и превращение механической энергии во внутреннюю.

Кинетическая энергия упругих колебаний

$$E_{\text{к}} = \frac{mv^2}{2} = \frac{mx_m\omega^2\cos^2\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)}{2}.$$

Потенциальная энергия

$$E_{\text{р}} = \frac{kx^2}{2} = \frac{kx_m^2\cos\omega t}{2}.$$

575. Математический маятник, имеющий массу $m = 0{,}1$ кг и длину $l = 1$ м, отклоняется при колебании на 0,05 м. Какую скорость v, ускорение a и потенциальную энергию $E_{\text{р}}$ он будет иметь на расстоянии $x = 0{,}02$ м от положения равновесия?

Решение. Поскольку угол отклонения нити маятника от положения равновесия невелик, будем считать, что маятник совершает гармонические колебания. Запишем общее уравнение гармонических колебаний:

$$x'' = -\frac{k}{m}x.$$

Следовательно, можно положить, что и данный маятник движется в первом приближении по оси x, подобно шарику, на который действуют силы упругости вдоль горизонтали.

Примем за начало отсчета времени момент прохождения шариком положения равновесия и найдем период колебания T, угловую частоту ω и время t движения маятника от положения равновесия:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = 2\cdot 3{,}14\cdot\sqrt{\frac{1\text{ м}}{9{,}8\text{ м/с}^2}} = 2\text{ с};\ \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2\text{ с}} = \pi\text{ с}^{-1}.$$

Для определения времени t воспользуемся формулой $x = x_m \sin\omega t$; $0{,}02\text{ м} = 0{,}05\text{ м}\cdot\sin\pi t$, откуда $t = 0{,}13\text{ с}$;

$$v = x_m\omega\sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = 0{,}05\text{ м}\pi\text{ с}^{-1}\cos\pi t = 0{,}085\text{ м/с};$$

$$a = x_m\omega^2\sin(\omega t + \pi) = 0{,}05\text{ м}(\pi\text{ с}^{-1})^2\sin(\pi t + \pi);$$

модуль ускорения $a = 0{,}20\text{ м/с}^2$.

Потенциальную энергию можно подсчитать двояко.

1) Используя аналогию колебаний пружинного и математического маятников. Для пружинного маятника $E_p = \frac{kx^2}{2}$. Но для математического маятника $k = \frac{mg}{l}$. Поэтому, приняв $g = 10\text{ м/с}^2$, найдем $E_p = \frac{mgx^2}{2l} = 2\cdot 10^{-4}$ Дж.

2) Откажемся от введенных ранее упрощений о горизонтальном движении маятника и примем во внимание, что при колебаниях он поднимается на некоторую высоту h, поэтому $E_p = mgh$. Значение h найдем из рисунка 215 ($\angle\alpha$ для наглядности взят преувеличенно большим). При малом угле α: $AB \approx x \approx 2$ см; $h = CA$.

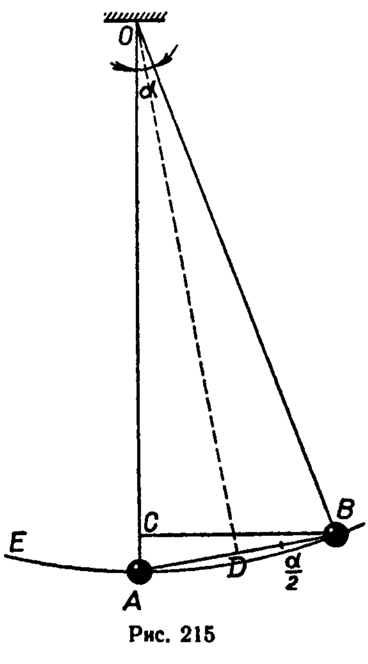


Рис. 215

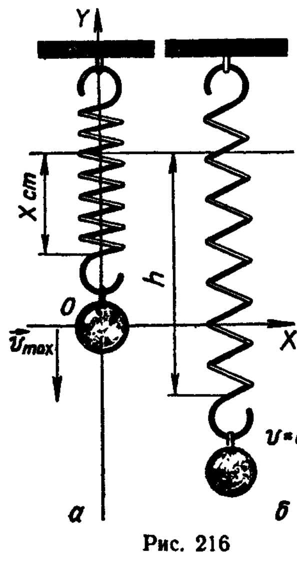


Рис. 216

Из треугольника ABC найдем

$$h = AB \sin \frac{\alpha}{2};$$

из $\triangle AOD$:

$$\sin \frac{\alpha}{2} = \frac{x}{2l} = \frac{0{,}02\ \text{м}}{2 \cdot 1\ \text{м}} = 0{,}01;$$

тогда $h = 0{,}02\ \text{м} \cdot 0{,}01 = 2 \cdot 10^{-4}\ \text{м}$;

$$E_p = 0{,}1\ \text{кг} \cdot 10\text{м/с}^2 \cdot 10^{-4}\ \text{м} = 2 \cdot 10^{-4}\ \text{Дж}.$$

576 (э). На пружину подвесили груз и затем поддерживали его так, чтобы пружина не растягивалась. Опишите, как будет двигаться груз, если убрать поддерживающую его опору. Ответ проверьте на опыте.

Решение. Отпустим груз свободно падать вниз. Тогда он растянет пружину на величину h, которую можно определить из соотношения

$$\frac{kh^2}{2} = mgh, \text{ отсюда } h = \frac{2mg}{k}.$$

По закону сохранения энергии при обратном движении вверх груз поднимется на высоту h.

Если же груз подвесить на пружине, он растянет ее на величину $x_{ст}$ (рис. 216). Так как $mg = kx_{ст}$, то

$$k = \frac{mg}{x_{ст}} \text{ и } h = 2x_{ст}.$$

Следовательно, положение, в котором висит груз в состоянии покоя, является центром, около которого совершаются колебания.

577. Тело массой $m = 1{,}00$ кг под действием пружины, имеющей жесткость $k = 400$ Н/м, совершает без трения колебания в горизонтальной плоскости вдоль стержня (рис. 217). Определите период колебания тела, используя закон сохранения энергии.

Решение. В крайнем положении вся энергия тела потенциальная, а в среднем — кинетическая. По закону сохранения энергии

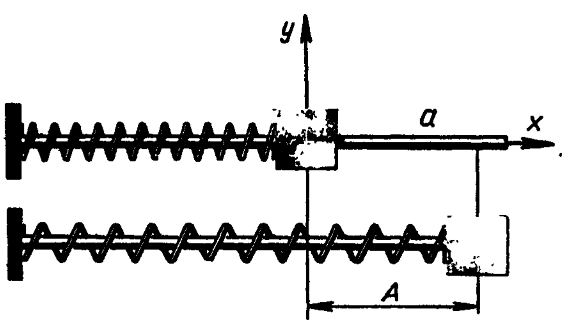


Рис. 217

$$E_{p_{max}} = E_{k_{max}};\ E_{p_{max}} = \frac{kx^2}{2};\ E_{k_{max}} = \frac{mx_m^2\omega^2}{2} = \frac{mx_m^2 2\pi^2}{T^2};\ \frac{kx_m^2}{2} = \frac{mx_m^2 2\pi^2}{T^2},$$

отсюда

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\cdot 3{,}14\cdot\sqrt{\frac{1{,}00\ \text{кг}}{400\ \text{Н/м}}} = 3{,}14\cdot 10^{-1}\ \text{с}.$$

578 (э). Изготовьте из нити и грузика маятник и определите экспериментально период его колебаний. Затем прикрепите к маятнику кисточку, трущуюся о стол, или погрузите грузик в воду. Снова определите период колебаний маятника. Как изменился период колебаний? Чем вызвано их затухание? На что расходуется энергия при затухании колебаний?

Решение. В одном из опытов были получены следующие данные. Длина маятника $l = 90$ см, масса $m = 100$ г (гири из набора по механике). Период колебания маятника в воздухе $T_1 = 1{,}9$ с. Период колебания маятника, когда гиря находилась в воде, $T_2 = 2{,}3$ с. Из опыта видно: чем больше затухание колебаний, тем больше их период. Это и понятно, так как действующие на маятник силы трения замедляют его движение. Механическая энергия маятника превращается во внутреннюю энергию тел (воздуха, воды, нити и др.), которые нагреваются.

§ 96. Фаза и сдвиг фаз. Резонанс

Понятие о фазе и тем более о сдвиге фаз трудно усваивается учащимися. Состояние колебания в соответствии с формулой $x = x_m \sin\omega t$ можно охарактеризовать, например, отклонением точки от положения равновесия. Так как при заданных значениях x и ω значение x однозначно определяется углом $\varphi = \omega t$, то фазой в уравнениях колебательного движения обычно называют значение угла φ.

579. В одинаковых или разных фазах находятся крылья летающей птицы? руки человека при ходьбе? две щепки, попавшие на гребень и впадину волны от теплохода?

580 (э). Подвесьте два одинаковых маятника и приведите их в колебания, отклонив в разные стороны на одинаковое расстояние. Какова разность фаз данных колебаний? Уменьшается ли она со временем?

Решение. Движения маятников описываются уравнениями:

$$x_1 = x_m \sin\omega t;\ x_2 = -x_m \sin\omega t = x_m \sin(\omega t + \pi).$$

Разность фаз данных движений $\omega t + \pi - \omega t = \pi$ со временем не изменяется.

581 (э). Проделайте опыт, аналогичный предыдущему, взяв маятники разной длины. Может ли наступить момент, когда маятники будут двигаться в одном направлении? Подсчитайте, когда это наступит для взятых вами маятников.

Решение. Движения отличаются фазой и периодом колебаний:

$x_1 = x_m \sin\omega_1 t$; $x_2 = x_m \sin(\omega_2 t + \pi)$.

Маятники будут двигаться в одном направлении, когда их фазы станут одинаковыми: $\omega_1 t = \omega_2 t + \pi$, откуда

$$t = \frac{\pi}{\omega_1 - \omega_2}.$$

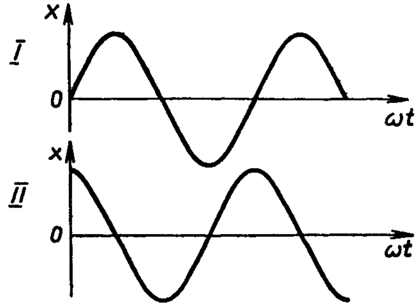


Рис. 218

582. Определите начальную фазу и сдвиг фаз колебательных движений, графики которых приведены на рисунке 218.

Решение. Задача содержит элемент неопределенности, так как не сказано, с какого момента ведется отсчет времени. Для ее решения воспользуемся конкретным примером колебания тела на пружине (см. рис. 217).

Отсчет времени ведется с момента прохождения телом положения равновесия (синусоида). Представим себе, что на графиках показано колебание двух маятников. Когда маятник I начал колебание, маятник II уже отклонился в крайнее положение. Следовательно, $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = \frac{\pi}{2}$.

583. Почему на дороге, по которой самосвалы возят из карьера камень, песок и т. д., с течением времени образуются периодически повторяющиеся углубления (вмятины)?

Решение. При незначительной неровности дороги кузов, имеющий определенный период колебаний, придет в движение, в результате чего при движении самосвала будут создаваться периодические повышенные и пониженные нагрузки на грунт, приводящие к образованию углублений (вмятин) на дороге.

584. При какой скорости вагона наступят его наибольшие вертикальные колебания, если длина рельса $l = 12{,}5$ м, а период колебания вагона 1 с?

Решение. Период колебания вагона $T = 1$ с. Если с этой частотой колебаний будет совпадать частота ударов колес на стыках, то наступит резонанс. Следовательно, за время, равное периоду T, вагон должен пройти путь, равный длине рельса:

$$l = vt \Rightarrow v = \frac{l'}{T} = 12{,}5 \text{ м/с}.$$

Резонанс может наступить также и при скорости, в n раз меньшей, где n — целое число, так как и в этом случае толчок на стыке рельса будет увеличивать амплитуду колебаний.

585. Правильно ли утверждение, что вынужденные колебания только тогда достигают значительных размеров, когда собственная частота колеблющегося тела равна частоте вынуждающей силы. Приведите примеры, поясняющие ваше утверждение.

Р е ш е н и е. Резонанс может наступить и тогда, когда периодически, но не по гармоническому закону изменяющаяся сила имеет период, в целое число раз больший периода собственных колебаний тела.

Примером могут быть периодические толчки, действующие на качели не при каждом их качании.

586. Фреза на станке делает 420 об/мин. Число зубьев на фрезе 50. Какова частота вынужденных колебаний, возникающих при работе станка? [22, № 1176]

Р е ш е н и е. Угловая скорость фрезы

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 420\,\text{об/мин} = \frac{420 \cdot 2\pi\ \text{рад/с}}{60} = 14\pi\ \text{рад/с}.$$

Отсюда $T = \frac{1}{7}$ с. Частота вращения фрезы

$$n = \frac{1}{T}, \quad n = 7\,\text{Гц}.$$

Так как фреза имеет 50 зубьев, то она воздействует на деталь, вызывая ее вынужденные колебания, с частотой 7 Гц·50 = 350 Гц.

Глава 32. ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ КОЛЕБАНИЯ

При изучении электрических колебаний в основном решают задачи на определение периода электрических колебаний в колебательном контуре. Период электромагнитных колебаний в контуре (без учета активного сопротивления) зависит только от электроемкости конденсатора и индуктивности катушки.

587. В каком элементе закрытого колебательного контура (конденсаторе или катушке) сосредоточена энергия в моменты $t = 0$, $\frac{T}{4}$, $\frac{T}{2}$ и $\frac{T}{8}$, если время начинать отсчитывать с начала разряда конденсатора?

588. Как изменяется период и частота колебаний в контуре при увеличении расстояния между пластинами конденсатора контура? при введении в катушку индуктивности контура железного сердечника?

Р е ш е н и е. Период колебаний $T = 2\pi\sqrt{LC}$. Электроемкость конденсатора

$$C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d},$$

где S — площадь пластин, а d — расстояние между ними. При увеличении расстояния d электроемкость C и период T уменьшаются, частота колебаний $\nu = \frac{1}{T}$ увеличивается.

Индуктивность катушки при введении железного сердечника возрастает, следовательно, возрастает и период колебаний.

589. Определите частоту колебаний в контуре с катушкой индуктивностью $L = 1{,}5$ мГн и конденсатором электроемкостью $C = 450$ пФ.

Решение. Запишем формулу для периода колебаний:

$$T = 2\pi\sqrt{LC}, \text{ или } \nu = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}.$$

Подставив значения C и L, получим:

$$\nu = \frac{1}{2\cdot 3{,}14\cdot\sqrt{1{,}5\cdot 10^{-3}\,\text{Гн}\cdot 450\cdot 10^{-12}\,\Phi}} \approx$$

$$\approx 2\cdot 10^5\ \text{Гц} = 200\ \text{кГц} = 0{,}2\ \text{МГц}.$$

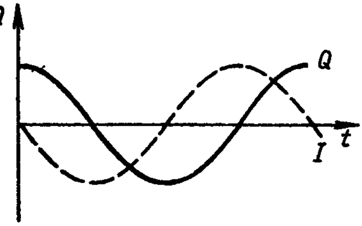


Рис. 219

Полезно показать, что действительно T получается в секундах. Возьмем наименования величин в подкоренном выражении:

$$1\ \text{Гн} = 1\,\frac{\text{В}\cdot\text{с}}{\text{А}},\ \text{а}\ 1\ \Phi = 1\,\frac{\text{Кл}}{\text{В}},\ \text{тогда}\ \frac{\text{В}\cdot\text{с}\cdot\text{Кл}}{\text{А}\cdot\text{В}} = \frac{\text{В}\cdot\text{с}\cdot\text{А}\cdot\text{с}}{\text{А}\cdot\text{В}} = \text{с}^2.$$

590. Пусть заряд в контуре меняется по закону косинуса. Начертите графики колебаний заряда и силы тока в закрытом колебательном контуре.

Решение. Известно, что колебания силы тока в контуре смещены по фазе на $\frac{\pi}{2}$ относительно колебаний заряда. Графики представлены на рисунке 219.

591. В колебательном контуре известен максимальный заряд конденсатора q_m и амплитудное значение силы тока I_m. Определите период электрических колебаний T в контуре, считая контур идеальным.

Решение. Контур идеальный — значит $R = 0$. Максимальное значение энергии электрического поля конденсатора согласно закону сохранения энергии равно максимальной энергии магнитного поля катушки индуктивности, т. е.

$$\frac{q_m^2}{2C} = \frac{LI_m^2}{2},$$

отсюда $LC = \frac{q_m^2}{I_m^2}$. По формуле Томсона $T = 2\pi\sqrt{LC}$, следовательно,

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{q_m^2}{I_m^2}} = 2\pi\frac{q_m}{I_m}.$$

Переменный электрический ток является вынужденным электрическим колебанием. Поэтому при решении задач по переменному току следует использовать те же приемы и подходы, что и в случае решения задач на вынужденные механические колебания.

В средней школе изучают только технический (синусоидальный)[1] переменный ток, напряжение в котором изменяется по за-

[1] Ток может меняться и по закону косинуса, что означает лишь изменение начальной фазы на $\frac{\pi}{2}$. В случае вынужденных колебаний это несущественно.

кону $u = U_m \sin\omega t$. Поэтому, говоря о переменном токе, мы будем иметь в виду синусоидальный ток. Ток в цепи

$$i = I_m \sin(\omega t + \varphi),$$

где φ — сдвиг фаз между колебаниями тока и напряжения.

В дальнейшем под термином «сила переменного тока» будем понимать действующее значение силы тока I. В случае синусоидального тока $I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$. Аналогично действующее значение напряжения, которое для краткости далее будем называть «напряжением переменного тока», $U = \frac{U_m}{2}$.

Емкостное и индуктивное сопротивления измеряют, как и активное сопротивление, в омах и вычисляют по формулам:

$$X_c = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi\nu C} \text{ и } X_L = \omega L = 2\pi\nu L,$$

где $\omega = 2\pi\nu$ — круговая частота, ν — частота переменного тока, C и L — электроемкость и индуктивность цепи.

При чисто емкостной нагрузке ($R = 0$) колебания тока опережают колебания напряжения на угол $\varphi = \frac{\pi}{2}$, а при чисто индуктивной — колебания тока отстают от колебаний напряжения на $\varphi = \frac{\pi}{2}$. В случае смешанной нагрузки сдвиг фаз между током и напряжением φ находится в пределах $-\frac{\pi}{2} < \varphi < \frac{\pi}{2}$. При чисто активной нагрузке $\varphi = 0$.

Проводник с активным сопротивлением R при прохождении переменного тока выделяет количество теплоты $Q = I^2Rt$. На индуктивном и емкостном сопротивлениях теплота не выделяется. Поэтому закон Джоуля — Ленца при переменном токе следует применять только в виде $Q = I^2Rt$. Расчет по формулам $Q = \frac{U^2}{R}t$ и $Q = IUt$ возможен только в случае чисто активной нагрузки.

Решение задач по переменному току лучше всего начинать со случая вращения рамки в магнитном поле, в результате чего возникает переменная ЭДС индукции в проводниках рамки. Здесь используют уже известный учащимся закон электромагнитной индукции:

$$\mathscr{E} = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}.$$

Весьма полезен анализ графиков, осциллограмм и выяснение сущности зависимости $i = I_m \sin\omega t$. После этого решают задачи на вычисления действующих значений тока и напряжения по амплитудным значениям или обратные задачи. Обязательными являются также задачи на определение емкостного и индуктивного сопротивлений.

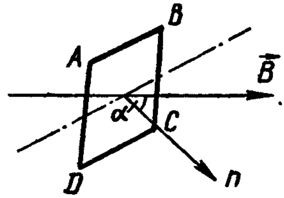


Рис. 220

По вопросу о резонансе в цепи переменного тока можно ограничиться решением только качественных задач. Учащиеся должны знать, что в цепи переменного тока при частоте $\nu_{вынужд} = \nu_{собств}$ или $\omega_{вынужд} = \omega_{собств}$ возникает резонанс. При этом $X_L = X_C$ и ток в цепи определяется только активным сопротивлением R. При малом R сила тока может достигнуть больших значений.

592. Каково максимальное значение ЭДС индукции в квадратной рамке со стороной a, вращающейся в однородном магнитном поле с индукцией $\vec{B}$ вокруг оси, которая проходит через середины противоположных сторон с угловой скоростью ω, если вектор магнитной индукции $\vec{B}$ перпендикулярен оси рамки (рис. 220).

593. Начертите графики двух переменных токов, действующие значения которых соответственно равны 4 и 5 А, а периоды — 0,01 и 0,02 с. Начертите графики для силы тока.

Решение. Графики этих переменных токов приведены на рисунке 221. Для их вычерчивания необходимо предварительно найти $I_m = I\sqrt{2}$, а затем строить график, пользуясь зависимостью $i = I_m \sin\omega t$.

594. На рисунке 222, a приведены осциллограммы двух токов. Чем они отличаются и что общего между ними?

Решение. Для ответа на поставленный вопрос необходимо провести ось времени t, определить периоды колебаний T_1 и T_2 (см. рис. 222, $б$). Теперь можно сказать, что эти токи одинаковой частоты, но с разными амплитудами и фазами. Ток i_2 имеет амплитуду I_{m2}, большую, чем ток i_1. Колебания тока i_1 опережают по фазе колебания тока i_2 на $\varphi = \omega\Delta t = \frac{2\pi}{T}\Delta t$.

Если еще наложить на осциллограмму координатную сетку, проградуированную в определенных единицах, то можно определить максимальное значение силы тока I_m, период колебаний T и рассчитать фазу φ.

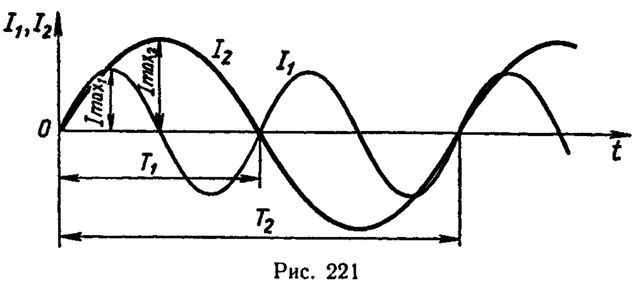


Рис. 221

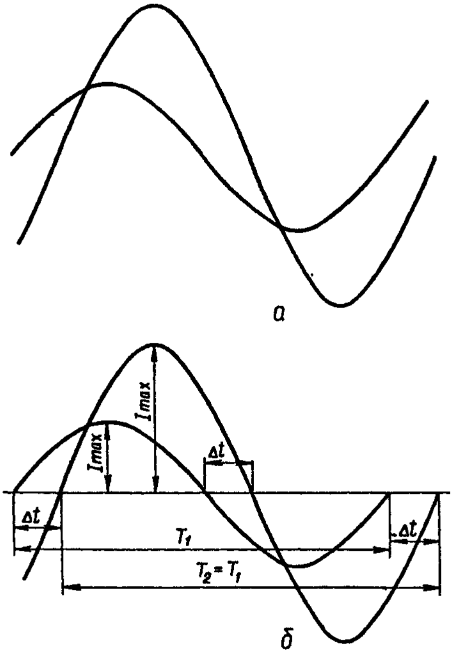


Рис. 222

595. Мгновенное значение силы тока для фазы $\frac{\pi}{6}$ равно 6 А. Определите амплитудное и действующее значения силы тока.

Решение. Пусть мгновенное значение силы тока $i = I_m \sin\omega t$. По условию задачи $\omega t = \frac{\pi}{6}$, т. е. $\sin\frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$, $i = I_m\frac{1}{2}$, или $I_m = 2i = 12$ А. Действующее значение силы тока

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = \frac{12\ \text{А}}{\sqrt{2}} \approx 8{,}6\ \text{А}.$$

596. Пробивное напряжение конденсатора составляет $U_{пр} = 450$ В. Можно ли включить этот конденсатор в электрическую цепь, в которой вольтметр показывает напряжение $U = 380$ В.

Решение. Вольтметр измеряет действующее значение напряжения U. Определим амплитудное значение напряжения U_m:

$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}},\ \text{откуда}\ U_m = \sqrt{2}\ U = 380\ \text{В}\sqrt{2} \approx 500\ \text{В}.$$

Максимальное напряжение оказалось больше пробивного. Конденсатор включать в цепь с напряжением 380 В нельзя.

597. Действующее значение напряжения на конденсаторе в контуре $U = 100$ В. Определите максимальное значение энергии конденсатора и катушки в контуре, если электроемкость конденсатора $C = 10$ пФ.

Решение. Учащиеся знают формулу для энергии конденсатора

$$W = \frac{q^2}{2C};\ \text{но}\ C = \frac{q}{U},\quad \text{а}\ q = CU.$$

Легко получить, что энергия заряженного конденсатора $W = \frac{CU^2}{2}$. Максимальная энергия

$$W_{max} = \frac{CU_m^2}{2}.$$

Известно, что $U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$, а $U_m = U\sqrt{2}$. Подставив в формулу для W_{max} значение U_m, получим:

$$W_{max} = \frac{2CU^2}{2} = 10 \cdot 10^{-12}\,\Phi \cdot 100^2\,B^2 \approx 10^{-7}\,Дж.$$

Магнитное поле катушки через $\frac{T}{4}$ будет обладать такой же энергией при условии, если в контуре нет потерь.

598. В цепи технического переменного тока конденсатор имеет сопротивление $X_C = 100$ Ом. Определите сопротивление этого конденсатора при включении его в цепь переменного тока частотой $\nu_2 = 5$ кГц. Какова электроемкость конденсатора?

Решение. Частота переменного технического тока $\nu_1 = 50$ Гц. Емкостное сопротивление конденсатора при частоте ν_1

$$X_{C_1} = \frac{1}{\omega_1 C_1} = \frac{1}{2\pi\nu_1 C_1},$$

отсюда электроемкость конденсатора

$$C_1 = \frac{1}{2\pi\nu_1 X_{C_1}} = \frac{1}{2 \cdot 3{,}14 \cdot 50\ \text{с}^{-1} \cdot 1000\ \text{Ом}} = 3 \cdot 10^{-6}\ \Phi.$$

Емкостное сопротивление конденсатора при частоте ν_2 определяем либо по формуле

$$X_{C_2} = \frac{1}{2\pi\nu_2 C_2},$$

либо из отношения

$$\frac{X_{C_1}}{X_{C_2}} = \frac{\nu_2}{\nu_1}.$$

Подставляя числовые значения, получим $X_{C_2} = 10$ Ом.

599. Найдите индуктивность катушки, если ее индуктивное сопротивление в цепи переменного тока промышленной частоты равно 11 Ом.

Решение. Из формулы $X_L = \omega L = 2\pi\nu L$ находим $L = \frac{X_L}{2\pi\nu}$; $X_L = 11$ Ом, $\nu = 50$ Гц, тогда

$$L = \frac{11\ \text{Ом}}{2 \cdot 3{,}14 \cdot 50\ \text{Гц}} \approx 0{,}035\ \text{Гн}.$$

600. Назовите все элементы автоколебательной системы в часах, получивших название «ходиков». Это маятниковые часы с грузом, который постепенно опускается при ходе часов. Не забудьте, что в этих часах есть храповое колесо с анкером.

При решении задач о трансформации тока используют следующие величины и зависимости.

Коэффициент трансформации

$$K = \frac{n_1}{n_2} = \frac{U_1}{U_2},$$

где n_1, n_2, U_1 и U_2 — соответственно число витков и напряжение в первичной и вторичной обмотках трансформаторов, кроме того,

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{I_2}{I_1}.$$

Обычно при расчетах падением напряжения на обмотках трансформатора можно пренебречь. Также можно пренебречь потерями энергии на перемагничивание.

Полная мощность, потребляемая в цепи и обмотке, $P = I(U + IR)$, где U — напряжение на клеммах, а R — сопротивление обмотки трансформатора. Без учета потерь

$$I_1U_1 = I_2U_2 \text{ и } \frac{U_1}{U_2} = \frac{I_2}{I_1}.$$

Следовательно, повышая с помощью трансформатора напряжение в несколько раз, мы уменьшаем во столько же раз силу тока. Вначале целесообразно разобрать простые качественные задачи.

601. Почему обмотки трансформаторов делают из меди высокой электропроводности?

602. Сердечники трансформаторов изготавливают из мягкого железа, причем из отдельных изолированных друг от друга пластин. Что этим достигают?

603. Сердечник и обмотки трансформатора греются. О чем это говорит? Как поступают в случае мощных трансформаторов?

Решение. Нагревание происходит в результате выделения джоулева тепла. Трансформаторы большой мощности охлаждают с помощью жидкости — трансформаторного масла.

604. Трансформатор повышающий. Что вы можете сказать о сечении проводов первичной и вторичной обмоток трансформатора (где оно больше)?

605. Сила тока в первичной обмотке трансформатора равна 0,5 А, напряжение на клеммах 220 В, коэффициент трансформации 22. Определите напряжение во вторичной цепи.

Решение. Если пренебречь потерями, то $K = \frac{U_1}{U_2}$, откуда

$$U_2 = \frac{U_1}{K} = \frac{220\ \text{В}}{22} = 10\ \text{В}.$$

606. Понижающий трансформатор с коэффициентом трансформации $K = 10$ включен в сеть напряжением $U_1 = 127$ В. Сопротивление вторичной обмотки $R_2 = 2$ Ом, сила тока $I_2 = 3$ А. Определите напряжение на клеммах вторичной обмотки. Потерями энергии в первичной обмотке пренебрегите.

Решение. Для понижающего трансформатора в случае, когда потерями в первичной обмотке можно пренебречь, а во вторичной нельзя, записываем:

$$K = \frac{n_1}{n_2} = \frac{U_1}{U_2 + I_2R_2},$$

отсюда

$$U_2 = \frac{U_1 - KI_2R_2}{K} = \frac{127\ \text{В} - 10\cdot 3\ \text{А}\cdot 2\ \text{Ом}}{10} = 6{,}7\ \text{В}.$$

607*. Линия электропередачи длиной 100 км работает при напряжении 200 кВ. Определите КПД линии, т. е. отношение напряжения на нагрузке к напряжению, подводимому к линии. Линия выполнена алюминиевым кабелем площадью поперечного сечения 150 мм^2. Передаваемая мощность 30 000 кВт.

Р е ш е н и е. Сила тока в линии

$$I = \frac{P}{U} = \frac{30\,000\ \text{кВт}}{200\ \text{кВ}} = 150\ \text{А}.$$

Сопротивление линии передачи, учитывая, что линия двухпроводная,

$$R = \rho\frac{2l}{S} = 2{,}8\cdot 10^{-8}\ \text{Ом}\cdot\text{м}\,\frac{2\cdot 100\,000\ \text{м}}{150\cdot 10^{-6}\ \text{м}^2} \approx 37{,}3\ \text{Ом}.$$

На линии передачи происходит падение напряжения:

$$U_{\text{пад}} = IR = 150\ \text{А}\cdot 37{,}3\ \text{Ом} \approx 6000\ \text{В}.$$

Напряжение на нагрузке

$$U_{\text{нагр}} = U - U_{\text{пад}} = 200\ \text{кВ} - 6\ \text{кВ} = 194\ \text{кВ}.$$

КПД линии

$$\eta = \frac{U_{\text{нагр}}}{U} = \frac{194\ \text{кВ}}{200\ \text{кВ}} \approx 0{,}97,\ \text{или}\ 97\%.$$

Г л а в а 33. МЕХАНИЧЕСКИЕ ВОЛНЫ. ЗВУК

В данной теме решают задачи о распространении механических колебаний, которые совершаются частицами твердых тел, жидкостей и газов под действием сил, линейно зависящих от смещения. В этом случае частицы совершают гармонические колебательные движения с малыми амплитудами и распространение колебаний описывается уравнением волны:

$$x = X_m \sin\omega\left(t - \frac{l}{c}\right),$$

где X_m — амплитуда колебаний, t — время начала отсчета, l — расстояние точки от центра колебаний и c — скорость распространения волны.

Уравнение волны не нужно смешивать с уравнением гармонического движения $x = X_m \sin(\omega t + \varphi_0)$, которое описывает смещение одной и той же точки от положения равновесия, в то время как уравнение волны говорит об отклонении от положения равновесия различных точек по направлению распространения волны в избранный момент времени t. Уравнение волны рисует картину, которую можно наглядно увидеть в природе: волны в шнуре, волны на воде и т. д. Уравнение же гармонического колебания — это только математическое выражение зависимости смещения x от времени t.

§ 97. Распространение колебаний в упругой среде. Волны

По теме решают главным образом задачи о распространении в различных средах звуковых волн. Основные типы задач определяются следующий формулой:

$$s = vt. \qquad (1)$$

В соответствии с этой формулой составляют и решают задачи, в которых находят расстояние s, пройденное волной, время t и скорость v распространения колебаний в той или иной среде. При этом нужно четко разграничить в сознании учащихся понятие скорости v от скорости гармонического колебания точки.

Скорость гармонического колебательного движения — величина переменная. Она изменяется по закону $v_x = X_m\omega\cos(\omega t + \varphi_0)$. Это мгновенная скорость колебания точки для времени t.

Скорость же v для данной среды — величина постоянная. Ее называют также фазовой скоростью, поскольку она характеризует скорость распространения какой-либо фазы волны в пространстве. Некоторое понятие о зависимости скорости распространения волн от среды, хотя соответствующие количественные соотношения не изучают в средней школе, желательно дать на примере решения конкретных задач:

$$\lambda = vT; \; T = \frac{1}{\nu}, \qquad (2)$$

где ν — частота колебаний.

На факультативных и кружковых занятиях могут представить интерес сведения о музыкальных звуках.

608. На середине пруда плавает мяч. Чтобы пригнать его к берегу, мальчик создает палкой волны. Достигает ли он таким образом цели?

Решение. Частицы воды не перемещаются по направлению распространения волны. Поэтому мальчик цели не достигает.

609. Скорость звука в чугуне впервые была определена французским ученым Био следующим образом. У одного конца чугунной трубы ударяли в колокол; у другого конца наблюдатель слышал два звука: сначала один, пришедший по чугуну, а спустя некоторое время — второй, пришедший по воздуху. Длина трубы была 930 м, промежуток времени между приходом звуков оказался равным 2,5 с. Найдите по этим данным скорость звука в чугуне. Скорость звука в воздухе примите равной 340 м/с.

Решение. Звук в однородной среде распространяется равномерно: $s = vt$. Время распространения звука в воздухе $t_в = \frac{s}{v_в}$, в чугуне $t_ч = \frac{s}{v_ч}$. По условию

$$t_в - t_ч = \frac{s}{v_в} - \frac{s}{v_ч} = 2{,}5 \text{ с}.$$

Подставив числовые значения величин, получим: $v_ч = 3950$ м/с.

610. Кривая, изображенная на рисунке 223, показывает, как изменяется длина звуковой волны в железе от частоты колебаний (при температуре 20 °С). Определите по графику скорость распространения звука в железе. Зависит ли скорость звука от длины волны?

Решение. Определим скорость звука для длин волн 100, 200 и 500 м:

$$v_1 = 100 \text{ м} \cdot 50 \text{ с}^{-1} = 5000 \text{ м/с}; \; v_2 = 200 \text{ м} \cdot 25 \text{ с}^{-1} = 5000 \text{ м/с};$$
$$v_3 = 500 \text{ м} \cdot 10 \text{ с}^{-1} = 5000 \text{ м/с}.$$

Скорость звука не зависит от длины волны.

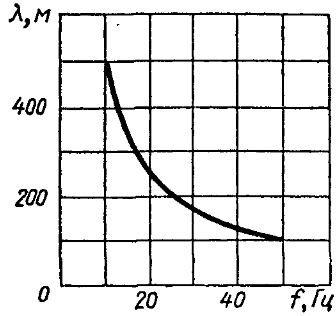


Рис. 223

611. Звуковые колебания, имеющие частоту $\nu = 500$ Гц и амплитуду $A = 0{,}25$ мм, распространяются в воздухе; длина волны $\lambda = 70$ см. Найдите: 1) скорость распространения колебаний, 2) максимальную скорость частиц в воздухе[1].

Решение. Скорость распространения колебаний в воздухе

$$v_{\text{в}} = \frac{\lambda}{T} = \lambda\nu = 0{,}70 \text{ м} \cdot 500 \text{ с}^{-1} = 350 \text{ м/с}.$$

Максимальная скорость колебательного движения частиц

$$v_x = \omega X_m = 2\pi\nu \cdot X_m = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 500 \text{ с}^{-1} \cdot 0{,}25 \cdot 10^{-3} \text{ м} = 0{,}785 \text{ м/с}.$$

Анализируя полученные данные, нужно обратить внимание учащихся на различное значение величин $v_{\text{в}}$ и v_x. В данном случае фазовая скорость в сотни раз больше максимальной скорости колеблющихся частиц воздуха.

612. Волны распространяются вдоль резинового шнура со скоростью 3 м/с при частоте 2 Гц. В каких фазах находятся точки, отстоящие друг от друга на расстоянии 75 см?

Решение. Определим длину волны

$$\lambda = \frac{v}{\nu} = \frac{3 \text{ м/с}}{2 \text{ с}^{-1}} = 1{,}5 \text{ м}.$$

Ясно, что точки колеблются в противоположных фазах, так как $0{,}75 \text{ м} = \frac{\lambda}{2}$.

§ 98. Интерференция и дифракция волн

При решении задач об интерференции рассматривают только некоторые частные, но весьма важные случаи интерференции волн, которые создаются когерентными источниками, дающими колебания одинаковой частоты, постоянной разности фаз и одинакового направления.

При интерференции волн колебания будут в наибольшей мере

[1] См.: Волькенштейн В. С. Сборник задач по общему курсу физики.— М.: Наука, 1973, № 12.57.

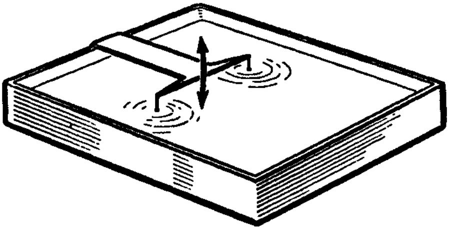


Рис. 224

усиливаться, если они совпадают по фазе, и будут гасить друг друга, когда разность фаз равна π или $(2n + 1)\pi$, где n — целое число.

Если плоская волна падает на плоскую и большую по сравнению с длиной волны поверхность, то угол падения равен углу отражения, что желательно проверить с помощью наблюдений за отражением коротких импульсов от больших поверхностей.

Явление дифракции волн рассматривают качественно.

613. С помощью упругой пластинки — вибратора (рис. 224) на поверхности воды создают две волны. Найдите построением положение впадин и пучностей, образовавшихся при интерференции волн. Расстояние между когерентными источниками равно 10 см, длина волны 5 см.

Решение. Изобразим когерентные источники a и $б$ (рис. 225) и вокруг каждого из них проведем концентрические окружности радиусами $R_1 = \frac{\lambda}{2}$; $R_2 = \lambda$; $R_3 = \frac{3}{2}\lambda$ и т. д. Окружности с радиусом, равным нечетному числу полуволн, проводим пунктиром, а четному — сплошной линией. Точки, для которых разность хода равна четному числу полуволн (пучности), обозначим, например, кружочками, а нечетному (впадины) — крестиками. В результате получаем картину, показанную на рисунке 225.

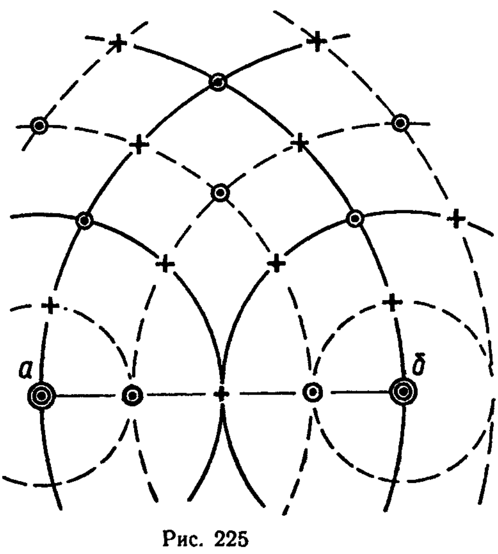


Рис. 225

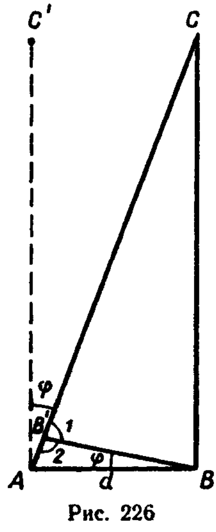


Рис. 226

Для области, расположенной ниже прямой *аб*, задачу можно решить из соображений симметрии.

614. Точка S (рис. 226) удалена от источников колебаний A и B на расстояние $AC \gg AB$. Как в этом случае зависит разность хода волн до точки C от расстояния $AB = d$ и угла φ?

Решение. Отложим от точки C отрезок $CB' = CB$. Так как $d \ll AC$, то $\angle C$ мал, $\angle 1 \approx \angle 2 \approx 90°$. Разность хода волн $AB' = d \sin \varphi$.

Для максимумов и минимумов колебаний формула соответственно примет вид

$$n\lambda = d \sin \varphi; \ n\lambda + \frac{\lambda}{2} = d \sin \varphi.$$

615. Человек чувствует разность времен воздействия звука на уши, равную $3 \cdot 10^{-5}$с. На какой угол должен переместиться находящийся перед человеком далекий источник звука, чтобы можно было заметить это смещение? Расстояние между ушами $d = 20$ см.

Решение. Если источник звука из точки C' сместился в точку C (см. рис. 226), то

$$\sin \varphi = \frac{AB'}{d}; \ AB' = vt = 340 \text{ м/с} \cdot 3 \cdot 10^{-5} \text{с} = 0{,}01 \text{ м};$$

$$\sin \varphi = \frac{0{,}01}{0{,}20} = 0{,}05; \ \varphi \approx 3°.$$

616. Разность хода двух когерентных волн с одинаковой амплитудой колебаний равна 15 см, а длина волны 10 см. Каков результат интерференции этих волн? [39, № 1039; см. также задачу 1038]

Задачи такого типа решают по общему правилу: находят отношение разности хода волн и длины полуволны. Если это отношение окажется четным числом, то происходит усиление колебаний, а если нечетным — ослабление.

В данном случае $\frac{\lambda}{2} = 5$ см; $\frac{15 \text{ см}}{5 \text{ см}} = 3$ — ослабление.

617 (э). Пронаблюдайте, какие волны (длинные или короткие) лучше огибают препятствия на воде: сваи, лодки и т. д.

618. Почему мы слышим звуки, которые раздаются за различными преградами: углом дома, сплошным забором и даже за лесом или горой?

619. Прислушайтесь к эху. Выше или ниже его звуки по сравнению с теми, которые создали его?

Решение. Длинные волны лучше огибают препятствия. Звуковые волны с частотой 2000 Гц, к которой наиболее чувствительно ухо, имеют длину волны

$$\lambda = \frac{340 \text{ м/с} \cdot}{2000 \text{ с}^{-1}} = 17 \text{ см}$$

и потому хорошо огибают сравнимые с ними преграды. Отражаются же лучше короткие волны, поэтому звуки эха обычно выше по тону, чем звуки, создавшие его.

§ 99. Инфразвук и ультразвук

620. Медуза «слышит» недоступные человеку инфразвуки частотой 8—13 Гц, которые возникают, как обнаружил академик В. В. Шулейкин, при шторме от трения волн о воздух. В приборе, имитирующем орган слуха медузы (рис. 227), имеются резонатор, пропускающий колебания нужных частот, и пьезодатчик, преобразующий эти колебания в импульсы электрического тока. Далее эти импульсы усиливают и измеряют. Прибор позволяет определить наступление шторма примерно за 15 ч. Какова длина волны инфразвука, имеющего частоту 10 Гц, если скорость звука в морской воде при температуре 0 °С равна 1550 м/с?

Решение. Длина волны $\lambda = \frac{v}{\nu}$;

$$\lambda = \frac{1550 \text{ м/с}}{10\text{с}^{-1}} = 155 \text{ м}.$$

621. Для связи между собой дельфины издают звуки от 10 до 400 Гц, а для звуколокации 750—300 000 Гц. Чем объяснить такую разницу издаваемых для разных целей звуков?

Решение. Звуковые колебания большой частоты (с малой длиной волны) обеспечивают большую точность локации, так как зеркальное отражение волн получается только от предметов, размеры которых превышают длину звуковой волны. Предметы, меньше длины звуковой волны, дают слабое эхо. Для связи нужно использовать слабо затухающие звуки. Этому требованию удовлетворяют звуки низкой частоты.

622. Сравните энергию волн звуковой и ультразвуковой частоты, если амплитуды колебаний одинаковы, а частоты соответственно равны 1 кГц и 1 МГц [22, № 1296].

Решение. Энергия колебательного движения в первом случае

$$W_1 = \frac{mv_1^2}{2} = \frac{m\omega_1^2 X_m^2}{2} = \frac{m4\pi^2\nu_1^2 X_m^2}{2}.$$

Во втором случае

$$W_2 = \frac{4\pi^2\nu_2^2 X_m^2}{2}; \quad \frac{W_2}{W_1} = \frac{\nu_2^2}{\nu_1^2} = \frac{10^{12} \text{ Гц}^2}{10^6 \text{ Гц}^2} = 10^6.$$

623. Стальную деталь (рис. 228) проверяют ультразвуковым дефектоскопом. Первый отраженный сигнал был получен через 60 мкс после посылки, а второй — через 180 мкс. На какой глубине обнаружен дефект детали? Какова высота детали? Скорость ультразвука в стали равна 5000 м/с [22, № 1309].

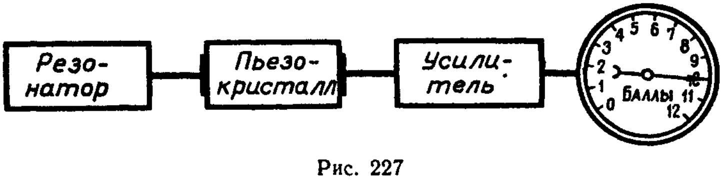


Рис. 227

Решение. Прибор отмечает время, за которое сигнал дошел до дефекта и вернулся обратно. Следовательно, расстояние до дефекта

$$h_1 = v\frac{t}{2} = 5000 \text{ м/с} \cdot 30 \cdot 10^{-6}\text{с} = 15 \text{ см}.$$

Высота детали

$$h_2 = 5000 \text{ м/с} \cdot 90 \cdot 10^{-6} \text{ с} = 45 \text{ см}.$$

Желательно также решить аналогичные задачи об измерении глубины моря с помощью эхолокации.

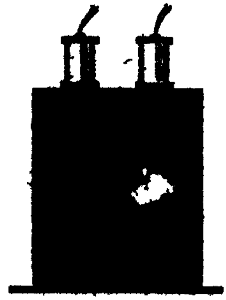


Рис. 228

Глава 34. ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ

В теме «Электромагнитные волны» даются самые первые представления о применении электромагнитных волн для радиосвязи, радиолокации и телевидения. Значительно глубже изучают в теме только несколько вопросов чисто физического содержания, таких, как понятие об электромагнитном поле, скорости распространения электромагнитных волн, свойствах электромагнитных волн и др. На их уяснение и должно быть направлено главное внимание.

Характер изучения основного материала в теме определяет и содержание задач и упражнений, которые целесообразны для усвоения данной темы. В основном это качественные задачи. Исключение составляют лишь задачи на расчет длины электромагнитной волны и на определение времени распространения сигнала при радиолокации.

Учащиеся должны твердо знать, что длина электромагнитной волны $\lambda = cT = \frac{c}{\nu}$, где c — скорость распространения электромагнитных волн в вакууме, равная скорости света в вакууме. При распространении электромагнитных колебаний в какой-либо другой среде скорость волны изменяется (обозначим ее v) и длина волны $\lambda = vT$. В атмосфере скорость практически можно принимать равной скорости света в вакууме.

Необходимо еще обратить внимание учащихся и показать это при решении задач, что основная характеристика колебаний — это их частота ν (или период T). Длина волны λ меняется при переходе из одной среды в другую, в то время как частота остается неизменной.

624. Частота электромагнитных колебаний, создаваемых передатчиком радиостанции, равна 6 МГц. Какова длина электромагнитных волн, излучаемых радиостанцией?

Решение. Длина волны

$$\lambda = \frac{c}{\nu}; \ \lambda = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ м/с}}{6 \cdot 10^6 \text{ с}^{-1}} = 50 \text{ м}.$$

625. Радиолокационная станция излучает 10-сантиметровые радиоволны. Какова частота колебаний?

626. Электроемкость конденсатора переменной емкости в контуре радиоприемника может изменяться от 50 до 450 пф. Индуктивность катушки остается при этом неизменной и равной $L = 0,6$ мГн. На каких длинах волн работает радиоприемник?

Решение. Длина волны $\lambda = cT$, $T = 2\pi\sqrt{LC}$. Длины волн лежат в интервале от $\lambda_1 = cT_1$ (при электроемкости $C_1 = 50$ пФ) до $\lambda_2 = cT_2$ (при электроемкости $C_2 = 450$ пФ):

$$T_1 = 2\pi\sqrt{LC_1} = 6,28\sqrt{0,6 \cdot 10^{-3}\ \text{Гн} \cdot 50 \cdot 10^{-12}\ \Phi} \approx 1 \cdot 10^{-6}\ \text{с};$$

$$T_2 = 2\pi\sqrt{LC_2} =$$

$$= 6,28\sqrt{0,6 \cdot 10^{-3}\ \text{Гн} \cdot 450 \cdot 10^{-12}\ \Phi} \approx 3 \cdot 10^{-6}\ \text{с};$$

$$\lambda_1 = cT_1 = 3 \cdot 10^8\ \text{м/с} \cdot 10^{-6}\ \text{с} = 300\ \text{м};$$

$$\lambda_2 = cT_2 = 3 \cdot 10^8\ \text{м/с} \cdot 3 \cdot 10^{-6}\ \text{с} = 900\ \text{м};$$

$$300\ \text{м} \leqslant \lambda \leqslant 900\ \text{м}.$$

627. Электромагнитные колебания частотой $\nu = 1$ МГц возбуждают в некоторой однородной среде электромагнитные волны с длиной волны $\lambda = 200$ м. Чему равна скорость волн в этой среде? Определите длину электромагнитных волн от этого же источника в вакууме.

628. Сигнал радиолокатора возвратился от цели через $3,3 \cdot 10^{-4}$ с. На каком расстоянии находится цель?

Решение. На радиолокационной станции излучатель и приемник расположены в одном и том же месте. Поэтому электромагнитные волны с момента излучения до момента приема, т. е. за время $t = 3,3 \cdot 10^{-4}$ с, прошли путь, равный удвоенному расстоянию от радиолокатора до отражающего волны предмета. Искомое расстояние

$$s = \frac{ct}{2} = \frac{3 \cdot 10^8\ \text{м/с} \cdot 3,3 \cdot 10^{-4}\ \text{с.}}{2} = 50\,000\ \text{м} \approx 50\ \text{км}.$$

629. В некоторой системе отсчета покоится заряд. Какое поле существует вокруг этого заряда с точки зрения неподвижного наблюдателя относительно заряда? с точки зрения движущегося наблюдателя?

Решение. Вокруг заряда всегда существует электромагнитное поле. В случае покоящейся системы «наблюдатель — заряд» — это электростатическое поле. В случае любого движения в системе «наблюдатель — заряд» — поле электромагнитное.

630. Магнит покоится на Земле. Какое поле существует вокруг него?

Решение. Вокруг магнита, как и вокруг заряда, всегда существует электромагнитное поле. Если наблюдатель покоится, то он обнаружит только магнитное поле. Если же наблюдатель движется относительно магнита, то он обнаружит еще и электрическое поле.

631. Можно ли выбрать такую систему отсчета, в которой магнитная индукция проводника с током равнялась бы нулю? [14, упр. 5, № 1]

Решение. В твердых проводниках находящиеся в узлах кристаллической решетки ионы совершают лишь колебательные движения около центров равновесия; но если наблюдатель покоится относительно электронов (т. е. движется с такой же скоростью, что и электроны относительно проводника), то с его точки зрения узлы кристаллической решетки, в которой находятся ионы, движутся в противоположную сторону с такой же скоростью — вокруг них будет существовать такое же магнитное поле.

В нетвердых проводниках электроны и анионы движутся в одну сторону (против поля), а катионы — в противоположную (по полю). Следовательно, относительно покоящейся системы отсчета «наблюдатель — электроны и анионы» движутся катионы. Вокруг катионов будет существовать магнитное поле. Поэтому такую систему отсчета выбрать нельзя.

632. Почему для радиосвязи применяют электрические колебания высоких частот?

Решение. Энергия, излучаемая антеннами радиопередатчиков, пропорциональна четвертой степени частоты колебаний. При высоких частотах излучается энергия, достаточная для осуществления радиосвязи.

633. Почему в радиолокации применяют сверхвысокочастотные колебания (СВЧ)?

Решение. Это связано с тем, что сверхвысокочастотному излучению проще придать направленный характер (получить «луч» в радиолокаторе) и есть возможность обнаруживать предметы достаточно малых размеров. Электромагнитные волны больших длин волн будут огибать препятствия, размеры которых d меньше длины волны $\lambda (d < \lambda)$. Будет наблюдаться дифракция электромагнитных волн.

634. Иногда изображение на экране телевизора двоится. Что заставляет электронный луч писать второе изображение? Почему устойчивый прием телевизионной передачи возможен только в пределах прямой видимости?

Решение. Посылаемая телецентром волна частично непосредственно воспринимается антенной, а частично воспринимается с некоторым запаздыванием как отраженная от кровли расположенных вблизи зданий или различных металлических предметов.

Телевидение осуществляется на длинах волн, меньших 10 м. Ионосфера для этих волн «прозрачна», и отражение волн от нее не происходит. Распространяются же короткие волны практически по прямой.

ОПТИКА

Глава 35. ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ОПТИКА

В данном разделе решают задачи, закрепляющие понятия о простейших и вместе с тем практически важных явлениях геометрической оптики (прямолинейное распространение света, законы отражения и преломления света, линзы). В этих задачах вместо физического понятия световой волны используют геометрическое понятие светового луча, т. е. линии, показывающей направление распространения света. Такой подход к решению определенного класса задач должен предполагать понимание учащимися того факта, что свет — это электромагнитные излучения с длиной волны от 10^{-2} до 10^{-7} м, к которым применимы ранее изученные общие законы механических и электромагнитных волн (отражения, интерференции, дифракции и др.). Такой подход подготовит учащихся к более глубокому изучению световых волн.

§ 100. Прямолинейное распространение света

С помощью задач по данной теме уточняют понятие о луче света и границах применения «лучевой оптики», а также формируют некоторые практические умения («провешивание» прямых линий, определение расстояний и т. д.).

635. Как в солнечный день по тени определить высоту дерева, башни и т. п.?

Решение. Сначала определяют длину тени $A'C = l$ (рис. 229) от какого-либо шеста или рейки, высота которой $A'B' = h$ известна. Затем измеряют длину тени $AC = L$ дерева и из подобия треугольников ABC и $A'B'C$ находят, что высота дерева $H = \frac{Lh}{l}$.

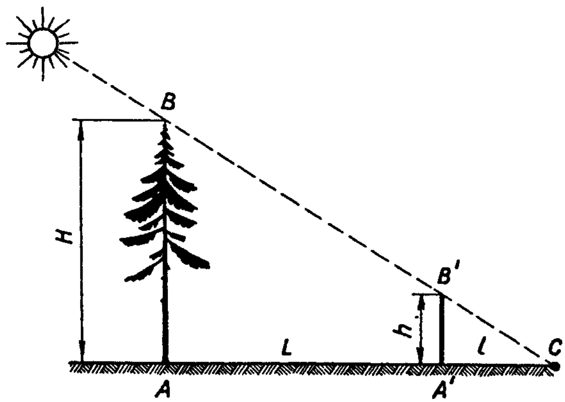


Рис. 229

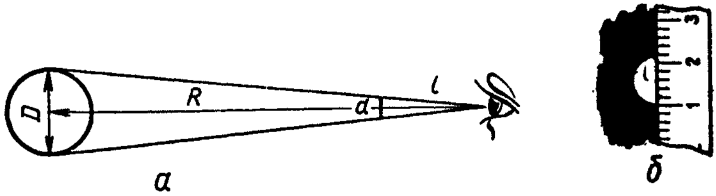


Рис. 230

636 (э). Используя масштабную линейку и закопченное стекло, оцените примерный диаметр Солнца D, считая расстояние до него равным $R = 150$ млн. км.

Решение. К закопченному стеклу прикладывают линейку и, держа его в руке, смотрят через стекло на Солнце, как показано на рисунке 230, *а*. По линейке измеряют видимый диаметр Солнца в миллиметрах (рис. 230, *б*). Диаметр Солнца

$$D = \frac{Rd}{l},$$

где l — расстояние от глаза до закопченного стекла.

В одном из опытов были получены следующие данные: $d = 6$ мм; $l = 60$ см; $D = 1{,}5$ млн. км. Диаметр Солнца примерно в 100 раз меньше радиуса земной орбиты.

Аналогично можно определить диаметр Луны или по известному размеру далекого предмета — расстояние до него.

637 (э). В листе картона или плотной бумаги проделайте несколько отверстий разного диаметра (5, 2, 1 и 0,1 мм) и получите с их помощью на экране изображение волоска электрической лампы или пламени свечи. Постройте ход лучей и объясните, как получаются изображения. В чем отличие этих изображений? Изменится ли качество изображения, если вместо круглых отверстий взять отверстия треугольные или квадратные? Ответ проверьте на опыте.

Решение. Каждая светящаяся точка предмета дает на экране светлое пятно, форма которого соответствует форме отверстия. Совокупность таких пятен независимо от их формы дает перевернутое изображение предмета.

638 (э). а) Укрепите в листе картона две булавки или держите вертикально в руках на различном расстоянии от глаза два карандаша так, чтобы ближний закрывал собой дальний. Слегка смещая глаз вправо и влево, установите правило, в какую сторону при этом смещается дальний предмет относительно ближнего.

б) Установите перед зеркалом *а* карандаш *б* и определите, где за зеркалом находится его изображение *в*. Для этого поместите второй карандаш *г* за зеркалом (рис. 231) и, смещая глаз вправо и влево, как в первом задании, и двигая

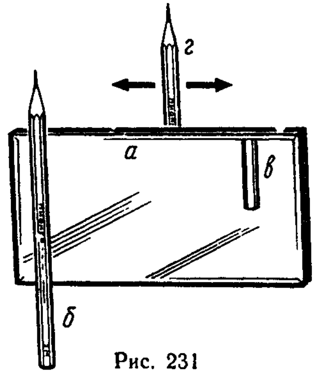


Рис. 231

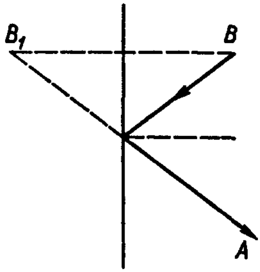


Рис. 232

карандаш *г*, найдите такое его положение, когда за зеркалом он не будет смещаться относительно изображения *в*. На основе опыта сделайте вывод, где находится изображение *в*.

Решение. а) Дальний предмет смещается относительно ближнего в ту же сторону, что и глаз.

б) Измерением находим, что изображение карандаша находится за зеркалом на таком же расстоянии, как и сам карандаш перед зеркалом, т. е. каждая точка изображения расположена симметрично относительно зеркала с соответствующей точкой предмета.

639. Ученик *А* увидел в стекле витрины своего товарища *В* (рис. 232). Где на самом деле находился в это время мальчик *В*?

Задача призвана подчеркнуть, что изображение B' симметрично относительно зеркала с самим предметом B.

640 (э). Поместите перед зеркалом свою руку. Является ли ее изображение тождественным самой руке?

Решение. Рука и ее изображение взаимно симметричные фигуры. Зеркальное изображение, например, правой руки представляет собой левую руку, а изображение правого глаза — левый глаз лица человека в зеркале. По этой причине человек никогда не видит в зеркале тождественного изображения своего лица, как на фотографии.

641 (э). Положив недалеко от своих ног зеркало, найдите в нем изображение верхушки дерева, столба или другого высокого предмета и, произведя соответствующие измерения и расчеты, определите их высоту.

Решение. Сделаем чертеж (подобный рис. 233). В соответствии с законом отражения света $\alpha = \alpha'$. Поэтому $\angle 1 = \angle 2$;

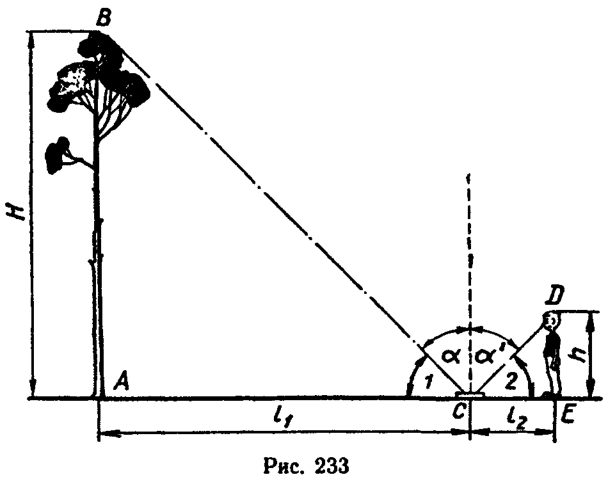


Рис. 233

$\triangle ABC \sim \triangle CDE$, следовательно, $\frac{H}{l_1} = \frac{h}{l_2}$, откуда высота дерева

$$H = \frac{l_1 h}{l_2},$$

где h — расстояние от глаз человека до земли, а l_1 и l_2 — соответственно расстояния от зеркала до дерева и ног человека.

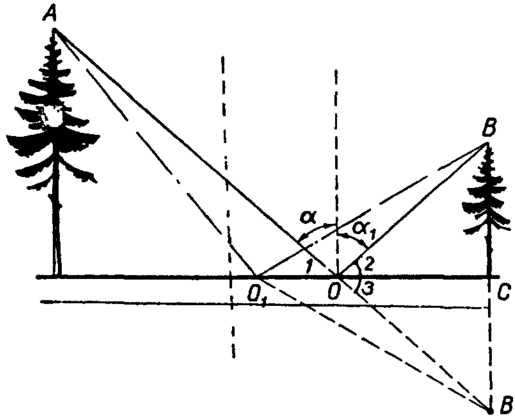


Рис. 234

642. На верхушке дерева у поляны сидит птица. Где на земле она должна схватить ягоду, чтобы кратчайшим путем перелететь на другое дерево на противоположной стороне поляны?

Р е ш е н и е. Допустим, что птица должна перелететь с вершины A на вершину B (рис. 234). Построим точку B', симметричную точке B, относительно поверхности Земли и проведем прямые AB' и OB; AB' — кратчайшее расстояние между точками A и B', но $OB' = OB$, поэтому путь AOB также кратчайший для данной задачи. Любой другой путь, например $AO_1B > AOB$, так как $AO_1B > AOB'$.

Из рисунка 234 видно, что $\alpha = \alpha'$, следовательно, кратчайший путь AOB соответствует ходу луча, отражающегося в точке O.

§ 101. Фотометрия

Решение задач по данной теме призвано ознакомить учащихся со способами измерения и вычисления световой энергии.

При решении экспериментальных задач желательно использовать селеновые фотоэлементы с гальванометрами и люксметры промышленного изготовления.

643. Сила света Солнца равна $3\cdot 10^{2}$ кд. Какова освещенность под прямыми солнечными лучами в верхних слоях атмосферы Земли?

Р е ш е н и е. Запишем формулу освещенности, считая Солнце точечным источником:

$$E = \frac{I}{R^2}.$$

Расстояние от Солнца до Земли равно $1{,}5\cdot 10^{11}$ м, тогда

$$E = \frac{3\cdot 10^{27}\ \text{кд}}{(1{,}5\cdot 10^{11}\ \text{м})^2} \approx 1{,}3\cdot 10^{5}\ \text{лк}.$$

Рис. 235

644 (э). Присоедините к стрелочному гальванометру селеновый фотоэлемент и, используя лампочку с малой нитью накаливания, покажите: а) как зависит освещенность поверхности фотоэлемента от расстояния до «точечного» источника; б) от угла падения лучей на фотоэлемент.

645. С одной стороны фотометр (рис. 235) освещается источником с силой света $I_1 = 20$ кд, находящимся на расстоянии 70 см. Определите силу света источника, освещающего фотометр с другой стороны, если одинаковая освещенность частей фотометра достигается при расположении второго источника на расстоянии 50 см.

Р е ш е н и е. Освещенности половин фотометра найдем по формулам:

$$E_1 = \frac{I_1}{R_1^2} \text{ и } E_2 = \frac{I_2}{R_2^2}.$$

По условию задачи $E_1 = E_2$, т. е. $\frac{I_1}{R_1^2} = \frac{I_2}{R_2^2}$, откуда

$$I_2 = I_1 \frac{R_2^2}{R_1^2} = 20 \text{ кд } \frac{(0{,}5)^2 \text{ м}^2}{(0{,}7)^2 \text{ м}^2} \approx 10 \text{ кд}.$$

646. Над центром круглого стола (рис. 236) радиусом $R = 0{,}5$ м на высоте $h = 1{,}2$ м висит электрическая лампа, сила света которой $I = 150$ кд. Определите освещенность в центре и на краю стола.

Р е ш е н и е. Освещенность в центре стола определим по первому закону освещенности:

$$E_0 = \frac{I}{h^2}, \text{ т. е. } E_0 = \frac{150 \text{ кд}}{1{,}44 \text{ м}^2} = 104 \text{ лк}.$$

Чтобы определить освещенность у края стола, применим объединенную формулу законов освещенности:

$$E_A = \frac{I}{AS^2} \cos \alpha.$$

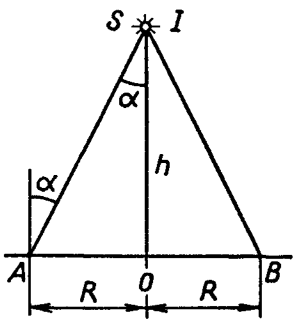


Рис. 236

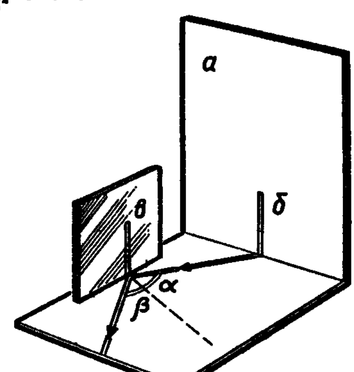


Рис. 237

Предварительно вычислим $(AS)^2 = h^2 + R^2 = 1{,}44\ м^2 + 0{,}25\ м^2 = 1{,}69\ м^2$; $AS = 1{,}3$ м; $\cos\alpha = \frac{1{,}2\ м}{1{,}3\ м} = 0{,}92$. Тогда

$$E_A = \frac{150\ кд}{1{,}69\ м^2} \cdot 0{,}92 = 81\ лк.$$

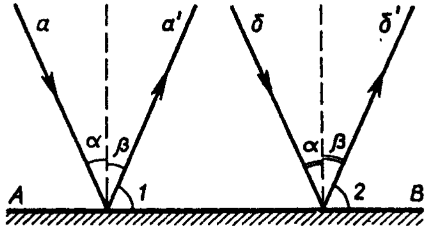


Рис. 238

§ 102. Отражение света. Плоское и сферическое зеркала

По данной теме решают в основном задачи об отражении света от оптически гладких плоских зеркальных поверхностей, размеры шероховатостей которых сравнимы с длиной световой волны. В ознакомительном плане желательно решить задачи об отражении света от сферических зеркал, поскольку этот материал имеет большое практическое значение.

Нужно обратить внимание на то, что учащиеся нередко за угол падения или отражения ошибочно принимают угол между лучом и плоскостью.

647 (э). Согните под прямым углом лист картона или плотной бумаги *а* и сделайте в нем прорезь *б*, как показано на рисунке 237. Поставив на пути пучка света от какого-либо источника зеркало *в*, убедитесь в правильности закона отражения.

648. Докажите, что параллельные лучи, падающие на плоское зеркало, остаются параллельными.

Решение. Рассмотрим ход двух параллельных лучей *а* и *б*, падающих на зеркало AB (рис. 238). Соответственные углы *1* и *2*, образованные пересечением отраженных лучей *а′* и *б′* прямой AB, равны. Следовательно, лучи *а′* и *б′* параллельны.

649. Через щель *а* от источника S на плоское зеркало падает расходящийся под углом α пучок лучей (рис. 239). Определите угол между лучами после их отражения от зеркала.

Решение. Построим ход двух крайних лучей, ограничивающих пучок, и продолжим их за зеркало до точки пересечения S'. Угол α' и есть тот угол, который нужно определить. Рассмотрим $\triangle SAB$ и $\triangle S'AB$: $\angle 1 = \angle 3$, поскольку они порознь равны $\angle 2$. $\angle SAB = \angle S'AB$, так как они равны $(90° + \beta)$. Следовательно, $\alpha = \alpha'$.

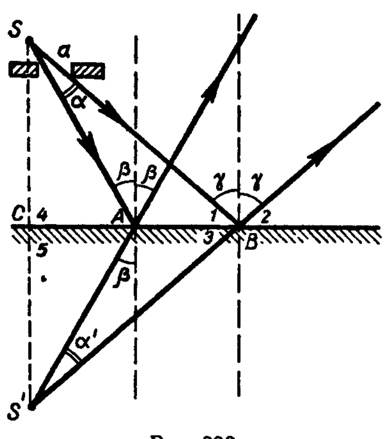


Рис. 239

Полученный результат нужно использовать для того, чтобы пояснить учащимся, что плоское зеркало изменяет только направление лучей, угол же между ними остается неизменным. От любой точки рассматриваемого предмета в глаз всегда попадают расходящиеся лучи, и мы видим эту точку (светящийся или освещенный предмет малых размеров) там, где эти лучи сходятся. Это правило остается верным и по отношению к лучам, расходящимся от зеркала. На их продолжении глаз видит точку S', которая является изображением точки S.

При решении в ознакомительном плане или с отдельными учащимися задач о сферических зеркалах используют только тот случай, когда отверстие (линейные размеры) зеркала мало по сравнению с радиусом его кривизны, а пучок лучей является параксиальным (приосевым).

Задачи в основном сводятся к построению изображений в вогнутых зеркалах, поскольку формула зеркала не дается. При этом полезно придерживаться следующей схемы:

1) построение изображения;
2) проверка построения экспериментально;
3) практическое применение рассмотренного случая.

Пункты 1 и 2 в зависимости от конкретных условий можно поменять местами. При проведении эксперимента удобна оптическая скамья.

650 (э). Определите, где находится изображение светящейся точки, лежащей на главной оптической оси на расстоянии $s \gg R$.

Решение. Поместив лампу с «точечной» нитью накала на главной оптической оси на большом ($s \gg R$) расстоянии от зеркала, получают ее изображение. Оно находится примерно в главном фокусе, поскольку угол расхождения лучей мал и лучи практически близки к параллельным.

651. По условиям предыдущей задачи найдите изображение лампы, смещая ее вверх, вниз, вправо и влево от главной оптической оси. Где получается изображение лампы? Почему?

Решение. Смещая лампу, наблюдаем перемещение и ее изображения на экране, плоскость которого примерно совпадает с фокальной плоскостью зеркала.

Положение изображения можно найти и с помощью построения.

§ 103. Преломление света

По данной теме решают задачи, в которых находится ход лучей, испытывающих преломление на границе двух сред в соответствии с законом

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n,$$

где α — угол падения, β — угол преломления, а n — показатель преломления второй среды относительно первой, из которой на границу раздела сред падает луч.

Типовыми являются задачи о преломлении света на поверхности воды, в плоскопараллельной пластинке и трехгранной призме. В задачах рассматривают также явление полного отражения.

652. Два человека, стоящие по разные стороны стеклянной двери лицом друг к другу, могут одновременно видеть внутренность помещения. Объясните, почему это происходит. Для кого из них и почему наблюдаемая картина будет более яркой?

Решение. Один видит внутренность помещения в проходящем, а другой — в отраженном свете. Так как для отраженного света при малом угле отражения доля отраженной энергии невелика, то картина будет менее яркой, чем в проходящем свете.

653 (э). К оконному стеклу приложите карандаш *а* и расположите глаз около стекла возможно дальше от карандаша так, чтобы отчетливо видеть его зеркальное изображение *б* (рис. 240). Перемещайте постепенно карандаш по стеклу ближе к глазу. Как изменяется яркость изображения *б*? Почему?

654 (э). Поставьте вертикально у стенки сосуда линейку (рис. 241) и заметьте на ней деление *A*, совпадающее для глаза с верхней точкой *B* противоположной стенки. Затем, не смещая глаза, подливайте в сосуд воду до тех пор, пока не увидите нулевое деление шкалы. Произведя соответствующие измерения и расчеты, определите по данным опыта показатель преломления воды относительно воздуха.

Решение. Если глаз видит нулевое деление шкалы, то это значит, что луч идет в воде по направлению OE и, преломившись в точке E, идет по направлению EB. Человек видит нулевое деление на продолжении прямой BE на месте того деления, которое он заметил, когда в сосуде не было воды.

Углом падения в этом случае является β, а углом преломления α.

Свет идет из среды, оптически более плотной, в среду, оптически менее плотную, поэтому отклоняется от перпендикуляра, восставленного из точки падения, $\beta < \alpha$. Но поскольку в задаче требуется определить показатель преломления воды относительно воздуха, то, воспользовавшись свойством обратимости свето-

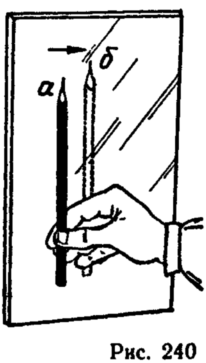


Рис. 240

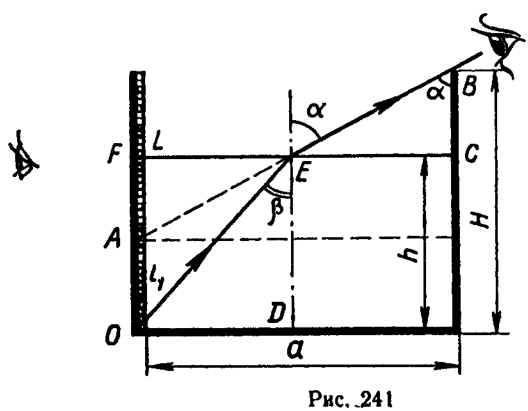


Рис. 241

вых лучей, для луча противоположного направления можно записать

$$n = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}.$$

Углы α и β найдем по их тангенсам:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{H - l_1},$$

где a — ширина сосуда; $\operatorname{tg} \beta = \frac{OD}{h}$; $OD = a - EC = a - (H - h) \operatorname{tg} \alpha$;

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{a - (H - h) \operatorname{tg} \alpha}{h}.$$

В одном из опытов были получены следующие данные: $H = 117$ мм; $a = 155$ мм; $h = 80$ мм; $l = 40$ мм. Подставив данные в формулу, получим $\operatorname{tg} \alpha = 2$; $\sin \alpha = 0{,}90$; $\operatorname{tg} \beta = 1$; $\sin \beta = 0{,}71$; $n = 1{,}3$.

Анализируя решение задачи, нужно обратить внимание учащихся на то, что для глаза, смотрящего в воду, находящиеся в ней предметы кажутся приподнятыми и дно более мелким, чем в действительности, предметы как бы сжимаются в вертикальном направлении. Например, в данном случае деления линейки между точками O и F «умещаются» на меньшем, как кажется глазу, отрезке AF.

655. Начертите ход лучей, которые падают на границу вода — воздух под углами 30 и 60°.

Решение. Допустим, что луч a (рис. 242) падает в точке O на границу раздела сред под углом $\alpha = 30°$. По закону преломления

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{n_{\text{возд}}}{n_{\text{вод}}}.$$

Луч переходит из среды, оптически более плотной, в среду, оптически менее плотную, и, следовательно, отклоняется от перпендикуляра: $\alpha < \beta$, $\sin \alpha < \sin \beta$. Поэтому в знаменателе отношения показателей преломления должна стоять бóльшая величина, т. е. $n_{\text{вод}} = 1{,}33$, $n_{\text{возд}} \approx 1$; $\sin \beta = \sin \alpha \cdot n_{\text{вод}} = 0{,}5 \cdot 1{,}33 \approx 0{,}67$; $\beta = 42°$.

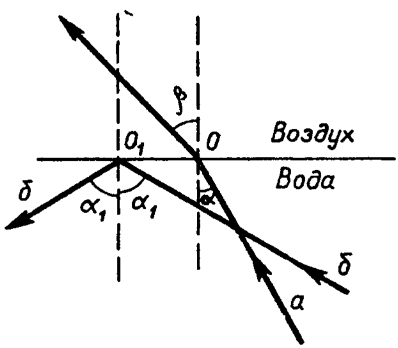


Рис. 242

Аналогично для луча б найдем $\sin \beta_1 = \sin \alpha_1 \; n_{\text{вод}} = 0{,}87 \cdot 1{,}33 \approx 1{,}2$. Так как синус не может быть больше единицы, то, следовательно, луч не выйдет в воздух, а полностью отразится от поверхности воды, как от зеркала.

656. Определите предельный угол полного отражения для воды, стекла и алмаза.

Р е ш е н и е. При предельном угле полного отражения угол преломления $\beta = 90°$ и $\sin\beta = 1$.

Для границы среда — воздух $\sin\alpha = \frac{1}{n}$, где n — показатель преломления данной среды. Для воды $\sin\alpha_{0_в} = \frac{1}{1,33} \approx 0,75$; $\alpha_0 \approx$ $\approx 49°$. Аналогично найдем для стекла $\alpha_{0_{ст}} = 42°$ и для алмаза $\alpha_{0_{ал}} = 24,5°$.

657. Во время Великой Отечественной войны в башнях танков ставили призматические перископы (рис. 243). Объясните назначение и принцип действия такого перископа.

Р е ш е н и е. При наблюдении в перископ голова танкиста находится ниже отверстия A, и потому попадание в голову, например, пули исключается. Грани BC и DE расположены примерно под углом 45° к граням BD и CE. В этом случае угол падения горизонтального луча a равен 45°, т. е. больше предельного угла полного отражения. Луч полностью отражается от граней BC и DE и попадает в глаз наблюдателя, который хорошо видит предметы снаружи танка.

При решении этой задачи желательно раздать учащимся треугольные призмы (рис. 244), чтобы они могли собрать модель призматического перископа.

658. Найдите угол отклонения луча полой стеклянной треугольной призмой, наполненной воздухом и помещенной в воду, если угол падения луча на грань α = 22°, а преломляющий угол $P = 30°$.

Р е ш е н и е. Выполним построения (рис. 245), обратив внимание на то, что луч в точке O переходит из среды, оптически более плотной, в среду, оптически менее плотную, и потому отклоняется

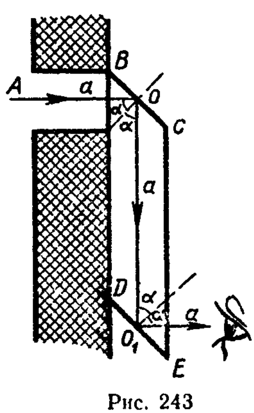


Рис. 243

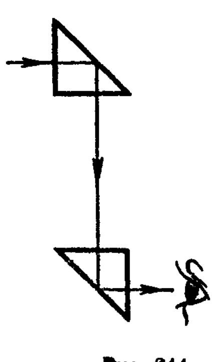


Рис 244

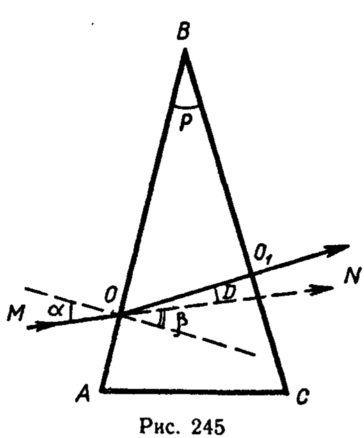
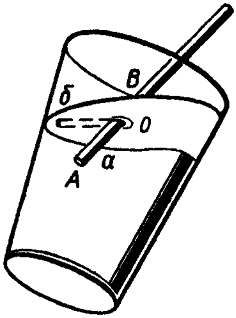


Рис. 245



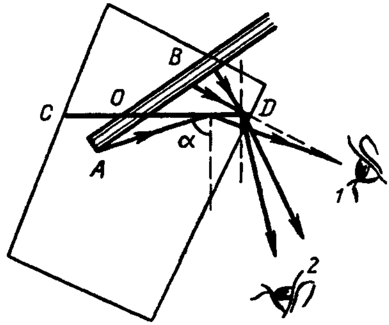


Рис. 246

от перпендикуляра. Угол преломления β найдем, используя формулу

$$\frac{\sin\beta}{\sin\alpha} = n; \ \sin\beta = \sin\alpha \cdot n = 0{,}37 \cdot 1{,}33 = 0{,}49; \ \beta = 29°.$$

Как следует из построения, угол падения луча на грань BC равен нулю. Поэтому на грани BC луч не испытывает преломления.

Угол отклонения $D \approx 8°$. (Обращаем внимание учащихся на то, что луч отклоняется от основания призмы. Нередко учащиеся ошибочно считают, что в трехгранной призме луч всегда отклоняется к ее основанию.)

Аналогичную задачу полезно решить и для стеклянной призмы.

659 (э). Налейте примерно половину стакана воды и, наклонив его, посмотрите на ее поверхность снизу. Затем поднесите к поверхности воды карандаш. При каких положениях глаза карандаш виден и при каких не виден сквозь воду? Почему? В том положении, когда карандаш не виден, погрузите его конец в воду (рис. 246, *а*). Почему поверхность воды снизу кажется похожей на ртуть? Как и почему получается зеркальное изображение *б* погруженной части карандаша *а*?

Р е ш е н и е. Если глаз находится в положении *1* (рис. 246, *б*), то лучи, отражающиеся от поверхности воды (в том числе и лучи, идущие от погруженной части карандаша), падают на поверхность под углом, большим угла полного отражения. Поверхность воды кажется зеркальной и в ней отчетливо видно изображение погруженной части карандаша AO. Лучи, идущие от части карандаша OB, преломляются водяной прямой CDE и в положении *1* в глаз не попадают. Поэтому этой части карандаша (рис. 246, *а*) не видно. Но если глаз поместить ниже (в положение *2*), то он увидит весь карандаш.

§ 104. Линзы

Главное внимание при решении задач уделяют построению изображений, даваемых линзой, и расчетам по приближенной формуле тонкой линзы:

$$\frac{1}{d}+\frac{1}{b}=\frac{1}{F}.$$

Эта формула позволяет тем точнее рассчитать ход лучей, чем у́же световые пучки и чем меньший угол образуют они с оптической осью.

При решении большинства задач, в том числе и экспериментальных, полезно придерживаться следующих правил:

1) определить, какая используется линза — собирающая или рассеивающая;

2) провести главную оптическую ось;

3) указать главные фокусы;

4) указать, где, согласно условию задачи, располагается относительно линзы предмет или его изображение;

5) используя два «удобных» луча, получить изображение характерных точек предмета или точки самого предмета по его изображению;

6) записать (если необходимо) формулу тонкой линзы;

7) определить знаки величин в формуле применительно к условиям задачи;

8) произвести расчеты по формуле;

9) проверить (если возможно) расчеты и построения на опыте;

10) указать на практическое применение данного случая.

Знаки величин, входящих в формулу, определяем по правилам, приведенным в учебнике [14, §60], или пользуясь следующими правилами. Для собирающей линзы величины d и F всегда положительные, а f — положительная для действительных изображений и отрицательная для мнимых. Для рассеивающей линзы d — всегда положительная величина, а f и F — отрицательные.

660*. Дана плоско-выпуклая линза от конденсора проекционного фонаря. Найдите построением ее фокусное расстояние, приняв коэффициент преломления стекла $n = 1,5$. Ответ проверьте по формулам и экспериментально.

Р е ш е н и е. Чтобы начертить линзу, нужно знать радиус сферической поверхности. Для этого измеряем диаметр отверстия линзы $D = 11,5$ см и ее толщину $h = 2,2$ см (рис. 247). По известной теореме из геометрии $h(2R-h)=\left(\frac{D}{2}\right)^2$ находим

$$R=\frac{\left(\frac{D}{2}\right)^2+h^2}{2h}=$$

$$=\frac{\left(\frac{11,5}{2}\right)^2 \text{см}^2+2,2^2\ \text{см}^2}{2\cdot 2,2\ \text{см}}=8,6\ \text{см}.$$

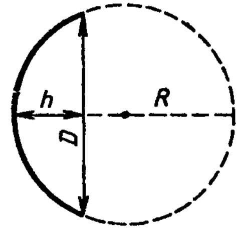


Рис. 247

Изображаем линзу в натуральную величину

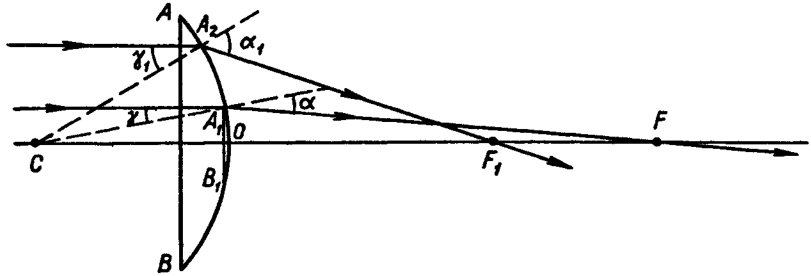


Рис. 248

или в масштабе 1 : 2, проводим главную оптическую ось CO и на небольшом расстоянии от нее параллельный ей луч (рис. 248), т. е. мы рассматриваем далее ход лучей в тонкой линзе A_1B_1O.

Не испытывая преломления на первой поверхности AB, луч попадает на сферическую поверхность в точке A_1. Для определения хода луча после преломления в точке A_1 проводим радиус CA_1 и находим угол падения γ. В данном случае $\gamma = 10°$:

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\gamma} = n; \ \sin\alpha = n\sin\gamma = 1{,}5\cdot 0{,}174 = 0{,}2610; \ \alpha = 15°.$$

Луч пересекается с главной оптической осью в точке F. Фокусное расстояние $FO = 20$ см.

Полезно обратить внимание на то, что в плоско-выпуклой (а также и в плоско-вогнутой) линзе оптический центр находится в точке пересечения сферической поверхности с главной оптической осью, так как параллельный оптической оси пучок лучей преломляется только сферической поверхностью.

П р о в е р к а. Получаем на экране с помощью линзы изображение удаленной на несколько метров электрической лампы ($F \approx 18$ см). Ответы согласуются между собой. Некоторое отличие объясняется главным образом неточностью построений, которые обусловлены прежде всего большими погрешностями при измерении углов с помощью транспортира. Ошибку вносит также и незнание точного значения показателя преломления стекла.

Желательно построить также ход луча, далеко отстоящего от оси. Он пересечется с осью в другой точке F_1, расположенной значительно ближе к линзе. Лучи, далекие от оси, создают на экране вокруг изображения светлый ореол.

Отдельным учащимся можно дать задание изготовить из картона экран с отверстием (диафрагмой), диаметр которого равен примерно A_1B_1, и круг, немного меньший по диаметру отверстия линзы AB.

Используя экран с отверстием, получим более четкое, чем без него, изображение нити электрической лампы на расстоянии F. Светлого ореола вокруг изображения не будет. Закрыв же середину линзы кружком, получим изображение нити лампы на расстоянии, которое меньше F на 3—4 см (сферическая аберрация). При этом изображение имеет яркую, на большем расстоянии от линзы преимущественно красную, а на меньшем — синюю окраску (хроматическая аберрация).

Явление можно продемонстрировать всему классу, получив увеличенное изображение нити лампы на стене или потолке. Результаты опыта затем целесообразно использовать при изучении фотоаппарата.

Типовыми и обязательными для учащихся являются следующие задачи о тонких линзах.

661 (э). Как отличить собирающую линзу от рассеивающей, не определяя их толщину в различных местах? Ответ проверьте на опыте.

Решение. а) Собирающая линза дает на экране действительное изображение. От рассеивающей линзы на экране можно получить круглую тень, окаймленную светлым кольцом.

б) Через собирающую линзу можно увидеть прямое увеличенное изображение предметов, например букв в книге, а через рассеивающую — уменьшенное изображение.

662. Всегда ли выпуклая линза является собирающей?

Решение. Используя решение задачи о воздушной призме, помещенной в воду (№ 658), заключают: если выпуклая линза находится в среде, оптически более плотной, чем материал самой линзы, то она является рассеивающей. Этот вывод полезно пояснить чертежом и экспериментально с помощью выпуклой линзы, склеенной из двух часовых стекол и помещенной в воду.

После этого целесообразно решить несложные задачи для формирования основных понятий о главном фокусе, фокальной плоскости и следующих характерных случаях получения действительных изображений с помощью собирающей линзы: 1) $d \gg 2F$; 2) $d > F$; 3) $d = 2F$; 4) $2F > d > F$.

663 (э). Определите экспериментально примерно фокусное расстояние собирающей линзы и укажите, где в данном случае расположен ее фокус и фокальная плоскость.

Решение. Линзу помещают на оптической скамье или укрепляют на подставке и получают на экране за линзой изображение волоска «точечной» нити лампы накаливания. Удаляют лампу от линзы вдоль главной оптической оси до тех пор, пока расстояние от линзы до изображения нити на экране практически будет неизменным и, следовательно, равным ее фокусному расстоянию. Перемещают лампу на небольшое расстояние от оптической оси и наблюдают, как перемещается ее изображение на экране, плоскость которого и совпадает с фокальной плоскостью линзы.

В солнечный день полезно получить в фокальной плоскости (на экране) изображение пейзажа за окном физического кабинета.

664. Как будет изменяться положение изображения при приближении предмета к линзе, когда $2F > d > F$?

Р е ш е н и е 1. Качественно экспериментально устанавливают, что с уменьшением расстояния d от предмета до линзы ($d > F$) расстояние f от линзы до изображения увеличивается. При $d \leqslant F$ действительное изображение исчезает.

Р е ш е н и е 2. Из формулы тонкой линзы

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F}$$

следует, что

$$f = \frac{Fd}{d - F} = \frac{F}{1 - \frac{F}{d}};$$

с уменьшением d увеличивается f и стремится к ∞.

665. На каком расстоянии от линзы следует поместить предмет, чтобы его изображение получилось на двойном фокусном расстоянии от линзы?

Р е ш е н и е. $d = 2F$. Этот интересный результат полезно проверить на опыте и использовать в дальнейшем при решении задач.

666. При помощи линзы, фокусное расстояние которой 20 см, получено изображение предмета на экране, удаленном от линзы на расстояние 1 м. На каком расстоянии от линзы находится предмет? Каким будет изображение? [35, № 1118].

Р е ш е н и е. Поскольку изображение получено на экране, то линза собирающая.

Используя решение предыдущих задач, можно также заключить, что поскольку $f > 2F$, то $F < d < 2F$, т. е. предмет находится между фокусным и двойным фокусным расстоянием. Выполним чертеж (рис. 249), используя для построения точки A два любых «удобных» луча. Точное значение d найдем из формулы линзы:

$$d = \frac{Fh}{f - F} = \frac{0{,}2\ \text{м} \cdot 1\ \text{м}}{1\ \text{м} - 0{,}2\ \text{м}} = 0{,}25\ \text{м}.$$

667 (э). С помощью линзы на стене получили увеличенное изображение пламени свечи. Пропадет ли часть изображения, если закрыть нижнюю половину линзы? Ответ проверьте на опыте.

Р е ш е н и е. Никакая часть изображения не исчезает, оно станет только менее ярким.

Опыт должен подтвердить, что все лучи, падающие на линзу от какой-либо точки, пересекаются в одной точке изображения,

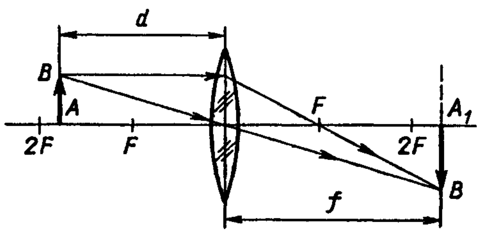


Рис. 249

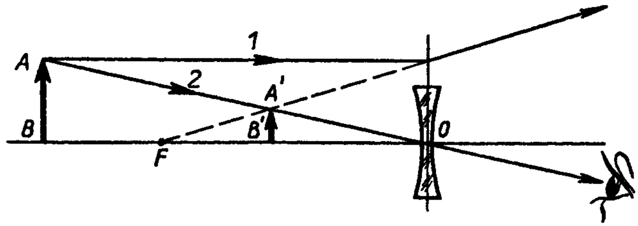


Рис. 250

которую можно получить, пользуясь любым участком линзы и любыми двумя лучами.

Особенность решения задач на рассеивающие линзы поясним следующим примером.

668. Какое изображение и где даст очковое стекло с оптической силой $D = -3\ м^{-1}$, если предмет расположен от него на расстоянии 50 см? Задачу решите с помощью построений и расчетов.

Р е ш е н и е 1. Определим для построения изображения значение $F = \frac{1\ м}{-3} = -33$ см и выберем масштаб: 1 см —5 см. Взаимное положение линзы, предмета и фокуса показано на рисунке 250. Построение изображения точек выполним по общему правилу с помощью двух лучей, ход которых известен.

Луч *1*, параллельный оптической оси, преломившись в линзе, пойдет так, что его продолжение пересечется с осью в фокусе F. Луч *2*, идущий через центр O, не преломляется. Глаз, расположенный справа от линзы, увидит изображение точки A в точке пересечения лучей A'. По рисунку видно, что полученное изображение мнимое и расположено от линзы на расстоянии 20 см.

Р е ш е н и е 2. Найдем расстояние до изображения, пользуясь формулой тонкой линзы:

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F}, \quad \frac{1}{f} = \frac{1}{F} - \frac{1}{d}.$$

Знак искомой величины $\frac{1}{f}$ и f определяем знаком стоящей в правой части уравнения разности величин $\frac{1}{F}$ и $\frac{1}{d}$.

Линза рассеивающая ($F < 0$) и, следовательно, величина $\frac{1}{F}$ — отрицательная.

Предмет действительный, следовательно, d и величина $\frac{1}{d}$ — положительные. По определению $D = \frac{1}{F}$:

$$\frac{1}{f} = -3\ м^{-1} - \frac{1}{0{,}5}\,м^{-1} = -5\ м^{-1}; \quad f = -\frac{1}{5}\,м = -0{,}2\ м.$$

Как и следовало ожидать, $\frac{1}{f}$ — отрицательная величина, так как изображение мнимое.

Следующий тип задач предназначен для формирования умений определять увеличение, которое дают линзы.

Линейное увеличение

$$\Gamma = \frac{H}{h} = \frac{|f|}{|d|},$$

где H — высота предмета, а h — высота его изображения. Для действительных изображений f и d величины положительные и поэтому Γ также величина положительная. Для мнимых изображений Γ величина отрицательная.

669. Выразите линейное увеличение Γ в зависимости от фокусного расстояния линзы F и расстояния d предмета от линзы [35, № 1121]. Покажите расчетами и экспериментально, как изменяется линейное увеличение собирающей линзы в зависимости от d.

Решение. $\Gamma = \frac{f}{d}$; $\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F}$; $f = \frac{Fd}{d-F}$; $\Gamma = \frac{F}{d-F}$;

$$\Gamma = \frac{1}{\frac{d}{F} - 1}.$$

При $F = \text{const}$ линейное увеличение линзы возрастает с уменьшением d, пока $d > F$ (при $d = F$ изображение исчезает). Эту зависимость можно качественно показать на опыте, используя оптическую скамью.

670. На каком расстоянии от собирающей линзы нужно поместить предмет, чтобы получить изображение, равное по размеру самому предмету? Ответ проверьте на опыте.

Решение. Из формулы $\Gamma = \frac{F}{d-F} = 1$, полученной в предыдущей задаче, найдем $d = 2F$.

§ 105. Оптические приборы. Глаз

Устройство и действие оптических приборов при решении задач можно рассмотреть в такой последовательности: фотоаппарат, проекционный аппарат, глаз как оптический прибор, лупа, микроскоп, телескоп. (Задачи о лупе можно решать и раньше, при изучении линз.)

В задачах о микроскопах нужно уделить должное внимание построению изображений, которые дает каждая линза (система линз): объектив и окуляр.

Используя межпредметные связи физики и биологии, где учащиеся практически пользовались микроскопами, полезно решить задачи с использованием формулы увеличения микроскопа $\Gamma = \Gamma_{об} \cdot \Gamma_{ок}$, где $\Gamma_{об}$ и $\Gamma_{ок}$ — соответственно увеличения объектива и окуляра.

На внеклассных занятиях или с отдельными учащимися полезно решить и более сложные задачи о микроскопе.

Рис. 251

Задачи о микроскопе желательно сопровождать фронтальным экспериментом по сборке модели микроскопа из линз для лабораторных работ, а в домашних условиях — с помощью очковых стекол, луп и т. д.

Поскольку многие учащиеся интересуются устройством и принципом действия телескопов, в ознакомительном плане желательно решить на эту тему несколько несложных задач.

671 (э). Как с помощью линзы получить на экране а) увеличенное; б) уменьшенное изображение лица человека?

Решение. Лицо человека должно находиться: а) между фокусом F и двойным фокусом $2F$ линзы; б) за двойным фокусным расстоянием.

Для демонстрации явления собирают установку (рис. 251). За демонстрационный стол сажают ученика и освещают его лицо лучами, идущими от проекционного аппарата или лампы с рефлектором. Несколько сбоку ставят линзу больших размеров и получают перевернутое изображение лица на просвечивающем экране.

672. Пока фотограф налаживал аппарат, объект удалился от него на некоторое расстояние. Как должен фотограф переместить в связи с этим объектив аппарата?

Решение. Если предмет удалился от объектива, то его изображение переместилось ближе к фокусу. Расстояние между изображением и линзой уменьшилось. Следовательно, объектив нужно переместить ближе к пленке.

673. Фотоаппаратом с фокусным расстоянием объектива 5 см фотографировали далекие предметы, а затем фотографировали предмет на максимально близком для данного аппарата расстоянии —65 см. На сколько при этом пришлось выдвинуть вперед объектив? Решение проверьте на каком-либо фотоаппарате.

Решение. Напишем формулу линзы $\frac{1}{F}=\frac{1}{d}+\frac{1}{f}$. В первом случае $f \approx f_1 \approx 5$ см; во втором случае

$$\frac{1}{f_2}=\frac{1}{F}-\frac{1}{d_2}=\frac{1}{5}-\frac{1}{65}=\frac{12}{65};\ f_2=5{,}42\,\text{см};$$

$$f_2-f_1=0{,}42\ \text{см}=4{,}2\ \text{мм}.$$

674. Определите минимальный размер предмета, который получится на снимке во весь кадр размером 24 × 32 мм с помощью фотоаппарата.

Решение. Выполним схематический чертеж фотоаппарата

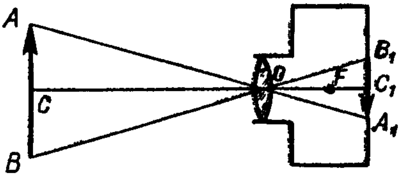


Рис. 252

(рис. 252). Допустим, $A_1B_1 = 24$ мм. Из подобия $\triangle AOC$ и $\triangle A_1OC_1$ найдем $AC = \frac{A_1C_1 \cdot CO}{C_1O}$. Из формулы линзы определим

$$\frac{1}{C_1O} = \frac{1}{f} = \frac{1}{F} - \frac{1}{d} = \frac{12}{65};$$

$$AC = \frac{1{,}2 \text{ см} \cdot 65 \text{ см} \cdot 12}{65 \text{ см}} = 14{,}4 \text{ см};$$

$$AB = 28{,}8 \text{ см}.$$

Второй размер предмета равен $\frac{28{,}8 \text{ см} \cdot 3{,}2 \text{ см}}{2{,}4 \text{ см}} = 38{,}4$ см.

675. В чем заключаются преимущества и недостатки современного фотоаппарата с объективом по сравнению с первыми фотоаппаратами, имевшими дырочную камеру?

Решение. В дырочной камере конус лучей дает «изображение» каждой точки предмета в виде кружка. В результате четкость изображения была недостаточной. Объектив же сводит лучи светящейся точки практически в одну точку. Четкость изображения возросла. Отверстие в дырочной камере пропускает очень мало света. В результате выдержка при фотографировании должна быть большой. Недостаток фотоаппарата с объективом — изображение требует фокусировки.

676. Как зависит экспозиция от диаметра отверстия объектива фотоаппарата и его фокусного расстояния?

Решение. Поскольку предмет обычно находится далеко от объектива, то его изображение получается почти в фокальной плоскости.

По рисунку 252 ($\triangle OB_1A_1$) видно, что если фокусное расстояние уменьшить, например в 2, 3 и т. д. раз, то во столько же раз уменьшаются и линейные размеры изображения. Площадь же негатива уменьшится в 4, 9 и т. д. раз. Во столько же раз увеличится освещенность пленки.

Чем больше площадь отверстия объектива, тем больше света он получит от каждой точки предмета. Следовательно, освещенность пленки пропорциональна площади отверстия объектива или квадрату его диаметра. Из приведенных рассуждений видно, что выдержка должна быть обратно пропорциональна величине $\frac{D^2}{F^2}$ (светосиле объектива).

677 (э). На рисунке 253 показана модель проекционного аппарата. Укажите назначение всех частей аппарата и расстояние, которое должно быть между ними. Ход лучей покажите на схеме. На каком расстоянии от объектива с фокусным расстоянием $F = 13{,}6$ см (объектив типа «Перископ» для универсального проекционного аппарата) нужно расположить диапозитив, чтобы получить на экране изображение размером 90×120 см? Размер диапозитива на стекле 45×60 мм.

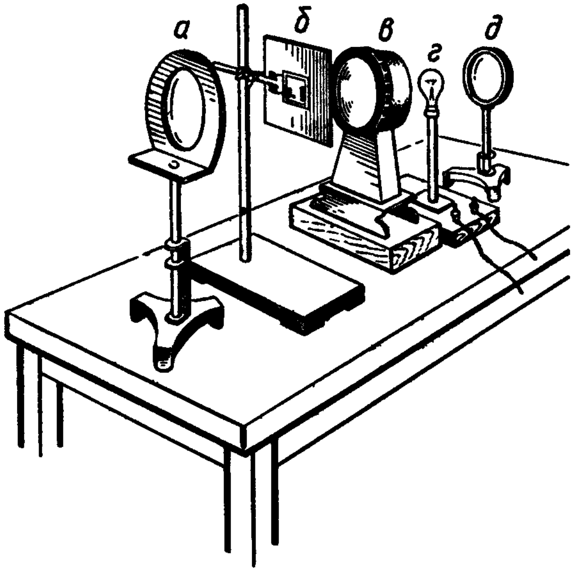


Рис. 253

Р е ш е н и е. Рассмотрим сначала главную часть проекционного фонаря — объектив *а* и диапозитив *б* (см. рис. 253; *AB* на рис. 254). Чтобы получилось увеличенное изображение, диапозитив должен находиться между точками *F* и 2*F*.

Диапозитив нужно возможно ярче осветить. Так как отверстие конденсора *в* обычно равно (или несколько больше) освещаемому предмету *AB* (см. рис. 254), то пучок лучей должен быть параллельным или сходящимся, для этого лампа *г* должна находиться немного дальше фокуса конденсора. Лучи, отраженные рефлектором *д*, должны идти так же, как и лучи от лампы. (Для этого лампу нужно поместить примерно в оптическом центре зеркала.)

Расстояние *d* найдем, решив систему уравнений:

$$\frac{1}{F}=\frac{1}{d}+\frac{1}{f};\ \Gamma=\frac{f}{d};\ d=F\left(1+\frac{1}{\Gamma}\right);$$

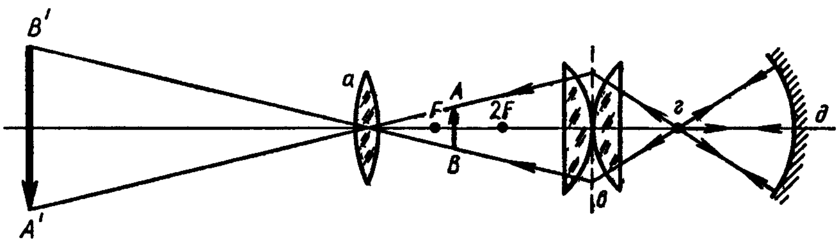


Рис. 254

$$\Gamma = \frac{90 \text{ см}}{4,5 \text{ см}} = 20; \ d = 13,6 \text{ см } (1 + \frac{1}{20}) = 14,3 \text{ см}.$$

Диапозитив нужно расположить близко от фокуса объектива.

678. Как, взяв у человека очки, определить, является он дальнозорким или близоруким?

Решение. Нужно определить, являются ли очковые стекла собирающими или рассеивающими. Если стекла собирающие, то человек дальнозоркий, если рассеивающие, то близорукий.

679. Предельный угол зрения человеческого глаза примерно равен 1′. Каково должно быть расстояние между точками, находящимися на расстоянии наилучшего зрения (25 см), чтобы человек мог видеть их раздельно?

Решение. Ввиду малости угла зрения расстояние между точками равно $l = 25 \text{ см} \cdot \operatorname{tg}\alpha = 25 \text{ см} \cdot \alpha$, где α — угол, выраженный в радианах;

$$l = 25 \text{ см} \cdot \frac{1}{60 \cdot 57,3} = 0,073 \text{ мм} \approx 0,1 \text{ мм}.$$

Анализируя ответ, полезно пояснить, почему не делают делений меньше миллиметра на шкалах, которые рассматривают невооруженным глазом.

680 (э). Поднесите лупу вплотную к глазу и получите четкое изображение букв какого-либо текста. Как зависит четкость изображения от расстояния букв до лупы? Почему? Не изменяя расстояния глаза до страницы, уберите лупу. Способен ли теперь глаз рассмотреть текст? Почему?

Решение. Глаз и лупа образуют оптическую систему с фокусным расстоянием, меньшим, чем у глаза. Возможности изменения этого фокусного расстояния за счет аккомодации глаза сравнительно невелики. Поэтому рассматриваемый предмет, для того чтобы его изображение получилось на сетчатке, должен находиться на определенном расстоянии от лупы. При наибольшей аккомодации глаза предмет должен находиться на таком расстоянии, чтобы его изображение лежало в ближайшей точке глаза, т. е. на расстоянии 15—20 см. При аккомодации глаза на бесконечность предмет должен находиться в фокальной плоскости лупы. Если убрать лупу, то изображение получится за сетчаткой и потому будет казаться нечетким.

681 (э). Возьмите две короткофокусные линзы и с помощью одной из них получите действительное увеличенное изображение букв книги. Затем между глазом и первой линзой поместите вторую и, используя ее как лупу, рассмотрите через нее изображение букв. На основе опыта выполните построение хода лучей в данной оптической системе, являющейся моделью микроскопа.

Решение. Построение изображения, которое дает объектив, аналогично выполненному на рисунке для проекционного фонаря (см. рис. 254). Окуляр действует как лупа, при этом рассматриваемым через окуляр предметом является изображение, которое дает объектив.

682. На объективе микроскопа стоит обозначение 40, а на окуляре — $10^{\times}$. Какое увеличение дает микроскоп с этим окуляром и объективом? Какой нужно взять окуляр, чтобы при том же объективе получить увеличение в 600 раз?

Решение. Из формулы $\Gamma_м = \Gamma_{ок} \cdot \Gamma_{об}$ находим увеличение микроскопа

$$\Gamma_м = 40 \cdot 10 = 400; \ \Gamma_{ок} = \frac{600}{40} = 15^{\times}.$$

683. Используя рисунок 178 из учебника, показывающий ход лучей в микроскопе, докажите, что формула увеличения микроскопа $\Gamma_м = \Gamma_{об} \cdot \Gamma_{ок}$ может быть записана в виде:

$$\Gamma_м = \frac{0{,}25\ м \cdot L}{\Gamma_{об}' \cdot \Gamma_{ок}},$$

где L — оптическая длина тубуса микроскопа (расстояние между «внутренними» фокусами объектива и окуляра).

Решение. Запишем формулу для увеличения объектива:

$$\Gamma_{об} = \frac{f_{об}}{d_{об}} \approx \frac{f_{об}}{F_{об}}.$$

Окуляр действует как лупа, поэтому $\Gamma_{ок} = \dfrac{0{,}25\ м}{F_{ок}}$, т. е.

$$\Gamma_м = \frac{0{,}25 \cdot f_{об}}{F_{ок} \cdot F_{об}}; \ f_{об} = F_{об} + L.$$

Так как L в десятки раз больше $F_{об}$, то

$$f_{об} \approx L; \ \Gamma_м = \frac{0{,}25 \cdot L}{F_{об} \cdot F_{ок}}.$$

684 (э). Поставив перед глазом длиннофокусную (F = 15—20 см) линзу, получите и рассмотрите уменьшенные действительные изображения предметов, расположенных от вас на расстоянии нескольких метров. Методом параллакса

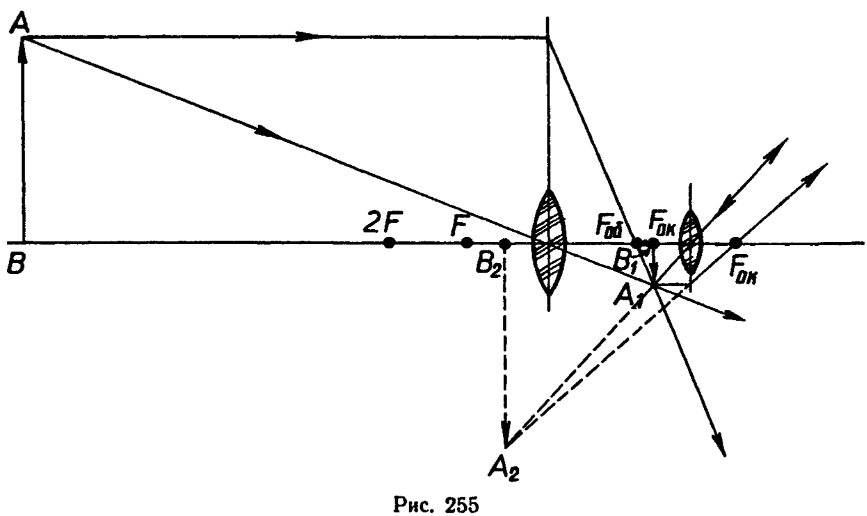


Рис. 255

определите, где примерно находится изображение. После этого рассмотрите изображение в лупу. Глядя одновременно на предмет и изображение, оцените на глаз увеличение, которое дает собранная вами модель зрительной трубы. Постройте ход лучей в зрительной трубе и проверьте, совпадает ли полученное на опыте увеличение с рассчитанным по формуле $Г_{з.т.} = \frac{F_{об}}{F_{ок}}$.

Решение. Поставив опыт и определив на глаз $Г_{з.т.}$, находят экспериментально $F_{об}$ и $F_{ок}$ и рассчитывают $Г_{з.т.}$ В пределах точности измерений эти величины совпадают. При построении изображения обращаем внимание на следующее (рис. 255). Предмет находится за двойным фокусным расстоянием, поэтому его действительное уменьшенное и обратное изображение получается между задним фокусным и двойным фокусным расстоянием недалеко от задней фокальной плоскости. Предмет, как правило, значительно больше по размерам отверстия объектива. Изображение подобно тому, которое получается в фотоаппарате. Окуляр является лупой, поэтому изображение должно находиться от лупы немного ближе ее фокуса.

Изучение хода лучей в призматическом бинокле может быть заданием для отдельных учащихся.

Глава 36. ВОЛНОВЫЕ СВОЙСТВА СВЕТА

По данной теме решают задачи двух типов: по определению скорости света, расстояния и времени распространения световых волн и по интерференции и дифракции света.

Эти задачи во многом аналогичны соответствующим задачам о звуковых волнах (гл. 33), которые поэтому полезно повторить или решить в несколько иных вариантах.

§ 106. Скорость света

Задачи по данной теме должны помочь формированию понятия о скорости света как огромной, но вместе с тем конечной скорости распространения световых волн, зависящей от свойств среды, а также ознакомить учащихся с методами ее определения.

Соответствующие расчеты выполняют с применением формул

$$s = vt \text{ и } v = \frac{c}{n},$$

где c — скорость света в вакууме, s — расстояние, пройденное светом за время t, v — скорость света в среде, где световые волны распространяются в n раз медленнее, чем в вакууме.

С помощью задач углубляют также понятие о физической сущности показателя преломления как величины, равной отношению скоростей света (v_1 и v_2) в данных средах $n = \frac{v_1}{v_2}$.

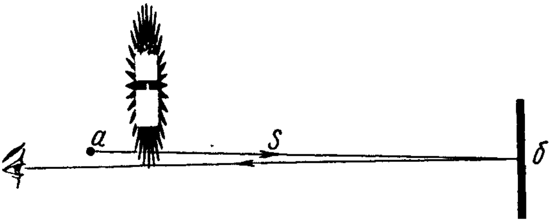


Рис. 256

При расчетах скорость света в вакууме будем принимать равной $3 \cdot 10^5$ км/с $= 3 \cdot 10^8$ м/с.

685. Почему сначала бывает видна вспышка молнии, а потом через некоторое время доносятся раскаты грома? Как можно рассчитать расстояние до того места, где произошли электрические разряды? При случае проведите такие расчеты.

686. Допустим, что для измерения скорости света используют фотоаппарат с лампой-вспышкой, имеющий выдержку 1/500 с. На каком минимальном расстоянии должно было бы находиться зеркало, чтобы отраженный им свет не смог попасть на фотопленку? Принять условие: лампа посылает свет в тот же момент, как открывается затвор фотоаппарата.

Решение. Свет не попадет на фотопленку, если он вернется через 1/500 с. Найдем расстояние, на которое нужно поставить зеркало:

$$s = \frac{vt}{2} = \frac{3 \cdot 10^5 \text{ км/с} \cdot 1 \text{ с}}{2 \cdot 500} = 300 \text{ км}.$$

Из-за большого расстояния постановка опыта в таком виде невозможна.

687. В 1849 г. французский физик Физо поставил следующий опыт. Свет от источника a (рис. 256) падал на зеркало $б$, расположенное на расстоянии $s = 3{,}733$ км, и, отражаясь, попадал в глаз наблюдателя. Быстро вращающийся зубчатый диск, пропуская порцию света, за время t, в течение которого свет шел до зеркала и обратно, мог повернуться так, что загораживал своим ближайшим зубцом путь отраженному свету и наблюдатель не видел его. Какое значение скорости света было получено в этом опыте, если диск, имеющий $N = 720$ зубцов, вращался со скоростью $n = 29{,}2$ об/с?

Решение. За время t диск поворачивался на один зубец, т. е. на $\frac{1}{2N}$ полного оборота (допускается, что ширина зубцов и промежутки между ними одинаковы). Время одного оборота $T = \frac{1}{n}$. Следовательно, $t = \frac{1}{2Nn}$. Найдем скорость света $c = \frac{2s}{t}$; $c = 4Nsn = 4 \cdot 720 \cdot 3{,}733 \text{ км} \cdot 29{,}2 \frac{1}{с} \approx 315\,000$ км/с.

§ 107. Дисперсия света

688. В таблице указаны показатели преломления двух сортов стекла для разных длин волн света.

Длина волны, 10^{-7} м	Цвет	Показатель преломления	
		тяжелый флинт	легкий крон
6,563	красный	1,6444	1,5145
5,893	желтый	1,6499	1,5170
5,461	зеленый	1,6546	1,5191
4,800	синий	1,6648	1,5235
4,047	фиолетовый	1,6852	1,5318

По данным таблицы постройте график зависимости показателя преломления тяжелого флинта от длины волны.

Используя график, определите: а) показатель преломления желто-зеленых лучей света, имеющего длину волны $\lambda_ж = 5{,}550 \cdot 10^{-7}$ м, к которому наиболее чувствителен глаз человека; б) скорость красного света с длиной волны $\lambda_к = 6{,}500 \cdot 10^{-7}$ м и фиолетового с длиной волны $\lambda_ф = 4{,}000 \cdot 10^{-7}$ м.

Решение. Выполняем график (лучше это делать на миллиметровой бумаге), выбрав масштаб следующим образом.

Выразим длины волн в нанометрах. Наибольшее значение длины волны в таблице $\lambda_к = 656{,}3$ нм, наименьшее $\lambda_ф = 404{,}7$ нм:

$$656{,}3 \text{ нм} - 404{,}7 \text{ нм} \approx 250 \text{ нм}.$$

Масштаб: 10 см —250 нм или 1 см —25 нм.

Аналогично для показателя преломления n:

$$1{,}6852 - 1{,}6444 = 0{,}0418 \approx 0{,}04000.$$

Масштаб: 8 см —0,04000 или 1 мм —0,005.

По графику (рис. 257) находим, что для света с длиной волны $\lambda_ж = 555$ нм показатель преломления $n = 1{,}6530$ (соответствующая точка на графике отмечена крестиком).

Скорость красного света $v_к = \dfrac{c}{n_к}$. По графику находим $n_к = 1{,}6450$, т. е.

$$v_к = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ м/с}}{1{,}6450} \approx 1{,}82 \cdot 10^8 \text{ м/с}.$$

Для определения показателя преломления фиолетового света с длиной волны $\lambda_ф = 400$ нм продолжаем линию графика до оси n

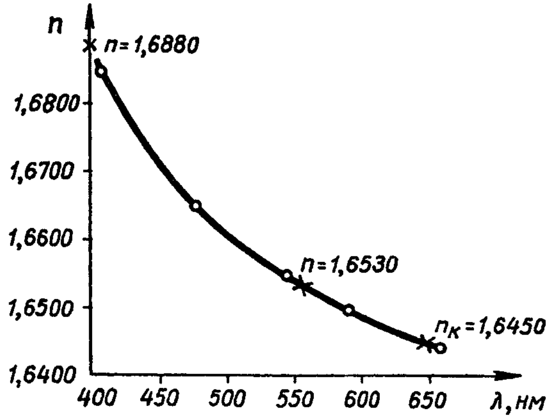


Рис. 257

и находим $n_ф = 1{,}6880$;

$$v_ф = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ м/с}}{1{,}6880} \approx 1 \cdot 78 \cdot 10^8 \text{ м/с}.$$

Из приведенных расчетов следует важный вывод: чем больше длина световой волны, тем больше скорость распространения света в данной среде.

689. В воде на расстоянии 20 м один аквалангист подает другому сигнал с помощью белого света. На каком расстоянии и на какое время на этом пути красные лучи опередят фиолетовые? Показатель преломления красных лучей $n_к = 1{,}329$; фиолетовых — $n_ф = 1{,}344$.

Р е ш е н и е. Определим скорость света в воде красных и фиолетовых лучей:

$$v_к = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ м/с}}{1{,}329} = 2{,}257 \cdot 10^8 \text{ м/с};$$

$$v_ф = \frac{3 \cdot 10^8}{1{,}344} = 2{,}232 \cdot 10^8 \text{ м/с}.$$

Красные лучи пройдут 20 м за время

$$t_к = \frac{20 \text{ м}}{2{,}257 \cdot 10^8 \text{ м/с}} = 8{,}861 \cdot 10^{-8} \text{ с},$$

а фиолетовые за время

$$t_ф = \frac{20 \text{ м}}{2{,}232 \cdot 10^8 \text{ м/с}} = 8{,}960 \cdot 10^{-8} \text{ с}.$$

Красные лучи опередят фиолетовые на время $\Delta t = t_ф - t_к = 9{,}9 \cdot 10^{-10}$ с. Заметить такую разницу во времени прихода световых сигналов глаз человека не может. Поэтому он не обнаружит разложение (дисперсию) света.

Красный свет обгонит фиолетовый на расстояние

$$s = c_ф \Delta t = 2{,}232 \cdot 10^{-8}\ м/с \times 9{,}9 \cdot 10^{-10}\ с = 22{,}096 \times 10^{-2}\ м = 0{,}220\ м.$$

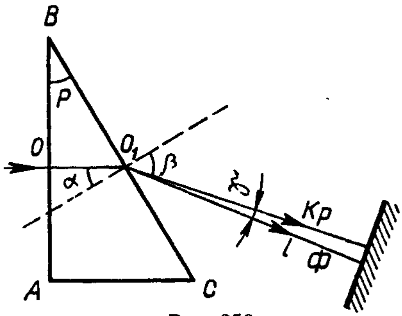


Рис. 258

690. Красный ($n_к = 1{,}640$) и фиолетовый ($n_ф = 1{,}69$) лучи света падают в одну точку O перпендикулярно грани AB прямоугольной трехгранной стеклянной призмы из тяжелого крона (рис. 258). На какой угол γ разойдутся лучи при выходе из призмы? Где нужно поместить экран, чтобы расстояние между лучами было равным 10 см? Преломляющий угол призмы $P = 10°$.

Решение. В точке O лучи не испытывают преломления, так как угол падения равен нулю. Угол падения лучей на грань BC $\alpha = P = 10°$ (как углы с взаимно перпендикулярными сторонами):

$$\frac{\sin\beta_к}{\sin\alpha_к} = n_к = 1{,}640, \ \sin\beta_к = 0{,}1736 \cdot 1{,}640 = 0{,}2847; \ \beta_к = 16°32';$$

$$\frac{\sin\beta_ф}{\sin\alpha_ф} = 1{,}690, \ \sin\beta_ф = 0{,}1736 \cdot 1{,}690 = 0{,}2934; \ \beta_ф = 17°4'.$$

Угол между лучами $\gamma = 17°4' - 16°32' = 32'$, расстояние до экрана

$$l = \frac{10\ см}{\sin 32'} = \frac{10\ см}{0{,}0093} \approx 1{,}1 \cdot 10^3\ см = 11\ м.$$

§ 108. Интерференция, дифракция и поляризация света

Используя аналогию интерференции механических и световых волн, сначала решают задачи об интерференции света от двух, а затем трех и более когерентных источников. Это позволит ознакомить учащихся с принципом действия дифракционной решетки и рассчитать длину световой волны. После этого рассматривают интерференцию световых волн в тонких пленках.

В задачах по дифракции света главное внимание уделяют дифракции от малого отверстия. Для объяснения этого явления нужно ознакомить учащихся с принципом Гюйгенса — Френеля, согласно которому каждую точку среды, до которой дошла волна, можно рассматривать как источник вторичных волн, способных интерферировать между собой.

В задачах нужно обратить внимание на то, что интерференция и дифракция — это взаимосвязанные явления.

691. Можно ли наблюдать интерференцию при совмещении волн от: а) двух независимых источников волн на поверхности воды? б) двух струн одной гитары? в) двух одинаковых струн двух одинаковых гитар? г) двух одинаковых камертонов? д) двух радиостанций? е) одной радиостанции и одной телестанции? ж) двух телестанций? з) двух звезд? и) двух ламп накаливания? к) двух газосветных ламп? л) двух лазеров?

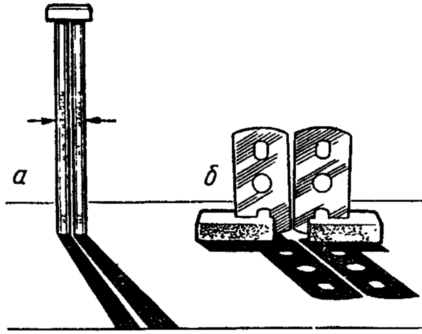


Рис. 259

Решение. Независимые источники волн являются некогерентными. Интерференция может наблюдаться в случаях г) и л).

692. Достаточно ли условие когерентности для получения интерференционной картины при совмещении двух или более световых волн?

Решение. Так как интерферируют лишь поляризованные в одной плоскости световые волны, то условия когерентности не достаточно.

693. Почему результат интерференции зависит от разности хода совмещающихся когерентных и поляризованных волн?

Решение. Вследствие разности хода двух волн колебания, вызванные этими волнами в точке их встречи, будут обладать дополнительной разностью фаз.

694. При осуществлении интерференции света были получены световые пучки, в состав которых, наряду с когерентным светом, входил и некогерентный. Что при этом наблюдалось?

Решение. В месте наложения таких световых пучков некогерентные части световых колебаний создают равномерно освещенный фон, а это ведет к снижению видимости (контрастности) интерференционной картины.

695 (э). Поставьте на пути яркого света (желательно на пути солнечных лучей) параллельно друг другу два ровных карандаша или бритвенных лезвия и, передвигая их, получите на плоском экране пучки света разной ширины (рис. 259). Получите как можно более узкий пучок и проведите вдоль него линию. Какой можно сделать вывод о распространении пучков света на основе этого опыта?

Решение. При малых отверстиях начинают сказываться дифракционные явления. Свет проходит в область тени.

696. На рисунке 260 приведена схема дырочной камеры и вид изображения «стрелки» при размерах отверстия: 3 мм; 1 мм; 0,5 мм; 0,03 мм. Как объяснить различия изображений?

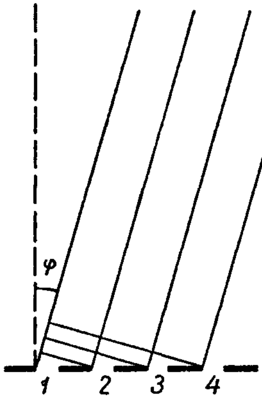


Рис. 261

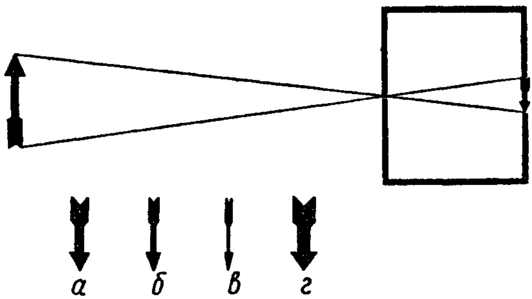


Рис. 260

Решение. С уменьшением до известного предела размера отверстия четкость изображения увеличивается. Светлые пятна больших размеров грубо очерчивают контуры и детали светящегося предмета, а малых размеров — более точно. Но при малом отверстии, соизмеримом с длиной световой волны, резкость изображения уменьшается из-за дифракции света.

697 (э). Из плотной бумаги (хороша черная бумага, применяемая для упаковки фотоматериалов) сделайте два экрана. В одном прорежьте бритвой щель длиной 2—3 см и толщиной 0,5—1 мм, а в другом — две тонкие щели такой же длины на расстоянии 0,1—0,2 мм друг от друга. Осветите бо́льшую щель ярким солнечным или электрическим светом и посмотрите на нее через две другие щели. Опишите и объясните наблюдаемое явление.

Решение. Будет видно расширенное изображение входной щели в виде полоски белого света, а по сторонам видны полосы, окрашенные в разные цвета. Явление объясняется интерференцией световых пучков, образованных на малых отверстиях (согласно принципу Гюйгенса — Френеля эти пучки когерентны). Возникновение цветной окраски объясняется тем, что белый свет содержит световые волны разной длины. Из рисунка 261 и формулы $\lambda = d\sin\varphi$ видно, что чем больше длина волны, тем под большим углом будет наблюдаться первый максимум. На больший угол отклоняются красные лучи, следовательно, они имеют наибольшую длину волны.

698. Найдите среднее значение длины волны белого света, используя интерференционную картину, полученную от двух узких щелей, расположенных на расстоянии 0,02 см одна от другой. Расстояние между темными полосами на экране равно 0,49 см, а расстояние от щелей до экрана 200 см.

Решение. Расстояние между темными полосами (минимумами света) такие же, как и между светлыми (максимумами), поэтому

$$\lambda = d\sin\varphi = 0{,}02\ \text{см} \cdot \frac{0{,}49\ \text{см}}{200\ \text{см}} = 4{,}9 \cdot 10^{-5}\ \text{см}.$$

699. Соблюдается ли закон сохранения энергии в явлениях интерференции и дифракции?

Решение. Соблюдается. В области интерференции световая энергия не превращается в другие виды энергии, а перераспределяется. Возрастание энергии в некоторых точках интерференционной картины относительно суммарной[1] световой энергии компенсируется таким же уменьшением световой энергии в других точках.

700. Как изменяется интерференционная картина, если: а) увеличить число щелей? б) уменьшить расстояние между ними? в) изменить ширину входной щели? г) изменить ширину всех щелей? (рис. 261).

Решение. а) При освещении одной щели белым светом центр интерференционной картины представится в виде белой полоски, переходящей в цветную каемку. При освещении двух идентичных щелей одинаковые интерференционные картины будут накладываться друг на друга, так как положение максимумов определяется направлением, по которому идет бо́льшая часть испытавшего дифракцию света. В направлениях, определяемых из условия $d\sin\varphi = n\lambda$, действие одной щели усиливает действие другой. Этим направлениям соответствуют главные максимумы. Интерференционная картина, полученная вследствие дифракции на двух щелях, показывает, что максимумы становятся более узкими, чем в случае одной щели. Увеличение числа щелей делает явление еще более отчетливым.

б) Из формулы $\lambda = d\sin\varphi$ или $\frac{\lambda}{d} = \sin\varphi$ видно, что для одной и той же длины волны λ с уменьшением расстояния между щелями d угол φ увеличивается, следовательно, дифракционная картина становится более четкой.

После решения этой задачи полезно раздать учащимся дифракционные решетки различного периода для наблюдения интерференционной картины. Вместо решеток или в дополнение к ним для тех же целей можно раздать перышки, кусочки капроновой ткани.

701 (э). Соберите установку, схема которой приведена на рисунке 262, и, получив на экране дифракционную картину, определите длины волн красного света.

Решение. Освещают возможно ярче щель *б* сходящимся пучком света от конденсора фонаря *а*. С помощью объектива *в* получают на экране изображение щели. Затем между экраном и

[1] Под суммарной световой энергией понимают световую энергию двух световых пучков от независимых источников.

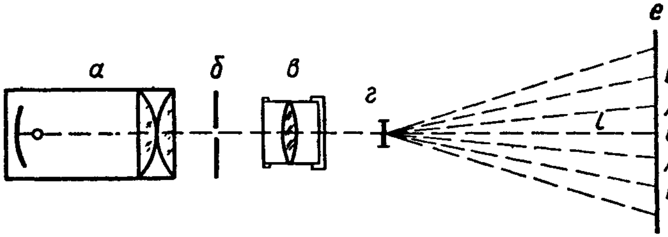


Рис. 263

объективом помещают дифракционную решетку *г* и наблюдают на экране *е* интерференционную картину.

В одном из опытов были получены следующие данные: расстояние l от решетки до экрана 200 см; расстояние от середины центрального изображения щели до избранных точек первого A и второго B максимумов соответственно 13 и 26 см; постоянная решетка $d = 0{,}001$ см.

Из формулы $n\lambda = d\sin\varphi = d\,\frac{AO}{l}$ найдем:

$$\lambda_1 = d\sin\varphi_1 = \frac{0{,}001\ \text{см} \cdot 13\ \text{см}}{200\ \text{см}} \approx 6{,}5 \cdot 10^{-5}\ \text{см} = 6{,}5 \cdot 10^{-7}\ \text{м};$$

$$\lambda_2 = \frac{d\sin\varphi_2}{2} = \frac{d \cdot BO}{2l} = \frac{0{,}001\ \text{см} \cdot 26\ \text{см}}{2 \cdot 200\ \text{см}} = 6{,}5 \cdot 10^{-7}\ \text{м}.$$

Если взять расстояния AO и BO до других точек красной части спектра, то получится иное значение λ.

702. Поместите перед глазами патефонную пластинку так, чтобы видеть отраженные от электрической лампы лучи, которые идут почти параллельно плоскости пластинки. Как объяснить наблюдаемое явление?

Решение. Свет интерферирует, отражаясь от частей пластинки, которые расположены между бороздками. Эти части играют роль источников света, как щели в дифракционной решетке.

703. Между двумя стеклянными пластинами l и l' (рис. 263) образовался воздушный клин с углом $\alpha = 10''$. Какой вид будет иметь интерференционная картина при освещении клина перпендикулярно падающим пучком света с длиной волны $\lambda = 5{,}8 \cdot 10^{-7}$ м? Как изменится интерференционная картина при увеличении угла α?

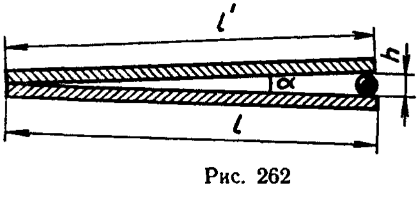


Рис. 262

Решение. В проходящем свете условие максимума света $2h_н = n\lambda$. Первый максимум света будет наблюдаться в том месте, где

$$h_1 = \frac{\lambda}{2},\ h_2 = \frac{2\lambda}{2},$$

$$l_n = \frac{h_n}{\sin\alpha} = \frac{n\lambda}{2\sin\alpha};$$

$$\Delta l = l_2 - l_1 = \frac{2\lambda - \lambda}{2\sin\alpha} = \frac{\lambda}{2\sin\alpha},$$

где Δl — величина постоянная. Так как синус малого угла равен углу в радианах, то

$$\Delta l = \frac{5{,}8 \cdot 10^{-7}\ \text{м} \cdot 3600 \cdot 57{,}3}{2 \cdot 10} = 6 \cdot 10^{-3}\ \text{м} = 6\ \text{мм}.$$

В монохроматическом свете на пластине будут видны темные и светлые полосы, параллельные ее ребру. Так как $\Delta l = \frac{\lambda}{2\sin\alpha}$, то с увеличением угла α расстояние между полосами будет уменьшаться.

704. На расстоянии наилучшего зрения (25 см) нормальный человеческий глаз видит раздельно две точки, отстающие одна от другой на 0,07 мм. Определите угол α между пластинами, при котором глаз перестает различать интерференционные полосы, и наибольшую толщину воздушного клина, если его длина $l = 10$ см.

Решение. $\Delta l = \frac{\lambda}{2\sin\alpha}$; $\sin\alpha = \frac{\lambda}{2\Delta l} = 4 \cdot 10^{-3}$;

$$\alpha \approx 4 \cdot 10^{-3}\text{рад} \approx 10'; \ h = l\alpha \approx 10\ \text{см} \cdot 4 \cdot 10^{-3} \doteq 4 \cdot 10^{-2}\ \text{см} = 0{,}4\ \text{мм}.$$

Задача позволяет в известной мере пояснить, почему интерференционные полосы наблюдают только в тонких пленках[1].

705. На расположенной вертикально проволочной рамке получите мыльную пленку. В каком месте пленки, в какой последовательности и почему появляются первые радужные полосы? Рассмотрите полосы в отраженном свете через светофильтр. Почему так различается их ширина и расстояние между ними?

Решение. Вследствие стекания жидкости мыльная пленка образует клин. Полосы сначала появляются вверху пленки, где она тоньше. Чем больше длина волны λ, тем дальше от ребра клина будет наблюдаться в интерференционной полосе соответствующий цвет. Считая сверху вниз, глаз увидит фиолетовый, синий, голубой, зеленый и другие цвета спектра. Различие в ширине полос и расстояниях между ними объясняется тем, что поверхность пленки не плоская.

706. При каком направлении вектора электрического поля $\vec{E}$ радиоволны пройдут сквозь металлическую решетку с горизонтально расположенными прутьями, если на нее попадает неполяризованная волна (т. е. смесь радиоволн с различным направлением плоскости колебаний вектора электрического поля

---

[1] В монохроматическом свете интерференционные полосы можно еще различить при толщине пленки до 0,5 мм. Для белого света пленка должна быть примерно в 100 раз тоньше.

$\vec{E}$). Почему? Будет ли поляризоваться свет, если его пропустить через эту же решетку?

Решение. Пройдут электрические колебания, в которых вектор электрического поля $\vec{E}$ перпендикулярен прутьям металлической решетки. В этом случае вектор электрического поля $\vec{E}$ не вызывает в прутьях колебания электронов и электромагнитная волна без потерь энергии проходит через решетку.

Геометрические размеры металлической решетки много больше длины световой волны. Свет поляризуется только[1] при его пропускании через анизотропные кристаллы[2].

707. Колебания какого вектора $\vec{E}$ или $\vec{B}$ в световой волне действуют на сетчатку глаза или на фотоэмульсию?

Решение. Процессы, происходящие в сетчатке глаза или фотоэмульсии, вызываются дополнительным движением электронов под действием света. Поскольку электроны в сетчатке глаза или фотоэмульсии не имеют первоначального упорядоченного движения, на них может подействовать только электрическое поле.

708. В ночное время светящиеся фары автомобилей ослепляют встречных водителей. Предложите способ гашения света от встречного транспорта, не ухудшая при этом для водителя видимости дороги.

Решение. На фары и лобовые стекла всех автомобилей можно поместить поляроиды таким образом, чтобы их плоскости пропускания были направлены одинаково под углом 45° к вертикали; тогда каждый водитель увидит дорогу и встречные машины, освещенные фарами своего автомобиля. Однако водитель не будет ослепляться светом фар встречных автомобилей, так как плоскости пропускания на их фарах оказываются повернутыми на 90°.

Глава 37. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

Необходимо отметить, что основное внимание в теме «Элементы теории относительности» обращают на принцип относительности Эйнштейна, скорость света в вакууме как предельную скорость передачи сигнала, зависимость массы от скорости, закон взаимосвязи массы и энергии. По этим вопросам следует решать задачи.

Рассмотрение всех вопросов проводится в инерциональных

---

[1] Имеется в виду проходящий во вторую среду свет.

[2] Физические свойства таких кристаллов зависят от выбранного в них направления.

системах координат K с координатами x, y, z и K' с координатами x', y', z' (рис. 264). Система K' движется относительно системы K с постоянной скоростью v, направленной вдоль оси Ox.

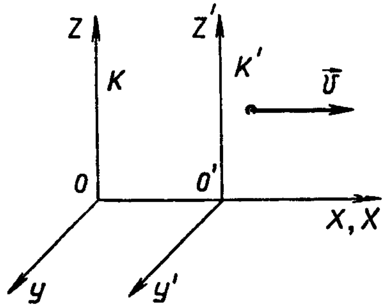


Рис. 264

Используя формулы специальной теории относительности, учащиеся часто затрудняются в определении, к какой системе отсчета относится та или иная величина. Поэтому следует весьма четко разделять величины, относящиеся к разным системам отсчета, для наглядности всегда чертить эти системы координат.

В теории относительности установлена зависимость массы m от скорости v, имеющая вид:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \qquad (1)$$

где m_0 — масса покоя, а также зависимость

$$\vec{p} = \frac{m_0\vec{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad \text{и} \quad \frac{\Delta\vec{p}}{t} = \vec{F}. \qquad (2)$$

Решают задачи по формуле (1), а по формуле (2) задач не рассматривают.

Кроме того, масса тела m является мерой запаса полной энергии тела E. В соответствии с формулой Эйнштейна $E = mc^2$ энергия покоя равна $E_0 = m_0c^2$.

709. Частица, масса покоя которой $m_0 = 1$ г, движется со скоростью: а) $v_1 = 0{,}1$ с; б) $v_2 = 0{,}9$ с. Определите массу движущейся частицы m (для наблюдателя, относительно которого движется частица со скоростями v_1 и v_2).

Решение. Запишем зависимость массы от скорости:

$$\text{а)}\ m_1 = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v_1^2}{c^2}}} = \frac{1 \cdot 10^{-3}\text{кг}}{\sqrt{1 - \left(\frac{0{,}1c}{c}\right)^2}} \approx \frac{1 \cdot 10^{-3}\text{кг}}{\sqrt{0{,}99}} \approx$$
$$\approx 1 \cdot 10^{-3}\text{кг}.$$

При скорости $v_1 = 0{,}1\,c$ масса частицы m практически не отличается от m_0.

б) $m_2 = \dfrac{1 \cdot 10^{-3}\text{кг}}{\sqrt{1 - \left(\frac{0{,}9c}{c}\right)^2}} \approx 2{,}2 \cdot 10^{-3}$кг. Таким образом, при скоростях v, сравнимых со скоростью света в вакууме, необходим учет зависимости массы от скорости.

710. При какой скорости масса движущегося электрона вчетверо больше массы покоящегося?

Решение. Запишем зависимость массы от скорости:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

По условию задачи

$$\frac{m}{m_0} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = 4; \qquad \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \frac{1}{4},$$

откуда $v \approx 0,968\ c$.

711. Определите полную энергию тела массой 1 кг.

Решение. Полная энергия тела $E = mc^2$, т. е.

$$E = 1\ \text{кг} \cdot (3 \cdot 10^8\ \text{м/с})^2 = 9 \cdot 10^{16}\ \text{Дж}.$$

Здесь m — релятивистская масса.

712. Найдите такое изменение энергии, которое соответствует изменению массы на величину массы покоящегося электрона.

Решение. Запишем формулу Эйнштейна $\Delta E = \Delta mc^2$. По условию задачи Δm равно массе электрона, т. е. $9,1 \cdot 10^{-31}$ кг, $c = 3 \cdot 10^8$ м/с. Тогда

$$\Delta E = 9,1 \cdot 10^{-31}\ \text{кг}\ (3 \cdot 10^8\ \text{м/с})^2 \approx 8,2 \cdot 10^{-14}\ \text{Дж}.$$

В специальной теории относительности учитывают сокращение длин тел и замедление хода движущихся часов. Один и тот же стержень имеет разную длину в разных системах отсчета. Его длина максимальна в системе отсчета, в которой стержень покоится. В системе отсчета, которая движется по отношению к стержню со скоростью v, длина стержня будет изменяться. Поперечные размеры стержня не меняются.

713. Линейка и часы находятся в кабине космического корабля. Космонавт измерил длину линейки l_0 и промежуток времени τ_0 между двумя событиями. Какова длина линейки и промежуток времени между этими событиями для наблюдателя, находящегося на Земле?

Решение. $l = l_0\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$ и $\tau = \dfrac{\tau_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$.

Из формул видно, что $l < l_0$, а $\tau > \tau_0$. Длина движущихся предметов для земного наблюдателя сокращается, а промежуток времени между событиями возрастает.

714. Какую скорость должно иметь тело, чтобы его продольные размеры уменьшились для наблюдателя в 3 раза? До этого тело покоилось относительно данного наблюдателя.

Решение. По условию $\frac{l}{l_0} = \frac{1}{3}$, но $l = l_0\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$, отсюда

$$\left(\frac{l}{l_0}\right)^2 = 1 - \frac{v^2}{c^2} \text{ и } v = c\sqrt{1 - \left(\frac{l}{l_0}\right)^2} = c\sqrt{1 - \left(\frac{1}{3}\right)^2} \approx$$

$$\approx 0{,}94\ c \approx 2{,}8\cdot 10^8 \text{ м/с}.$$

Поперечные размеры тела не меняются.

Интересующихся физикой учащихся полезно познакомить с релятивистским законом сложения скоростей.

Если в системе K' скорость движения тела обозначить v_1, в системе K — v_2, то классический закон сложения скоростей $v_2 = v_1 + v$ в системе K' оказывается другим:

$$v_2 = \frac{v_1 + v}{1 + \frac{v_1 v}{c^2}}.$$

Это релятивистский закон сложения скоростей.

715*. Система отсчета K' движется относительно системы отсчета K со скоростью $v = \frac{2}{3}c$. Частица движется относительно системы отсчета K' со скоростью $v = \frac{2}{3}c$. Определите скорость частицы v_2 в системе отсчета K.

Решение. По релятивистскому закону сложения скоростей

$$v_2 = \frac{v_1 + v}{1 + \frac{v_1 v}{c^2}} = \frac{\frac{2}{3}c + \frac{2}{3}c}{1 + \frac{\frac{2}{3}c\,\frac{2}{3}c}{c^2}} \approx \frac{4c}{3\left(1 + \frac{4}{9}\right)} = \frac{12}{13}c,$$

т. е. $v_2 < c$.

Анализируя полученный результат, целесообразно показать, что по классическому закону сложения скоростей было бы $v_2 = v_1 + v$, т. е. $u = \frac{2}{3}c + \frac{2}{3}c = \frac{4}{3}c$, т. е. $v_2 > c$, что недопустимо, так как скорость света в вакууме является предельной скоростью передачи сигнала.

716*. Покажите, при каких условиях релятивистский закон сложения скоростей переходит в классический закон.

Решение. Релятивистский закон сложения скоростей

$$v_2 = \frac{v_1 + v}{1 + \frac{vv_1}{c^2}},$$

а классический $v_2 = v_1 + v$. Сравнивая эти формулы, легко установить, что релятивистский закон переходит в классический при $\frac{v v_1}{c^2} \to 0$, что будет при условии $v \ll c$ и $v_1 \ll c$.

Глава 38. ИЗЛУЧЕНИЕ И СПЕКТРЫ

В данной теме вначале изучают явление дисперсии света, спектры испускания и поглощения, инфракрасное, ультрафиолетовое и рентгеновское излучения, шкалу электромагнитных волн. По всем этим вопросам в основном решают качественные задачи, например такие:

717 (э). Какой спектр дает раскаленный кусок железа?

Решение. Нагретые твердые тела дают сплошной спектр. Поэтому спектр раскаленного куска железа будет сплошным.

718 (э). Какой спектр дает светящаяся трубка, в которой происходит газовый разряд?

Решение. Спектр будет линейчатым, так как газовый разряд дает линейчатый спектр.

Ответы на задачи № 717 и 718 желательно проверить с помощью спектроскопа прямого зрения.

719. Какой спектр даст вещество в газообразном состоянии, если газ состоит не из атомов, а из молекул?

Решение. Получится так называемый полосатый спектр. Он состоит из отдельных полос, разделенных темными промежутками. В действительности каждая полоса этого спектра представляет собой совокупность большого числа очень близко расположенных спектральных лини

720 (э). Если перед коллиматором спектроскопа расположить пламя спиртовки и бросить в ее фитиль несколько крупинок поваренной соли, то на фоне сплошного спектра будет видна желтая линия. Чем объяснить появление линейчатого спектра?

Решение. Линейчатый спектр дают пары натрия.

721. Материал при дневном освещении имеет красный цвет. Как будет выглядеть этот материал, если его осветить в темноте голубыми лучами?

Решение. Материал будет выглядеть черным.

722. На листе бумаги сделаны две надписи, одна — желтой, а другая синей краской. Как будут выглядеть эти надписи через синее стекло (светофильтр)?

Решение. Надпись, сделанная синей краской, будет хорошо видна. Надпись желтой краской не видна (или очень слабо видна), что определяется качеством синего светофильтра.

723. Как обнаруживают невидимые ультрафиолетовые и инфракрасные лучи?

Решение. Инфракрасные или ультрафиолетовые лучи обнаруживают по какому-нибудь их действию. Например, ультрафиолетовые лучи вызывают люминесценцию, действуют на фотоэмульсию. Инфракрасные лучи обладают тепловым действием (обнаруживают их с помощью термометра сопротивления, в котором чувствительный элемент выполнен в виде тонкой металлической пластины или термоэлемента), а также действуют на специальные (сенсибилизированные) фотопластины.

724. Почему солнечный свет, прошедший сквозь оконное стекло, не вызывает загара? Почему колбы ртутных ламп изготовляют из кварцевого стекла?

Решение. Ртутные лампы применяют для получения излучения, богатого ультрафиолетовыми лучами. Кварцевое стекло прозрачно для ультрафиолетового излучения, а обычное — непрозрачно. Загар же вызывают ультрафиолетовые лучи.

Количественные задачи в данной теме сводятся к расчету длин волн, а также к определению скорости света в разных средах. При этом используют формулы:

$$\lambda = vT = \frac{v}{\nu},$$

где v — скорость света в среде, в которой определяют длину волны λ, T — период и ν — частота электромагнитных колебаний.

725. Свет имеет частоты от $4 \cdot 10^{14}$ до $7{,}5 \cdot 10^{14}$ Гц. Каков интервал длин волн у видимого излучения?

Решение. Длина волны $\lambda = \frac{c}{\nu}$;

$$\lambda_к = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ м/с}}{4 \cdot 10^{14} \text{ с}^{-1}} = 7{,}5 \cdot 10^{-7} \text{ м};$$

$$\lambda_ф = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ м/с}}{7{,}5 \cdot 10^{14} \text{ с}^{-1}} = 4 \cdot 10^{-7} \text{ м}.$$

726. Рентгеновские лучи имеют частоты в пределах $6 \cdot 10^{16} \div 7{,}5 \cdot 10^{19}$ Гц. Определите длины волн этих лучей.

Решение. Из формулы $\lambda = \frac{c}{\nu}$ определяем длины волн:

$$\lambda_1 = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ м/с}}{6 \cdot 10^{16} \text{ с}^{-1}} = 5 \cdot 10^{-9} \text{ м};$$

$$\lambda_2 = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ м/с}}{7{,}5 \cdot 10^{19} \text{ с}^{-1}} = 4 \cdot 10^{-12} \text{ м}.$$

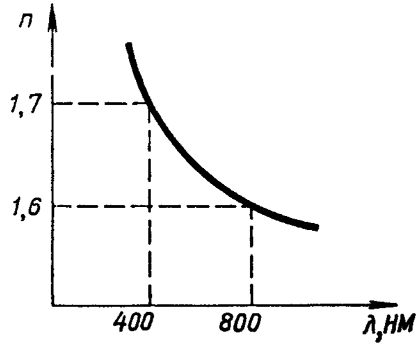


Рис. 265

727. На рисунке 265 приведен график зависимости показателя преломления стекла от длины световой волны. Определите скорость световых волн в стекле, если $\lambda = 8 \cdot 10^{-7}$ м.

Решение. По графику (рис. 265) определяем, что длине волны $\lambda = 800$ нм соответствует показатель преломления $n = 1{,}6$. Тогда

$$v = \frac{c}{n} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ м/с}}{1{,}6} = 1{,}9 \cdot 10^8 \text{ м/с}.$$

728*. На поверхность воды падают красные лучи света с длиной волны $\lambda = 7 \cdot 10^{-7}$ м. Определите длину волны этих лучей в воде, если показатель ее преломления $n = 1{,}33$. Какого цвета лучи увидит человек, находящийся под водой?

Решение. Длина волны в воде $\lambda_в = \frac{v}{\nu}$, где v — скорость волн в воде $\left(v = \frac{c}{n}\right)$. Подставив значения v и ν в выражение для $\lambda_в$, получим

$$\lambda_в = \frac{c\lambda}{nc} = \frac{\lambda}{n} = \frac{7 \cdot 10^{-7} \text{ м}}{1{,}33} = 5{,}3 \cdot 10^{-7} \text{ м}.$$

В вакууме такую длину волны имеют не красные, а зеленые лучи. Человек же под водой увидит красный свет, так как цветовое восприятие определяется не длиной волны, а частотой электромагнитных колебаний, которая не изменяется.

Дополнительно можно решить следующие задачи.

729. Возможны ли явления интерференции и дифракции с ультрафиолетовыми, инфракрасными и рентгеновскими лучами?

Решение. Возможны, так как ультрафиолетовые, инфракрасные и рентгеновские лучи — электромагнитные волны.

730. Для получения дифракционного спектра в видимом излучении применяют оптическую дифракционную решетку. Дифракция рентгеновских лучей обнаружена на кристаллах. Объясните, почему здесь применяют кристаллы.

Решение. Длина волны рентгеновских лучей меньше, чем у ультрафиолетовых, и имеет тот же порядок, что и размеры атомов (10^{-10} м). Естественно, создать дифракционную решетку со щелями таких размеров нельзя. В кристаллах же существует упорядоченная система атомов, расстояние между которыми порядка длины волны рентгеновских лучей. Таким образом, кристалл может служить для рентгеновских лучей дифракционной решеткой (объемной).

КВАНТОВАЯ ФИЗИКА

Глава 39. СВЕТОВЫЕ КВАНТЫ. ДЕЙСТВИЯ СВЕТА

Задачи в данной теме в основном сводятся к определению энергии, импульса и массы фотонов, а также к применению законов фотоэффекта для определения длинноволновой границы фотоэффекта и скорости фотоэлектронов. По явлению люминесценции, световому давлению и химическому действию света возможны только качественные задачи.

731. Определите энергию, массу и импульс фотонов, соответствующих наиболее длинным и наиболее коротким волнам видимой части спектра.

Решение. Из таблиц находим граничные значения длин волн для света: $\lambda_1 = 7{,}6\cdot10^{-7}$ м; $\lambda_2 = 4\cdot10^{-7}$ м.

Энергия фотонов $E = h\nu = \dfrac{hc}{\lambda}$, т. е.

$$E_1 = \frac{hc}{\lambda_1} = \frac{6{,}62\cdot10^{-34}\ \text{Дж}\cdot\text{с}\cdot3\cdot10^{8}\ \text{м/с}}{7{,}6\cdot10^{-7}\ \text{м}} \approx 2{,}6\cdot10^{-19}\ \text{Дж};$$

$$E_2 = \frac{hc}{\lambda_2} = \frac{6{,}62\cdot10^{-34}\ \text{Дж}\cdot\text{с}\cdot3\cdot10^{8}\ \text{м/с}}{4\cdot10^{-7}\ \text{м}} \approx 5{,}0\cdot10^{-19}\ \text{Дж}.$$

Масса фотонов $m = \dfrac{E}{c^2}$, т. е.

$$m_1 = \frac{E_1}{c^2} \approx \frac{2{,}6\cdot10^{-19}\ \text{Дж}}{9\cdot10^{16}\ \text{м}^2/\text{с}^2} \approx 0{,}29\cdot10^{-35}\ \text{кг};$$

$$m_2 = \frac{E_2}{c^2} \approx \frac{5{,}0\cdot10^{-19}\ \text{Дж}}{9\cdot10^{17}\ \text{м}^2/\text{с}^2} \approx 0{,}55\cdot10^{-35}\ \text{кг}.$$

Импульс фотонов $p = mc$, т. е.

$$p_1 = m_1c = 0{,}29\cdot10^{-35}\ \text{кг}\cdot3\cdot10^{8}\ \text{м/с} \approx 0{,}87\cdot10^{-27}\ \text{Н}\cdot\text{с};$$

$$p_2 = m_2c = 0{,}55\cdot10^{-35}\ \text{кг}\cdot3\cdot10^{8}\ \text{м/с} \approx 1{,}65\cdot10^{-27}\ \text{Н}\cdot\text{с}.$$

732. Какую энергию должен иметь фотон, чтобы обладать массой, равной массе покоя электрона?

Решение. Масса фотона $m = \dfrac{E}{c^2}$, масса покоя электрона $m_0 = 9{,}1\cdot10^{-31}$ кг, энергия фотона при $m = m_0$ должна быть:

$$E = m_0c^2 = 9{,}1\cdot10^{-31}\ \text{кг}\ (3\cdot10^{8})^2\ \text{м}^2/\text{с}^2 \approx 82\cdot10^{-15}\ \text{Дж}.$$

При решении задач на законы внешнего фотоэффекта используют уравнение Эйнштейна

$$h\nu = A + \frac{mv^2}{2},$$

согласно которому энергия кванта $h\nu$ расходуется на совершение работы выхода электрона с поверхности металла A и сообщение фотоэлектрону кинетической энергии $\frac{mv^2}{2}$.

Уравнение Эйнштейна позволяет вычислить скорость фотоэлектронов. С помощью этого уравнения определяют также и наибольшую длину волны λ_{max}, при которой еще наблюдается явление фотоэффекта для данного вещества (длинноволновая граница фотоэффекта).

733. Для света с длиной волны $\lambda = 500$ нм порог зрительного восприятия равен $W = 2{,}1 \cdot 10^{-13}$ Дж (м^2·с). Рассчитайте число фотонов, воспринимаемых глазом на пороге зрительного восприятия.

Решение. Вычислим энергию одного фотона:

$$E = h\nu;\ E = 6{,}62 \cdot 10^{-34}\ \text{Дж} \cdot \text{с}\ \frac{3 \cdot 10^8\ \text{м/с}}{500 \cdot 10^{-9}\ \text{м}} = 3{,}96 \cdot 10^{-19}\ \text{Дж}.$$

Очевидно, что число фотонов равно:

$$n = \frac{W}{E};\ n = \frac{2{,}1 \cdot 10^{-13}\ \text{Дж/(м}^2 \cdot \text{с)}}{3{,}96 \cdot 10^{-19}\ \text{Дж/фотон}} = 53 \cdot 10^4\ \text{фотон/(м}^2 \cdot \text{с)} =$$
$$= 53\ \text{фотон/(см}^2 \cdot \text{с)}.$$

734. Найдите порог (длинноволновую границу) фотоэффекта для калия, если работа выхода $A = 1{,}92$ эВ [35, № 1222].

Решение. В уравнении Эйнштейна $h\nu = A + \frac{mv^2}{2}$ для порога фотоэффекта $\frac{mv^2}{2} = 0$. Тогда

$$h\nu_{\text{порог}} = \frac{hc}{\lambda_{max}} = A.$$

Искомая длина волны

$$\lambda_{max} = \frac{hc}{A};$$

$$\lambda_{max} = \frac{6{,}62 \cdot 10^{-34}\ \text{Дж} \cdot \text{с} \cdot 3 \cdot 10^8\ \text{м/с}}{1{,}92 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{Дж}} \approx 6{,}47 \cdot 10^{-7}\ \text{м}.$$

735. Цезий освещают желтым монохроматическим светом с длиной волны $\lambda = 0{,}589 \cdot 10^{-6}$ м. Работа выхода электрона $A = 1{,}7 \cdot 10^{-19}$ Дж. Определите кинетическую энергию вылетающих из цезия фотоэлектронов.

Решение. По уравнению Эйнштейна

$$\frac{mv^2}{2} = h\nu - A = \frac{hc}{\lambda} - A.$$

Подставляя числовые данные, получим значение кинетической энергии:

$$W_{\text{к}} = \frac{6{,}62 \cdot 10^{-34}\ \text{Дж} \cdot \text{с} \cdot 3 \cdot 10^8\ \text{м/с}}{0{,}589 \cdot 10^{-6}\ \text{м}} - 1{,}76 \cdot 10^{-19}\ \text{Дж} \approx 1{,}8 \cdot 10^{-19}\ \text{Дж}.$$

736. Определите скорость фотоэлектронов при освещении калия фиолетовым светом с длиной волны $4{,}2 \cdot 10^{-7}$ м, если работа выхода электронов с поверхности калия $A = 1{,}92$ эВ.

Решение. По уравнению Эйнштейна

$$\frac{mv^2}{2} = h\nu - A = \frac{hc}{\lambda} - A$$

находим скорость фотоэлектронов

$$v = \sqrt{\frac{2\left(\frac{hc}{\lambda} - A\right)}{m}}.$$

Подставив значения $\lambda = 4{,}2 \cdot 10^{-7}$ м, $m = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ кг, $h = 6{,}62 \cdot 10^{-34}$ Дж$\cdot$с и $c = 3 \cdot 10^8$ м/с, получим $v \approx 6 \cdot 10^5$ м/с.

737. В одном из опытов по фотоэффекту металлическая пластина освещалась светом длиной волны 420 нм. Работа выхода электрона с поверхности пластины равна 2 эВ. При какой задерживающей разности потенциалов прекратится фототок?

Решение. По закону Эйнштейна для фотоэффекта кинетическая энергия вылетевших фотоэлектронов $\frac{mv^2}{2}$ равна разности энергии фотона и работы выхода:

$$\frac{mv^2}{2} = h\nu - A. \qquad (1)$$

Вылет электронов прекратится, когда потенциальная энергия $eU_з$ электрона в задерживающем поле станет равной его кинетической энергии:

$$\frac{mv^2}{2} = eU_з, \qquad (2)$$

где e — заряд электрона, $U_з$ — задерживающий потенциал. Из уравнений (1) и (2) получим:

$$eU_з = h\nu - A, \qquad (3)$$

где $\nu = \frac{c}{\lambda}$. Отсюда задерживающая разность потенциалов равна:

$$U_з = \frac{h\nu}{e}; \qquad (4)$$

$$U_з = \frac{6{,}62 \cdot 10^{-34}\ \text{Дж} \cdot \text{с} \cdot 3 \cdot 10^8\ \text{м/с}}{420 \cdot 10^{-9}\ \text{м} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{Кл}} - \frac{2 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{Дж}}{1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{Кл}} = 0{,}95\ \text{В}.$$

По вопросу о давлении света достаточно решить простейшие задачи.

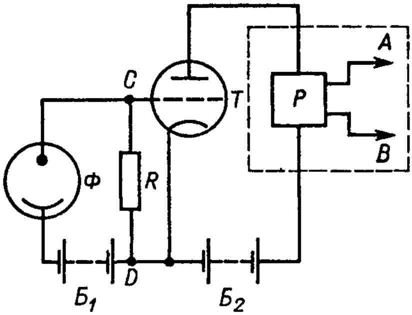


Рис. 266

738. В каком случае давление света больше: при падении его на зеркальную поверхность или на черную?

Решение. При падении на черную поверхность фотоны не отражаются и их импульс меняется от величины mc до нуля. При падении на зеркальную поверхность импульс фотонов изменяется от mc до $-mc$, так как свет отражается. Изменение импульса в этом случае в два раза больше, поэтому давление на зеркальную поверхность в два раза больше, чем на черную.

739. На рисунке 266 приведена схема фотореле. Если на фотоэлемент *Ф* падает свет, лампа *Т* закрыта. Что это значит? Что будет, если перекрыть световой поток, падающий на фотоэлемент?

740. Изобразите устройство лампы дневного света и объясните все физические процессы при ее работе. Зачем внутренние стенки трубки лампы покрывают люминофором?

Глава 40. АТОМ И АТОМНОЕ ЯДРО

При изучении строения атома и физики атомного ядра рассматривается большой материал, но в школе в большинстве случаев дается лишь описательное, элементарное его изложение. Задачи по теме могут быть как вычислительными, так и качественными. В основном решают качественные задачи, их много в упражнениях и в вопросах в учебнике [14]. В данном пособии главное внимание будет обращено на вычислительные задачи. Обязательными являются задачи на определение частоты излучения атома ν, на вычисление энергии связи и на закон радиоактивного излучения.

§ 109. Физика атома

741. По Резерфорду, в атоме есть положительно заряженное ядро, вокруг которого обращаются электроны. Докажите, что по классическим представлениям такой атом (планетарная модель) неустойчив и не должен давать линейчатый спектр.

Решение. Электроны вокруг ядра движутся с ускорением $a = \omega^2 R = \frac{v^2}{R}$. Согласно законам электродинамики Максвелла такие электроны должны излучать электромагнитные волны с частотой, равной числу их оборотов вокруг ядра в секунду. Кроме того, электроны должны приближаться к ядру, так как излучение сопровождается потерей энергии. В итоге должен получиться сплошной, а не линейчатый спектр, и атом через короткое время должен прекратить свое существование (электроны падают на ядро).

Строение атома и процессы в нем рассматривают в средней школе в основном по модели Бора, что на данном этапе обучения вполне допустимо и возможно. Квантовомеханические представления большинству учащихся недоступны. Но понятие об уровнях энергии атома в школе вводят. Это дает возможность сообщить, что при переходе атома из одного состояния с энергией E_2 в другое состояние с энергией E_1 излучается фотон, энергия которого $h\nu = E_2 - E_1$. Частота данного излучения

$$\nu = \frac{E_2 - E_1}{h},$$

а длина волны в вакууме

$$\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{ch}{E_2 - E_1},$$

где c — скорость света в вакууме, а $h \approx 6{,}62 \cdot 10^{-34}$ Дж·с.

В учебнике [14], кроме частоты излучения ν, вводится еще циклическая частота ω. Тогда вместо h применяют для расчетов $\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1{,}05 \cdot 10^{-34}$ Дж·с. Для атома водорода вычисляют радиусы стационарных орбит

$$r_n = 4\pi\varepsilon_0 \frac{\hbar^2 n^2}{me^2},$$

энергии стационарных уровней

$$E_k = -\frac{1}{(4\pi\varepsilon_0)^2} \frac{me^4}{2\hbar^2 n^2}$$

и постоянную Ридберга

$$R = \frac{me^4}{(4\pi\varepsilon_0)^2 4\pi\hbar^3}.$$

Считаем, что в средней школе следует решать задачи, используя только зависимость $\nu = \frac{E_k - E_n}{h}$, где k и $n = 1, 2, 3$ и т. д.

742. Определите длину волны излучения λ при переходе атома водорода из одного энергетического состояния в другое. Разница в энергиях этих состояний $\Delta E = 1{,}89$ эВ.

Р е ш е н и е. При переходе атома из одного состояния в другое излучается фотон, энергия которого

$$h\nu = E_2 - E_1 = \Delta E.$$

Длина волны излучения

$$\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{ch}{\Delta E}; \ \lambda = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ м/с} \cdot 6{,}62 \cdot 10^{-34} \text{ Дж·с}}{1{,}89 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}} \approx 6{,}62 \cdot 10^{-7} \text{ м}.$$

Задачи, в которых вычисляют частоты излучения при различных переходах электронов в атоме, т. е. при разных k и n, решать не обязательно, хотя они и не представляют больших трудностей.

743*. Во сколько раз длина волны излучения атома водорода при переходе с третьей орбиты на вторую больше длины волны, обусловленной переходом электрона со второй орбиты на первую? [35, № 1238].

Решение. При определении длины волны $\lambda = \frac{ch}{E_k - E_n}$ в первом случае надо брать $k_1 = 3$ и $n_1 = 2$, а во втором — $k_2 = 2$ и $n_2 = 1$. При этом нет необходимости приводить все вычисления, а следует взять отношение $\frac{\lambda_1}{\lambda_2}$. Расчеты приводят к значению 5,4.

§ 110. Физика атомного ядра. Ядерная энергия

В средней школе изучают лишь фундаментальные экспериментальные данные, причем для того, чтобы в элементарном виде разъяснить основные принципы использования ядерной энергии. Этим определяется и характер решаемых задач по физике атомного ядра в средней школе. В основном они носят качественный характер. При изучении элементарных частиц решают только качественные задачи.

744. Для определения направления движения отрицательного мезона на его пути в камере Вильсона помещают свинцовые пластины, а камера находится в магнитном поле (рис. 267). Объясните, как при этом определяют направление движения частицы.

Решение. Если в камере Вильсона на пути летящего мезона находится свинцовая пластина, то скорость мезона после прохождения пластины уменьшится и весь трек мезона получится в виде двух дуг окружностей разных радиусов. Для случая, изображенного на рисунке 267, видно, что частица летит снизу вверх. Кривизна трека мезона после прохождения свинцовой пластины увеличилась.

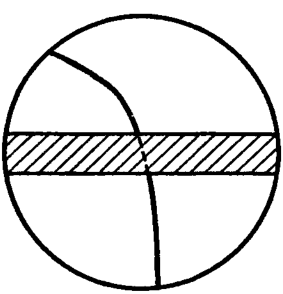


Рис. 267

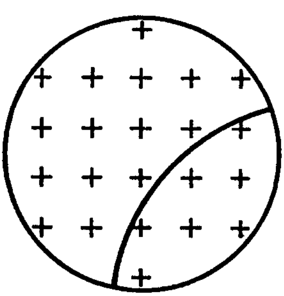


Рис. 268

745. На рисунке 268 показан трек электрона в камере Вильсона, помещенной в магнитное поле. Вектор магнитной индукции $\vec{B}$ направлен от нас за чертеж (обозначено крестиками). В каком направлении летит частица? [35, № 1242]

Решение. Применяя правило левой руки, определяют, что частица летит снизу вверх. Надо учитывать, что она имеет отрицательный заряд.

Закон радиоактивного распада имеет вид $N = N_0 2^{-\frac{t}{T}}$, где N_0 — число радиоактивных атомов в начальный момент времени $t = 0$, T — период полураспада, а N — число радиоактивных атомов в момент времени t.

746. Имелось некоторое количество радиоактивного радона. Количество радона уменьшилось в 8 раз за 11,4 дня. Каков период полураспада радона?

Решение. Как видно из диаграммы (рис. 269), количество вещества за время, равное трем периодам полураспада T, уменьшится в 8 раз. Следовательно, $3T = 11{,}4$ дня, а

$$T = \frac{11{,}4\ \text{дня}}{3} = 3{,}8\ \text{дня}.$$

Здесь можно было бы и не прибегать к помощи диаграммы, так как за период T количество вещества уменьшается вдвое, за $2T$ — вчетверо, а в 8 раз уменьшится за время $3T$.

747. Период полураспада радона ($^{222}_{86}Rn$) равен 3,8 дня. Через какое время масса радона уменьшится в 10 раз?

Решение. Задачу решают с помощью графика закона радиоактивного распада (рис. 270). Но можно ее решить и аналитически:

$$N = N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}, \quad \frac{N}{N_0} = \frac{1}{10}, \quad \text{т. е. } 2^{\frac{t}{T}} = \frac{1}{10}.$$

Кроме того, известно, что $T = 3{,}8$ дня. С помощью логарифмирования получим $t \approx 12{,}6$ дня.

Задачи решают по ядерным реакциям. При решении задач

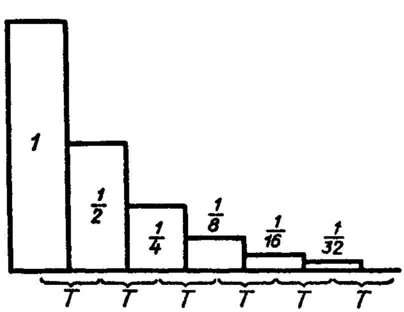


Рис. 269

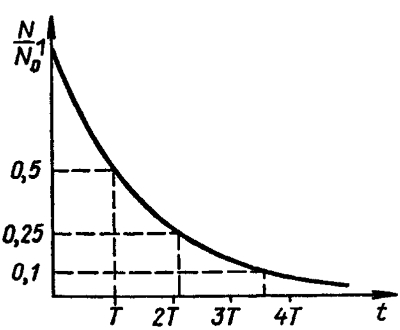


Рис. 270

по ядерным реакциям исходят из законов сохранения заряда и массового числа.

748. Пусть, например, установлено [35, № 1255], что при бомбардировке изотопа алюминия $^{27}_{13}Al$ α-частицами получают протон $^{1}_{1}H$ и ядра какого-то элемента $^{n}_{m}Y$. Надо определить, что это за элемент. Ядерную реакцию в этом случае записывают следующим образом:

$$^{27}_{13}Al + ^{4}_{2}He \rightarrow ^{1}_{1}H + ^{n}_{m}Y.$$

Решение. По закону сохранения заряда $13 + 2 = 1 + m$, т. е. $m = 14$, а по закону сохранения массовых чисел $27 + 4 = 1 + n$, откуда $n = 30$. Получившееся ядро $^{30}_{14}Y$ представляет собой ядро кремния, что устанавливают с помощью периодической системы элементов Менделеева. Окончательно данную ядерную реакцию можно записать так:

$$^{27}_{13}Al + ^{4}_{2}He \rightarrow ^{1}_{1}H + ^{30}_{14}Si.$$

749 При бомбардировке изотопа азота $^{14}_{7}N$ нейтронами получается изотоп углерода $^{14}_{6}C$, который оказывается β-радиоактивным. Напишите уравнения ядерных реакций.

Решение. Первая ядерная реакция

$$^{14}_{7}N + ^{1}_{0}n \rightarrow ^{14}_{6}C + ^{n}_{m}Y.$$

По закону сохранения заряда $7 + 0 = 6 + m$, т. е. $m = 1$. По закону сохранения массовых чисел $14 + 1 = 14 + n$, т. е. $n = 1$. Следовательно, $^{1}_{1}Y$ — это протон $^{1}_{1}H$.

Запишем ядерную реакцию:

$$^{14}_{7}N + ^{1}_{0}n \rightarrow ^{14}_{6}C + ^{1}_{1}H.$$

Вторая ядерная реакция:

$$^{14}_{6}C \rightarrow ^{n'}_{m'}Y + ^{0}_{-1}e.$$

По законам сохранения заряда и массового числа $m' = 7$ и $n' = 14$, т. е. $^{14}_{7}Y$. По периодической системе элементов устанавливаем, что это изотоп азота. Окончательно записываем

$$^{14}_{6}C \rightarrow ^{14}_{7}N + ^{0}_{-1}e.$$

Кроме того, надо научить учащихся решать задачи, в которых используют правила смещения:

при α-распаде элемент смещается на две клетки к началу периодической системы;

при β-распаде элемент смещается на одну клетку ближе к концу периодической системы.

750. Протактиний $^{231}_{91}Pa$ α-радиоактивен. С помощью правил «сдвига» и таблицы элементов Менделеева определите, какой элемент получится с помощью этого распада.

Решение. При α-распаде заряд ядра уменьшается на 2 единицы, т. е. будет 89, а масса атома уменьшится на 4 единицы, т. е. станет 227. Таким образом получается элемент $^{227}_{89}X$. Обращаемся к периодической системе химических элементов Менделеева и находим, что элемент $^{227}_{89}X$ — актиний ($^{227}_{89}Ac$).

751. В какой элемент превращается уран $^{239}_{92}U$ после двух β-распадов и одного α-распада?

Ответ. Получим изотоп урана $^{235}_{92}U$.

При изучении физики атомного ядра решают задачи на определение энергии связи атомных ядер. Энергию связи атомных ядер ΔE определяют с помощью соотношения Эйнштейна $\Delta E = \Delta mc^2$, где Δm — разница между массой частиц, составляющих ядро, и массой самого ядра.

Если обозначить порядковый номер элемента Z, массовое число — A, массу протона — $m_\text{р}$, массу нейтрона — $m_\text{п}$, массу ядра элемента — $m_\text{я}$, то

$$\Delta m = Zm_\text{р} + (A - Z)\, m_\text{п} - m_\text{я},$$

$m_\text{р}$, $m_\text{п}$ и $m_\text{я}$ берут из таблиц.

С помощью соотношения $\Delta E = \Delta mc^2$ вычисляют и энергию, выделяющуюся при делении тяжелых и синтезе легких ядер.

752. Подсчитайте энергию связи ядра гелия.

Решение. Согласно закону взаимосвязи массы и энергии $\Delta E = \Delta mc^2$. Изменение массы

$$\Delta m = Zm_\text{р} + (A - Z)\, m_\text{п} - m_\text{я}.$$

Из таблиц берем значения $m_\text{р}$, $m_\text{п}$ и $m_\text{я}$ для гелия (ядро гелия — α-частица) и подставляем в исходную формулу:

$$\Delta m = 2 \cdot 1{,}00758 \text{ а.е.м.} + (4 - 2)\, 1{,}00898 \text{ а.е.м.} -$$
$$- 4{,}00274 \text{ а.е.м.} = 0{,}03038 \text{ а.е.м.}$$

При образовании ядра атома гелия выделилась энергия связи

$$\Delta E = \Delta mc^2 = 0{,}03038 \text{ а.е.м.} \cdot 1{,}67 \cdot 10^{-27} \text{ кг/а.е.м.} \times$$
$$\times (3 \cdot 10^8 \text{ м/с})^2 \approx 4{,}5 \cdot 10^{-12} \text{ Дж} \approx 28 \text{ МэВ}.$$

Эта задача может быть решена и проще, если предварительно установить, что массе в 1 а.е.м. соответствует энергия в 931,5 МэВ.

753. Известно, что при одном делении ядра изотопа урана $^{235}_{92}U$ освобождается 200 МэВ энергии. Какое количество энергии можно получить при делении урана массой 1 г?

Р е ш е н и е. Массовое число указанного в задаче изотопа урана $A = 235$. Тогда число атомов в уране $^{235}_{92}U$ массой 1 г:

$$n = \frac{N_A}{A} = \frac{6{,}02 \cdot 10^{23}}{235},$$

а выделяющаяся энергия

$$W = 200\ \text{МэВ}\,\frac{N_A}{A}; \quad W = 200\ \text{МэВ} \cdot \frac{6{,}02 \cdot 10^{23}\ \text{моль}^{-1}}{235} \approx 5{,}1 \times$$
$$\times\, 10^{23}\ \text{МэВ} \approx 2{,}3 \cdot 10^4\ \text{кВт} \cdot \text{ч}$$

754. Мощность атомного реактора при потреблении в сутки 200 г изотопа урана $^{235}_{92}U$ массой 200 г равна 32 000 кВт. Какая часть энергии, выделяющейся при делении урана $^{235}_{92}U$, используется полезно?

Р е ш е н и е. В задаче № 753 было определено, что при делении урана $^{235}_{92}U$ массой 1 г выделяется $2{,}3 \cdot 10^4$ кВт · ч энергии. За сутки при делении урана $^{235}_{92}U$ массой 200 г выделяется энергия:

$$W = 200\ \text{г} \cdot 2{,}3 \cdot 10^4\ \text{кВт} \cdot \text{ч} \approx 4{,}6 \cdot 10^6\ \text{кВт} \cdot \text{ч}.$$

Полезную работу A, совершаемую атомным реактором за время t, определяем через мощность реактора P:

$$A = Pt = 3200\ \text{кВт} \cdot 24\ \text{ч} = 7{,}68 \cdot 10^5\ \text{кВт} \cdot \text{ч}.$$

Следовательно, расходуется полезно только

$$\frac{7{,}68 \cdot 10^5}{4{,}6 \cdot 10^6} \cdot 100\% \approx 16{,}7\%\ \text{всей энергии.}$$

ЛИТЕРАТУРА

Политическая литература. Психология. Педагогика

1. Материалы XXVII съезда КПСС.— М.: Политиздат, 1986.
2. О реформе общеобразовательной и профессиональной школы: Сборник документов и материалов.— М.: Политиздат, 1984.
3. Контроль знаний учащихся по физике/Под ред. В. Г. Разумовского и Р. Ф. Кривошановой.— М.: Просвещение, 1982.
4. Матюшкин А. М. Проблемные ситуации в мышлении и обучении.— М.: Педагогика, 1972.
5. Планирование учебного процесса по физике в средней школе/Под ред. Л. С. Хижняковой.— М.: Просвещение, 1982.
6. Политехническое образование и профориентация учащихся в процессе обучения физике в средней школе/Под ред. А. Т. Глазунова, В. А. Фабриканта.— М.: Просвещение, 1985.
7. Сахаров В. Ф., Сазонов А. Д. Профессиональная ориентация школьников.— М.: Просвещение, 1982.
8. Современный урок физики в средней школе/Под ред. В. Г. Разумовского и Л. С. Хижняковой.— М.: Просвещение, 1983.
9. Фридман Л. М. Логико-психологический анализ школьных учебных задач — М.: Педагогика, 1977.
10. Шмаргун Н. И. Экранно-звуковые пособия в обучении физике.— М.: Просвещение, 1985.
11. Эсаулов А. Я. Психология решения задач.— М.: Высшая школа, 1972.

Учебники

12. Буховцев Б. Б., Климонтович Ю. Л., Мякишев Г. Я. Физика: Учебник для 9 класса средней школы.— М.: Просвещение, 1985.
13. Кикоин И. К., Кикоин А. К. Физика: Учебник для 8 класса средней школы.— М.: Просвещение, 1985.
14. Мякишев Г. Я., Буховцев Б. Б. Физика: Учебник для 10 класса средней школы.— М.: Просвещение, 1984.
15. Перышкин А. В., Родина Н. А. Физика: Учебник для 6—7 классов средней школы.— М.: Просвещение, 1985.

Пособия по методике решения задач, задачники, дидактические материалы, справочники

16. Балаш В. А. Задачи по физике и методы их решения.— М.: Просвещение, 1983.
17. Байков Ф. Я. Проблемно-программированные задания по физике.— М.: Просвещение, 1982.
18. Безчастная Н. С. Физика в рисунках.— М.: Просвещение, 1981.
19. Буров В. А., Иванов А. И., Свиридов В. И. Фронтальные экспериментальные задания по физике в 6—7 классах.— М.: Просвещение, 1983.

20. Буров В. А., Иванов А. И., Свиридов В. И. Фронтальные экспериментальные задания по физике. 8 класс.— М.: Просвещение, 1985.

21. Буров В. А., Иванов А. И., Свиридов В. И. Фронтальные экспериментальные задания по физике. 9 класс.— М.: Просвещение, 1986.

22. Демкович В. П., Демкович Л. П. Сборник задач по физике для 8—10 классов средней школы.— М.: Просвещение, 1981.

23. Енохович А. С. Справочник по физике.— М.: Просвещение, 1978.

24. Енохович А. С. Справочник по физике и технике.— М.: Просвещение, 1983.

25. Кабардин О. Ф., Кабардина С. И., Орлов В. А. Задания для контроля знаний учащихся по физике в средней школе.— М.: Просвещение, 1983.

26. Корж Э. Д., Пеннер Д. И. Программированные задания по физике для 9 класса.— М.: Просвещение, 1983.

27. Лукашик В. И. Сборник вопросов и задач по физике для 6—7 классов средней школы.— М.: Просвещение, 1981.

28. Мартынов И. М., Хозяинова Э. Н. Дидактический материал по физике. 8 класс.— М.: Просвещение, 1975.

29. Мартынов И. М., Хозяинова Э. Н. Дидактический материал по физике. 9 класс.— М.: Просвещение, 1978.

30. Мартынов И. М., Хозяинова Э. Н., Буров В. А. Дидактический материал по физике. 10 класс.— М.: Просвещение, 1980.

31. Низамов И. М. Задачи по физике с техническим содержанием.— М.: Просвещение, 1980.

32. Пеннер Д. И., Худайбердиев А. Физика: Программированные задания для 6—7 классов.— М.: Просвещение, 1985.

33. Постников А. В. Проверка знаний учащихся по физике в 6—7 классах.— М.: Просвещение, 1985.

34. Разумовский В. Г., Гуревич А. Е. Задания для контроля знаний учащихся по физике — М.: Просвещение, 1976.

35. Рымкевич А. П., Рымкевич П. А. Сборник вопросов и задач по физике для 8—10 классов средней школы.— М.: Просвещение, 1985.

36. Скрелин Л. И. Дидактический материал по физике. 8 класс.— М.: Просвещение, 1984.

37. Скрелин Л. И. Дидактический материал по физике. 9 класс.— М.: Просвещение, 1976.

38. Скрелин Л. И. Дидактический материал по физике. 10 класс.— М.: Просвещение, 1977.

39. Стоцкий Л. Р. Физические величины и их единицы.— М.: Просвещение, 1984.

40. Тульчинский М. Е. Качественные задачи по физике в средней школе.— М.: Просвещение, 1972.

41. Ушаков М. А. Упражнения на составление электрических цепей: Дидактический материал.— М.: Просвещение, 1985.

42. Физический энциклопедический словарь.— М.: Советская энциклопедия, 1983.

43. Чеботарева А. В. Самостоятельные работы учащихся по физике в 6—7 классах: Дидактический материал.— М.: Просвещение, 1985.

VII класс

Тепловые явления

Электричество

САМУИЛ ЕФИМОВИЧ КАМЕНЕЦКИЙ, ВИКТОР ПЕТРОВИЧ ОРЕХОВ

МЕТОДИКА РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ПО ФИЗИКЕ В СРЕДНЕЙ ШКОЛЕ

Зав. редакцией *Н. В. Хрусталь*
Редактор *А. И. Юдина*
Младший редактор *О. В. Агапова*
Художники *А. Л. Кашеков, Ю. А. Сайчук, Л. Н. Сивков*
Художественный редактор *В. М. Прокофьев*
Технические редакторы *Н. Н. Махова, С. С. Якушкина*
Корректоры *О. И. Кузовлева, Г. М. Махова*

ИБ № 9166

Сдано в набор 03 01 86. Подписано к печати 19 11 86. Формат $60\times90^1/_{16}$. Бум типограф № 2. Гарнит. литерат. Печать высокая. Усл печ. л 21,0+0,25 форз Усл кр -отт. 21,75. Уч -изд л 21,19+0,45 форз. Тираж 185 000 экз. Заказ № 275. Цена 80 коп.

Ордена Трудового Красного Знамени издательство
«Просвещение» Государственного комитета РСФСР по делам
издательств, *полиграфии и книжной торговли*
129846, Москва, 3-й проезд Марьиной рощи, 41.

Отпечатано с диапозитивов ордена Трудового Красного Знамени фабрики «Детская книга» № 1 Росглавполиграфпрома Государственного комитета РСФСР по делам издательств, полиграфии и книжной торговли. 127018, Москва, Сущевский вал, 49, на Саратовском ордена Трудового Красного Знамени полиграфическом комбинате Росглавполиграфпрома Государственного комитета РСФСР по делам издательств, полиграфии и книжной торговли. 410004, Саратов, ул Чернышевского, 59.